מתמטיקה

הלל נועם

14.3.22

סדר פעולות חשבון

1 סוגריים

2 חזקה / שורש

3 כפל / חילוק

4 חיבור / חיסור

דוגמאות -

1) $(5-3)^2 : 2+3\cdot(6-3)^2$

$2^2 : 2+3\cdot 3^2$

$4:2+3\cdot 9$

$2+27=\boxed{29}$

2) $(6-2)^2 : 4+2\cdot(5-4)^2-3(6-3)$

$(4)^2 : 4+2\cdot(1)^2-3(3)$

$16 : 4+2\cdot 1-9$

$4+2-9=\boxed{-3}$

כפל וחילוק מספרים מכוונים

אותו הסימן = $(+)$
סימנים שונים = $(-)$

1. $(+)\cdot(+)=+$
2. $(-)\cdot(-)=+$
3. $(+)\cdot(-)=-$
4. $(-)\cdot(+)=-$

כינוס איברים דומים

1. $\underline{x^2}-\underline{2x}+\underline{5x^2}+\underline{7y}-\underline{5x^2}+\underline{2y}$

$$\boxed{x^2-2x+9y}$$

2. $5xy-12x+3y^2+6yx+4y^2+5x+y^2$

$$\boxed{11xy-7x+8y^2}$$

3. $7ac+5ba-12ab+8ca-4ba$

$$\boxed{15ac-11ab}$$

פתיחת סוגריים

1 $a(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

2 $(a+b)\cdot(c+d)=ac+ad+bc+bd$

לפעמים נעזר בחוקי חזקות

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ 1

$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$ 2

$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$ 3

דוגמא

1 $(x-7)\cdot(x^2-12)$

$\boxed{x^3-12x-7x^2+84}$

2 $-2x\underbrace{(x-1)\cdot(6-x)}$

$-2x\cdot(6x-x^2-6+x)$

$-2x(-x^2+7x-6)$

$\boxed{2x^3-14x^2+12x}$

3 $-5x\cdot(x^2-1)+(6-x)(x^2+2)$

$-5x^3+5x+6x^2+12-x^3-2x$

$$\boxed{-6x^3+6x^2+3x+12}$$

4 $(x^2+x-1)(1-x)+5x^2(7x+2)$

$x^2-x^3+x-x^2-1+x+35x^3+10x^2$

$$\boxed{10x^2+34x^3+2x-1}$$

נוסחאות הכפל המקוצר

1 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

דוגמא

1 $(x+7)=x^2+2\cdot x\cdot 7+7^2=$

$$\boxed{x^2+14x+49}$$

2 $(2x-1)(2x+1)=$

$4x^2+2x-2x-1^2=4x^2-1^2$

3 $(3x-1)^2+(x-7)(3x-1)$

$(3x^2)-2\cdot 3x\cdot 1+1^2+3x^2-x-21x+7$

$9x^2-6x+1+3x^2-x-2-21x+7$

$\boxed{12x^2-28x+8}$

4 $(5x+2)^2=$

$(5x)^2+2\cdot 5x\cdot 2+2^2$

5 $(5x+3)(5x-3)-5x(6x-1)(1+x)$

$(5x)^2-(3)^2-5x(6x+6x^2-1-x)$

$25x^2-9-30x^2-30x^3+5x+5x^2$

$\boxed{-9-30x^3+5x}$

פירוק לגורמים

1 הוצאת גורם משותף

(נבחר מספר או איבר כך שכל המחוברים בביטוי בו מתחלקים ללא שארית)

I $5x^3+10x^2+20$

$$\boxed{5(x^3+2x^2+4)}$$

II $6x^3+3x^2+9x$

$$\boxed{3x(2x^2+x+3)}$$

III $5(x+1)+x^2(x+1)-6x(x+1)$

$$\boxed{(x+1)\cdot\left[5+x^2-6x\right]}$$

פיתוח טרינום

(יש לפתור משוואה ריבועית בעזרת נוסחאת השורשים)

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\downarrow$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4a\cdot c}}{2\cdot a}$$

$$\downarrow$$

$$a(x-x_1)(x-x_2)$$

לאחר שפתרנו את הביטוי
נציב את הפתרונות בנוסחאת
הטרינום

① $1x^2-7x+10$

פתרון לפי טרינום

$a=1 \quad b=-7 \quad c=10$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

$$x_{1/2}=\frac{-(-7)\pm\sqrt{-(-7)^2-4\cdot1\cdot10}}{2}$$

$$x_{1/2}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2}$$

$$x_{1/2}=\frac{7\pm3}{2}$$

$$\boxed{x_1=\frac{7+3}{2}=5}$$

$$\boxed{x_2=\frac{7-3}{2}=2}$$

$a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$

נצב בנוסחא

$$\Downarrow$$

$$\boxed{(x-5)(x-2)}$$

2 $x^2+5x+6=$

$a=1 \quad b=5 \quad c=6$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}$$

$$\frac{-5\pm\sqrt{1}}{2}$$

$$\boxed{x_1=\frac{-5+1}{2}=-2}$$

$$\boxed{x_2=\frac{-5-1}{2}=-3}$$

$$1(x-(-2))\cdot(x-(-3))$$

$$\boxed{(x+2)(x+3)}$$

3 $5x^2+9x-2=$

$a=5 \quad b=9 \quad c=-2$

$$x_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\cdot5\cdot(-2)}}{2\cdot5}$$

$$x_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{121}}{10}$$

$$x_1=\frac{-9+11}{10}=\frac{1}{5}$$

$$x_2=\frac{-9-11}{10}=-2$$

כאשר המקדם של x^2 שונה מ 1
אז נצטרך לצמצם אחת התשובות
היא שבר

$$5\cdot\left(x-\frac{1}{5}\right)\cdot(x+2)$$

(מכפילה רק
בסוגריים של השבר)

$$\boxed{(5x-1)\cdot(x+2)}$$

1

$$\frac{5x^3 - 25x^2}{x^2 - 10x + 25} \longrightarrow \begin{array}{l} 5x^3 - 25x^2 \\ 5x^2(x-5) \end{array}$$

$$\downarrow$$

$x^2 - 10x + 25$

$a=1 \quad b=-10 \quad c=25$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)\pm 4\cdot1\cdot25}}{2\cdot1}$$

$+ \quad -$

$5 \quad 5$

$1(x-5)(x-5)$

$$\frac{5x^2\cancel{(x-5)}}{(x-5)\cancel{(x-5)}}$$

$$\boxed{\frac{5x^2}{(x-5)}}$$

ת.ה $\boxed{x \neq 5}$ (כדי שהמכנה לא יתאפס)

2 $$\frac{x^2-6x+8}{x^2-8x+16}$$

$$x^2-6x+8 \qquad\qquad x^2-8x+16$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot8}}{2\cdot1} \qquad\qquad x_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot16}}{2}$$

$$4 \quad 2 \qquad\qquad 4 \quad 4$$

$$\boxed{(x-2)(x-4)} \qquad\qquad \boxed{(x-4)(x-4)}$$

$$\frac{(x-2)\cancel{(x-4)}}{(x-4)\cancel{(x-4)}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{ת.ה}\\ x\neq4\end{array}} \qquad \boxed{\frac{x-2}{x-4}}$$

3

$$\frac{3x+21}{2x^2+17x+21} \longrightarrow 3(x+7)$$

$$\downarrow$$

$a=2 \quad b=17 \quad c=21$

$$x_{1,2}=\frac{-17\pm\sqrt{17^2-4\cdot2\cdot21}}{2\cdot2}$$

$$\frac{-17\pm\sqrt{\overset{11}{121}}}{4}$$

$$x_1=\frac{-17+11}{4}=-1\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{-17-11}{4}=-7$$

$$2\left(x-\left(-1\tfrac{1}{2}\right)\right)\cdot\left(x-(-7)\right)$$

$$2\left(x+1\tfrac{1}{2}\right)\cdot(x+7)$$

$$(2x+3)\cdot(x+7)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{3\,\cancel{(x+7)}}{(2x+3)\cancel{(x+7)}}$$

$$\frac{3}{(2x+3)}$$

ת.ה

$x\neq-7$

$x\neq-1\frac{1}{2}$

4 $$\frac{x^2-5x+4}{x^2-4x+3} \longrightarrow x^2-5x+4$$

$$\downarrow$$

$a=1 \quad b=-4 \quad c=3$

$$\frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1}$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{4+2}{2} = 3}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{4-2}{2} = 1}$$

x^2-5x+4

$a=1 \quad b=-5 \quad c=4$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{5+3}{2} = 4}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{5-3}{2} = 1}$$

$$\frac{(x-4)\cancel{(x-1)}}{(x-3)\cancel{(x-1)}}$$

$$\boxed{\frac{x-4}{x-3}}$$

ת"ה

$x \neq 3$

$x + 1$

21.3.22
שעור 2

משוואה ממעלה I

כללי עבודה

1 המטרה במשוואות היא לבודד את x נעביר את כל האיקסים לצד אחד (שמאל) ואת המספרים לצד השני.
אם העברנו עבר מצד לצד נשנה את סימנו.

2 לאחר שכינסנו איברים מכל צד, נחלק את המשוואה במקדם של x
אם חלקנו/הכפלנו איבר במשוואה, יש לעשות זאת על כל האיברים במשוואה

1 $3(x-8)-5(7-x)=3x-9$

$3x-24-35+5x=3x-9$

$3x+5x-3x=-9+35+24$

$5x=50 \quad /:5$

$\boxed{x=10}$

2 $60-6(1-5x)+12x+5(2x-3)=0$

$60-6+30x+12x+10x-15=0$

$30x+12x+10x=15+6-60$

$52x=-39 \quad /:52$

$\boxed{x=-0.75}$

③ $$\frac{3x-2}{7} = \frac{x+5}{3} - \frac{1}{1}$$

מכנה משותף - מספר או ביטוי המתחלק בכל מכנה ללא שארית

$$ {}^{3/}\frac{3x-2}{7} = {}^{7/}\frac{x+5}{3} - {}^{21/}\frac{1}{1} \quad /\cdot 21$$

$$3(3x-2) = 7(x+5) - 21$$

$$9x - 6 = 7x + 35 - 21$$

$$2x = 20 \quad /:2$$

$$\boxed{x=10}$$

מכפלה את המכנים הראשונים ונראה אם מתאים לשאר

④ $${}^{10/}\frac{8x-2}{7} - {}^{7/}\frac{4x+2}{10} = {}^{14/}\frac{2x+1}{5} - {}^{5/}\frac{12x-3}{14} \quad /\cdot 70$$

$$10(8x-2) - 7(4x+2) = 14(2x+1) - 5(12x-3)$$

$$80x - 2 - 28x + 60x = 14 + 15 + 14 + 20$$

$$84x = 63 \quad /:84$$

$$\boxed{x = 0{,}75}$$

5 מזדהה | x נעלם נבדוק אם קבלנו פסוק אמת או שקר

פסוק אמת = "כל x"

פסוק שקר = "אין x"

$$\overset{3/}{\frac{x+6}{3x-4}} = \overset{3x-4\,/}{\frac{1}{3}} \quad / \, 3(3x-4)$$

$$3(x+6) = 3x-4$$

$$3x+18 = 3x-4$$

$$3x-3x = -4-18$$

$$0 = -22$$

6 $$\overset{2x-8/}{\frac{3x+10}{2x-5}} = \overset{2x-5/}{\frac{3x-5}{2x-8}} \quad /\cdot (2x-5)(2x-8)$$

$$(3x+10)(2x-8) = (2x-5)(2x-8)$$

$$\cancel{6x^2} -24x+20x-80 = \cancel{6x^2} -15x-10x+25$$

$$-24x+20x+15x+10x = 25+80$$

$$21x = 105 \quad /:21$$

$$\boxed{x=5}$$

הערה -

כאשר יש משתנה במכנה ושיבצנו את התשובה שקיבלנו במכנים לבדוק האם מכנה מסוים מתאפס, במידה וכן נפסול את התשובה.

מערכת משוואות ממעלה I

נכפיל את אחת המשוואות (או את שתיהן) עד שנגיע למצב שבו לאחד המשתנים יש אותו המקדם עם סימנים שונים

1

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 & /\cdot 3 \\ 2x + 3y = 27 & /\cdot 2 \end{cases}$$

נחבר משוואות ונצמצם

$$+\begin{cases} 9x - 6y = 24 \\ 4x + 6y = 54 \end{cases}$$

$$13x = 78 \quad /:13$$

$$\boxed{x = 6}$$

נציב $6=x$ ונמצא את y

$$3\cdot 6 - 2y = 8$$

$$18 - 2y = 8$$

$$-2y = -10$$

$$\boxed{y = 5}$$

2 $$\begin{cases} 2(x-6)-3(2y+1)=y-7 \\ 3(x+1)+5(y-8)=x-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-12-6y-3=y-7 \\ 3x+3+5y-40=x-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-7y=8 & /\cdot(-1) \\ 2x+5y=32 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -2x+7y=-8 \\ 2x+5y=32 \end{cases}$$

$$12y=24 \quad /\cdot 12$$

$$\boxed{y=2}$$

$$2x-7\cdot 2=8$$

$$2x-14=8$$

$$2x=22 \quad /:2$$

$$\boxed{x=11}$$

3 $\begin{cases} \dfrac{\overset{6/}{4x+18}}{5} - \dfrac{\overset{5/}{3y-6}}{6} = \overset{30/}{6} \quad /\cdot 30 \\ \dfrac{\overset{3/}{3y+5}}{7} + \dfrac{\overset{7/}{13-2x}}{3} = \overset{21/}{4} \quad /\cdot 21 \end{cases}$

$\begin{cases} 6(4x+18) - 5(3y-6) = 180 \\ 3(3y+5) + 7(13-2x) = 84 \end{cases}$

$\begin{cases} 24x + 108 - 15y + 30 = 180 \\ 9y + 15 + 91 - 14x = 84 \end{cases}$

$\begin{cases} 24x - 15y = 42 \quad /\cdot 3 \\ -14x + 9y = -22 \quad /\cdot 5 \end{cases}$

$72x - \cancel{49y} = 126$

$-70x + \cancel{49y} = -170$

$2x = 16 \quad /:2$

$\boxed{x = 8}$

$24 \cdot 8 - 15y = 42$

$192 - 15y = 42$

$-15y = -150 \quad /:-15$

$\boxed{y = 10}$

משוואה ממעלה II

כל משוואה ריבועית קיימת בצורה הבאה

$$ax^2+bx+c=0$$

לאחר שכתבנו את המשוואה הריבועית בצורתה הכללית
נפתור באמצעות נוסחאת השורשים

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}$$

1 $2x^2-7x-15=0$

$a=2 \quad b=-7 \quad c=-15$

$$x_{1,2}=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 2\cdot -15}}{2\cdot 2}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{169}}{4}$$

$$\frac{7\pm 13}{4}$$

$$\nearrow \quad x_1=\frac{7+13}{4}=5$$

$$\searrow \quad x_2=\frac{7-13}{4}=1.5$$

2 $5x(4x-1) = (5x-3)^2 + 21$

$20x^2 - 5x = (5x-3)(5x-3) + 21$

$20x^2 - 5x = 25x^2 - 15x - 15x + 9 + 21$

$0 = 25x^2 - 15x - 15x + 9 + 21 + 5x - 20x^2$

$0 = 5x^2 - 25x + 30 \quad | :5$

$0 = x^2 - 5x + 6$

$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$0 = 5x^2$

3 $$\overset{x+4/}{\frac{x-2}{x+2}} = \overset{x+2/}{\frac{2x-7}{x+4}} \quad /(x+2)(x+4)$$

$$(x+4)(x-2) = (x+2)(2x-7)$$

$$x^2-2x+4x-8 = 2x^2-7x+4x-14$$

$$x^2-2x+4x-8 = 2x^2-7x+4x-14$$

$$0 = x^2-5x-6$$

$$a=1 \quad b=-5 \quad c=-6$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{5+7}{2} = 6}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{5-7}{2} = -1}$$

4

$$\frac{6}{x-2}+\frac{4}{x-3}=\frac{x^2-2}{x^2-5x+6}$$

עסה לפרק לגורמים
כל מכנה לפני המכנה
המשותף

x^2-5x+6

$a=1 \quad b=-5 \quad c=6$

$$x_{1,2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}$$

$$x_1=\frac{5+1}{2}=3$$

$$x_2=\frac{5-1}{2}=2$$

$(x-3)(x-2)$

$${}^{x-3/}\frac{6}{x-2}+{}^{x+2/}\frac{4}{x-3}={}^{1/}\frac{x^2-2}{(x-2)(x-3)} \qquad /(x-2)(x-3)$$

$6(x-3)+4(x-2)=x^2-2$

$6x-18+4x-8=x^2-2$

$0=x^2-10x+24$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{-(-10)\cdot4\cdot1\cdot24}}{2}\begin{matrix}\nearrow 6\\ \rightarrow 4\end{matrix}$$

28.3.22
שיעור 3

מערכת משוואות ממעלה II (שיטת ההצבה)

1

① נבודד את אחד המשתנים מהמשוואה
הפשוטה ביותר

$$\begin{cases} x^2+3y^2=12 \\ x-y=2 \end{cases} \xrightarrow{\quad} \boxed{x=y+2}$$

② נציב במשוואה השניה

$$(y+2)^2+3y^2=12$$

$$y^2+4y+4+3y^2=12$$

$$4y^2+4y-8=0 \quad /:4$$

$$y^2+y-2=0$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$y=-2 \qquad y=1$$

③ (טרינום)

④ חוזרת ומציבה את ה$y_{1,2}$

$$\boxed{x=y+2}$$

$$x=-2+2 \qquad x=1+2$$

$$\boxed{x=0} \qquad \boxed{x=3}$$

2 $\begin{cases} y^2-3xy-5x^2+8x-3y=3 \\ y-x=5 \longrightarrow \boxed{y=x+5} \end{cases}$

$$(5+x)(5+x)-3x(5+x)-5x^2+8x-3(5+x)=3$$

$$25+5\cancel{x}+5\cancel{x}+x^2-15\cancel{x}-3x^2-5x^2+8\cancel{x}-15-3\cancel{x}=3$$

$$-7x^2+7=0$$

$$a=-7 \quad b=0 \quad c=7$$

$$\boxed{x_1=1} \qquad \boxed{x_2=-1}$$

$$y=5+1 \qquad y=5-1$$

$$\boxed{y=6} \qquad \boxed{y=4}$$

3 $\begin{cases} 4y^2 - x^2 = 11 \\ 2y - x = 1 \end{cases} \longrightarrow \boxed{2y - 1 = x}$

$$4y^2 - 1(2y-1)(2y-1) = 11$$

$$4y^2 - 1(4y^2 - 2y - 2y + 1) = 11$$

$$\cancel{4y^2} - \cancel{4y^2} + 2y + 2y - 1 - 11 = 0$$

$$4y - 12 = 0$$

$$4y = 12 \quad /:4$$

$$\boxed{y = 3}$$

$$2 \cdot 3 - 1 = x$$

$$\boxed{x = 5}$$

4 $\begin{cases}(x-2y)^2+(y+5)^2=8x+2\\ y=x-5\end{cases}$

$$\left(x-2(x-5)\right)^2+\left(x-\cancel{5}+\cancel{5}\right)^2=8x+2$$

$$(x-2x+10)^2+x^2=8x+2$$

$$(-x+10)(-x+10)+x^2=8x+2$$

$$x^2-10x-10x+100+x^2=8x+2$$

$$2x^2-28x+98=0$$

(טרינום)

$$\boxed{x=7}$$

$$y=x-5$$

$$y=7-5$$

$$\boxed{y=2}$$

משוואות ממעלות גבוהות

משוואה ממעלה III

1 $x^3+5x^2-150x=0$

נוציא x כגורם משותף ונשווה
את כל הביטוי ל-0

$$\underbrace{x}_{a}\underbrace{(x^2+5x-150)}_{b}=0$$

המכפלה מתאפסת או ש $a=0$
או ש $b=0$, פותרת ומוצאת

$$\overset{a}{\boxed{x=0}} \qquad \overset{b}{\boxed{x^2+5x-150}}$$

$a=1 \quad b=5 \quad c=-150$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot(-150)}}{2}$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$\boxed{x_1=10} \qquad \boxed{x_2=-15}$$

2 $8x^3 - 9x^2 - 45x = 0$

$x\,(8x^2 - 9x - 45) = 0$

$\boxed{x = 0}$ $\boxed{8x^2 - 9x - 45}$

$a = 8 \quad b = -9 \quad c = -45$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-45)}}{2 \cdot 8}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 39}{16}$$

↙

$\boxed{x_1 = 3}$ $\boxed{x_2 = -1.875}$

משווה ממעלה רביעית

1 $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

$$(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$$

$\boxed{x^2 = t}$ נציב

(נציב t)

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

$\boxed{t_1 = 9}$ $\boxed{t_2 = 4}$

$\boxed{x^2 = 9}$ $\boxed{x^2 = 4}$

(כל המעבר)

$x^2 = 9 \,/\sqrt{\ }$ $x^2 = 4 \,/\sqrt{\ }$

$\boxed{x = \pm 3}$ $\boxed{x = \pm 2}$

(כשאנו מוציאים שורש
התשובה תמיד ±)

② $4x^2+5x^2+1=0$

$$\boxed{t=x^2}$$

$$4t^2+5t+1=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot4\cdot1}}{4\cdot2}$$

$$t_{1,2}=\frac{-5\pm3}{8}$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$t_1=\frac{-1}{4} \qquad t_2=-1$$

$$x^2=-\frac{1}{4}\ \Big/\sqrt{\ }$$

אין
פתרון

אי אפשר להוציא שורש
למספר שלילי

③ $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) = 21$

$x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} - \cancel{x^3} - \cancel{x^2} - \cancel{x} + x^2 + \cancel{x} + 1 = 21$

$x^4 + x^2 - 20 = 0$

$(x^2)^2 + x^2 - 20 = 0$

$\boxed{t = x^2}$

$t^2 + t - 20 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -20}}{2}$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$\swarrow \qquad \searrow$

$t_1 = 4 \qquad \cancel{t_2 = -5}$

אין
שרש
למינוס

$x^2 = 4 / \sqrt{\ }$

$\boxed{x = \pm 2}$

4 $(x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3=0$

$$\boxed{t=x^2-2x}$$

$t^2-2t-3=0$

$t_{1,2}$ . . .

$\boxed{t_1=3}$ $\boxed{t_2=-1}$

$x^2-2x=3$ $x^2-2x=-1$

$x^2-2x-3=0$ $x^2-2x+1=0$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$

$\boxed{x=3}$ $\boxed{x=1}$ $\boxed{x=1}$

5 $\left(x+\frac{y}{x}\right)^2-12\left(x+\frac{y}{x}\right)+35=0$

$$\boxed{t=x+\frac{6}{x}}$$

$$t^2-12t+35=0$$

$$t_{1,2}=\frac{12\pm\sqrt{12^2-4\cdot1\cdot35}}{2}$$

$$t_{1,2}=\frac{12\pm2}{2}$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$\boxed{t_1=7} \qquad \boxed{t_2=5}$$

$x+\frac{6}{x}=7 \quad \backslash x$

$x^2+6=7x$

$x^2-7x+6=0$

$\boxed{x_1=6} \quad \boxed{x_2=1}$

$x+\frac{6}{x}=5 \quad \backslash x$

$x^2+6=5x$

$x^2-5x+6=0$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot6}}{2}$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}$$

$\boxed{x_1=3} \quad \boxed{x_2=2}$

6 $(x^2-6x+3)^2+7(x^2-6x+3)+10=0$

$$\boxed{x^2-6x+3=t}$$

$$t^2+7t+10=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot1\cdot10}}{2}$$

$$t_{1,2}=\frac{-7\pm3}{2}$$

↙ ↘

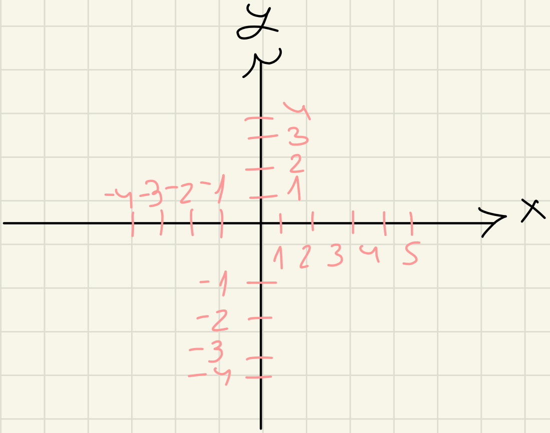
$\boxed{t_1=-5}$ $\boxed{t_2=-2}$

$x^2-6x+3=-5$	$x^2-6x+3=-2$
$x^2-6x+8=0$	$x^2-6x+5=0$
$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot8}}{2}$	$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot5}}{2}$
$x_{1,2}=\frac{6\pm2}{2}$	$x_{1,2}=\frac{6\pm4}{2}$
$\boxed{x=4}$ $\boxed{x=2}$	$\boxed{x_1=5}$ $\boxed{x_2=1}$

גרפים ופונקציות

מערכת צירים -

מערכת צירים מורכבת מציר y (גובה) וציר x (אורך)


y
x
1 2 3 4 5
-4 -3 -2 -1
1 2 3 4
-1 -2 -3 -4

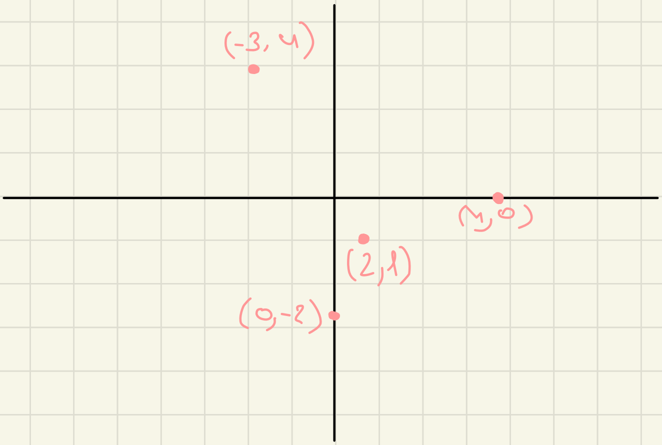
נקודה -

מורכבת משיעור הx ושיעור הy (x,y)

תרגיל -

סמנו את הנקודות הבאות על מערכת צירים

$(0,-2)$ $(-3,4)$ $(2,-1)$ $(4,0)$



פונקציה-

משוואה שבה קיים משתנה אחד תלוי (המושפע) ומשתנה אחד בלתי תלוי (המשפיע)

משוואת הישר-

לכל ישר קיימת התבנית הבאה:

$$\boxed{y=mx+n}$$

לדוגמא-

נתון הישר $y=2x+3$ (ה y התלוי)

נתון ← $\boxed{x=1}$ (בלתי תלוי x)

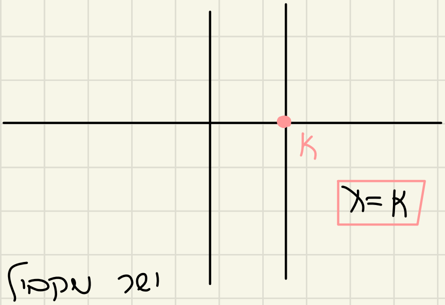
$y=2\cdot1+3=5$

- מי שמבודד הוא התלוי

M שיפוע הישר – תפקידו לקבוע את כוון הישר, כאשר ה M חיובי נקבל ישר עולה $(M>0)$, שיפוע שלילי $(M<0)$ ישר יורד, אם השיפוע אפס $(M=0)$ ישר המקביל לציר ה X $(y=n)$

בה״מ $= M$

(בטוי חסר משמעות)



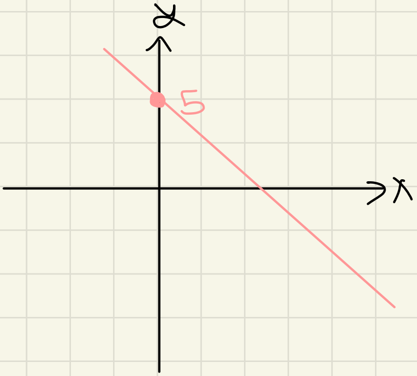
$\boxed{x=k}$

ישר מקביל לציר ה y

n - נקודת החיתוך עם ציר ה- y

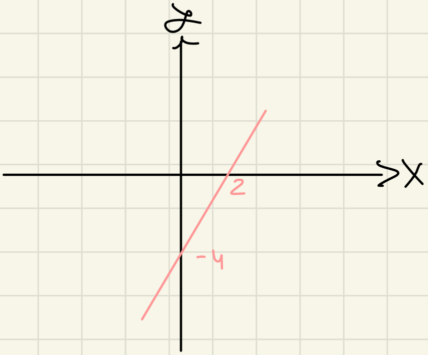
$$y = -2x + 5$$

$$y = M + n$$



משפט 1 - אם נרצה למצוא נקודת חיתוך עם ציר הy נציב
x=0 במשוואה, למצוא נק' חיתוך עם ציר ה x נציב
y=0 במשוואה.

לדוגמא: $y=2x-4$



$$\boxed{x=0}$$

$$y = 2\cdot 0-4$$

$$y=-4$$

$$(0,-4)$$

$$\boxed{y=0}$$

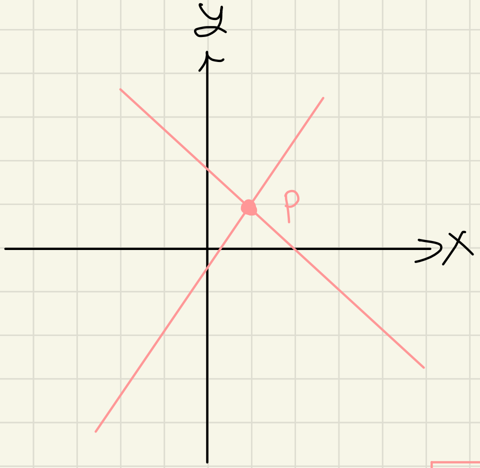
$$0 = 2x-4$$

$$4 = 2x \quad /:2$$

$$2 = x$$

$$(2,0)$$

משוב 2- למציאת נקודת חיתוך בין 2 ישרים, נשווה את משוואות הישרים.



תרגיל - $\boxed{y=2x-4}$ ו- $\boxed{y=x-2}$

א- מצוא נקודות חיתוך עם הצירים עבור כל ישר

ב- מצוא נקודת מפגש

ג- שרטוט את הישרים

א-

$\boxed{y=2x-4}$

$x=0$
$y=2\cdot0-4$
$y=-4$
$\boxed{(0,-4)}$

$y=0$
$0=2x-4$
$4=2x \quad /:2$
$x=2$
$\boxed{(2,0)}$

$\boxed{y=x-2}$

$x=0$
$y=0-2$
$y=-2$
$\boxed{(0,-2)}$

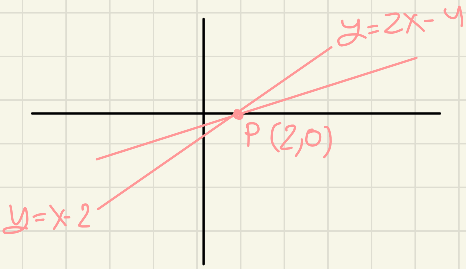
$y=0$
$0=x-2$
$2=x$
$\boxed{(2,0)}$

ב-

$x-2=2x-4$
$x=2$

$y=2-2$
$y=0$

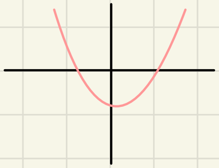
$\boxed{P(2,0)}$



הפרבולה - היא התיאור הגרפי של משוואה ריבועית

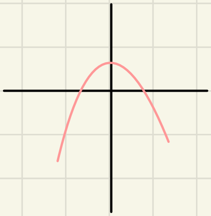
$$\boxed{y=ax^2+bx+c}$$

אם המקדם של x^2 חיובי $a>0$



צוחקת

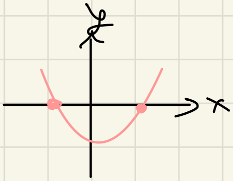
אם המקדם של x^2 שלילי $a<0$



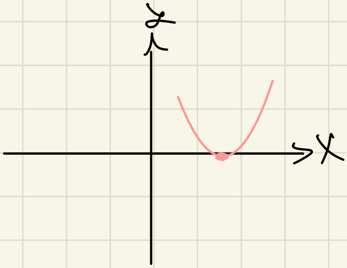
בוכה

- ה a לא יהיה $= 0$ בפרבולות אחרת זה לא פרבולה.

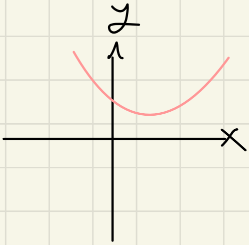
אם פתרנו משוואה ריבועית וקיבלנו 2 תשובות, הפרבולה נוגעת פעמיים בציר ה x



אם קיבלנו תשובה אחת, הפרבולה נוגעת פעם אחת בציר ה- x (בקודקוד)



אם לא קיבלנו פתרון הפרבולה לא נוגעת בציר ה x נקראת "פרבולה מרחפת"



קודקוד- נמצא את שיעור ה-x של קודקוד הפרבולה לפי הנוסחה:

y - לפי ה x (מציבים)

$$\boxed{x=\frac{-b}{2a}}$$

דוגמה- נתונה המשוואה $y=x^2-7x+10$

א- מצאו חיתוך עם הצירים

ב- רשמו את קודקוד הפרבולה

ג- שרטטו את הפרבולה

א- $y=x^2-7x+10$

$y=0$

$0=x^2-7x+10$

$\swarrow \quad \searrow$

$5 \quad 2$

$(5,0) \quad (2,0)$

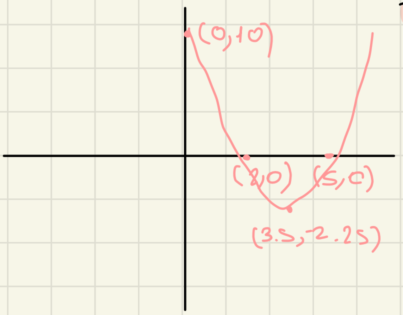
$x=0$

$y=0-7\cdot0+10$

$y=10$

$(0,10)$

ג-



ב- $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-7)}{2\cdot1}=3.5$

$y(3.5)=3.5^2-7\cdot3.5+10=-2.25$

$(3.5,-2.25)$

$$\boxed{y = x^2 - 8x + 12}$$

א

$x = 0$

$y = 0^2 - 8 \cdot 0 + 12$

$y = 12$

$(0,12)$

$y = 0$

$0 = x^2 - 8x + 12$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 12}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 6$ $x_2 = 2$

$(6,0)$ $(2,0)$

ב

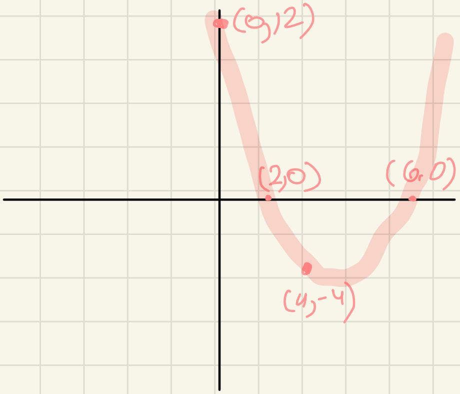
$$x = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = 4$$

$y = 4^2 - 8 \cdot 4 + 12$

$y = -4$

$(4,-4)$

ג



$$y = -x^2 + 5x$$

א-

$x = 0$

$y = 0^2 + 50$

$y = 0$

$(0,0)$

$y = 0$

$0 = -x^2 + 5x$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 5}{-2}$$

$x_1 = 0$ $\quad$ $x_2 = 5$

$y = 0$ $\quad$ $y = 0$

$(0,0)$ $\quad$ $(5,0)$

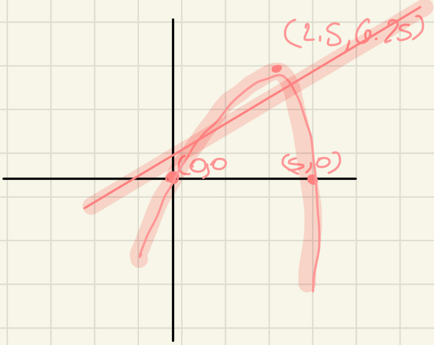
ב-

$$x = \frac{-5}{2 \cdot (-1)} = 2.5$$

$y = -(2.5)^2 + 5 \cdot 2.5 = 6.25$

$(2.5, 6.25)$

ג-



ד- $-x^2 + 5x = x + 3$

$0 = x^2 - 4x + 3$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3}}{2}$$

$$x_{1,2} \frac{4 \pm 2}{2}$$

$(3,6)$ $\quad$ $x_1 = 3$ $\quad$ $(1,4)$ $\quad$ $x_2 = 1$

$y = x^2 - 5x + 6$

א- $x = 0$

$y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6$

$y = 6$

$(0,6)$

$y = 0$

$0 = x^2 - 5x + 6$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2}$$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3$ $x_2 = 2$

$(3,0)$ $(2,0)$

ב- $x = \frac{-(-5)}{2 \cdot 1} = 2.5$

$y = 2.5^2 - 5 \cdot (2.5) + 6 = -0.25$

$(2.5, -0.25)$

$y = -x + 2$ חיתוך עם הישר

ג- $x^2 - 5x + 6 = -x + 2$

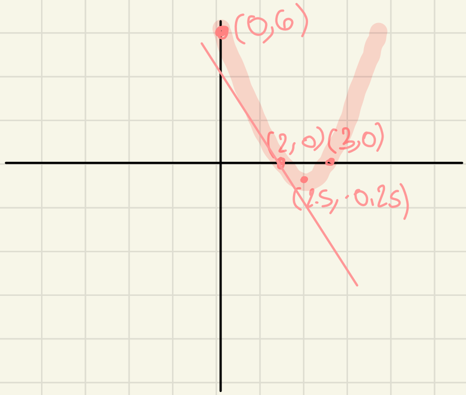
$x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4}}{2}$$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 0}{2}$

$x = 2$ $(2,0)$

ד-



11.4.22

אי שוויונים:

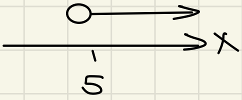
הגדרה-

אי שוויון מתאר טווח של ערכים

$x > 5$ $(5.1, 6, 7, 8 \dots \infty)$ לא כולל 5

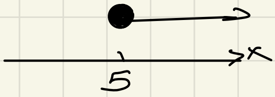
$x \geq 5$ $(\underline{\underline{5}}, 6, 7, 8, 9\ \infty)$ כולל 5

אם האי שוויון אינו כולל את נקודת הקצה, נסמן אותה עם עיגול ריק $x > 5$



אם זה כולל את נקודת הקצה, עיגול מושחר

$x \geq 5$



אי-שוויון ממעלה I

נפתור אי-שוויון ממעלה I בדיוק כפי שפתרנו משוואה ממעלה I מלבד הבדל אחד, אם כפלנו / חילקנו במספר שלילי, נהפוך את סימן האי שוויון.

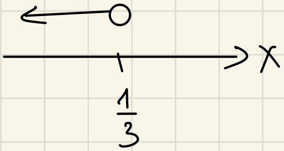
1

$3x - 5 + x < 4 - 2x - 7$

$4x + 2x < -3 + 5$

$6x < 2 \quad /:6$

$\boxed{x < \frac{1}{3}}$



2

$$\frac{4(x+2)}{3} - \frac{17-2x}{12} < \frac{2x}{1} \quad \backslash 12$$

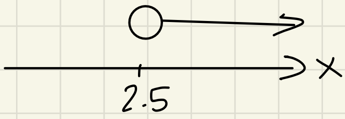
$16(x+2) - 1(17 - 2x) < 24x$

$16x + 32 - 17 + 2x < 24x$

$16x + 2x - 24x < -32 + 17$

$-6x < -15 \quad /:-6$

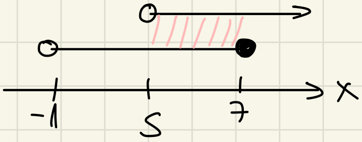
$\boxed{x > 2.5}$



מערכת "וגם":

במערכת "וגם" נחפש את האיזור המשותף למספר אי שוויונים.

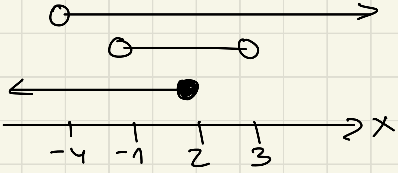
① $x>5$ וגם $-1<x\leq 7$



$$\boxed{5<x\leq 7}$$

② $x\leq 2$ וגם $-1\leq x<3$

וגם $x>-4$



$$\boxed{-1\leq x\leq 2}$$

3

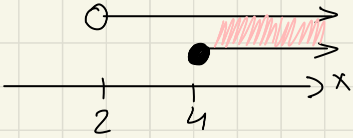
$6 - x < -2(x-1) + 3x$ pel $2x - 5 \leq 3(x-3)$

$6 - x < -2x + 2 + 3x$ $\quad$ $2x - 5 \leq 3x - 9$

$6 - x < x + 2$ $\quad$ $-x \leq -4 \ /: -1$

$-2x < -4 \ / : -2$ $\quad$ $\boxed{x \geq 4}$

$\boxed{x > 2}$



$\boxed{x \geq 4}$

4

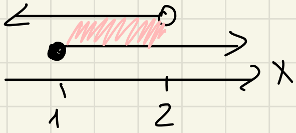
$x + 3 \leq 5x - 1 < 2x + 5$

↙ pel ↘

$x + 3 \leq 5x - 1$ $\quad$ $5x - 1 < 2x + 5$

$-4x \leq -4 \ /. -4$ $\quad$ $3x < 6 \ /:3$

$\boxed{x \geq 1}$ $\quad$ $\boxed{x < 2}$



$\boxed{1 \leq x < 2}$

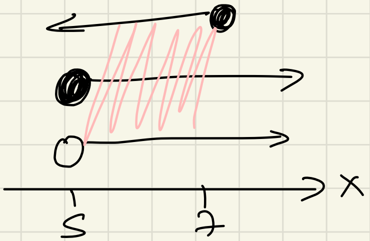
5 $x+8<6x-17$ וגם $3(x-1)\leq 2x+4$ וגם $3-x\leq x-7$

$-5x<-25$ $\qquad$ $3x-3\leq 2x+4$ $\qquad$ $-x-x\leq -3-7$

$x>5$ $\qquad$ $3x-2x\leq 3+4$ $\qquad$ $-2x\leq -10 \,/:2$

$x\leq 7$

$x\geq 5$

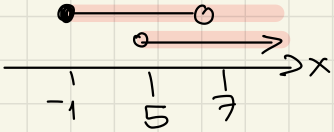


$\boxed{5<x\leq 7}$

מערכת "או"

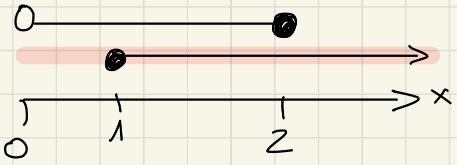
במערכת "או" נתפוס את האיזור המאוחד מספר אי - שוויונים

$x>5$ או $-1\leq x<7$



$\boxed{x\geq -1}$

2 $1 \leq x$ "llc" $0 < x \leq 2$



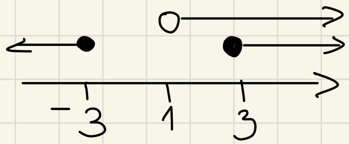
$\boxed{x > 0}$

3 $-6x+7 < -3x-2$ llc $x+4 \leq -x-2$ llc $3x-1 < 4x-2$

$-6x+3x < -7-2$ $x+x \leq -4-2$ $3x-4x < +1-2$

$-3x \leq -9 \,/ :-3$ $2x \leq -6 \,/ :2$ $-x < -1 \,/ :-1$

$x \geq 3$ $x \leq -3$ $x > 1$



$$\boxed{\begin{matrix} x > 1 \\ x \leq -3 \end{matrix}}$$

4 $(-6x+7<-3x-2$ או $-3x+3<-x-1)$ וגם $6x-9<4x-1$

$\boxed{x>3}$

$-3x+x<-3-1$

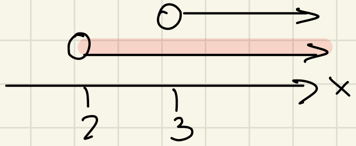
$-2x<-4$

$\boxed{x>2}$

$6x-4x<9-1$

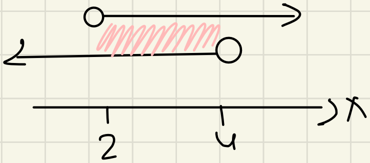
$2x<8 \;/:2$

$\boxed{x<4}$



$\boxed{x>2}$

↓



$\boxed{2<x<4}$

תשובה
סופית

5

$-6x+7<-3x-2$ ılc $\left(-3x+3<-x-1\right.$ pcl $\left.6x-9<4x-1\right)$

$\boxed{x>3}$

$-3x+x<-3-1$

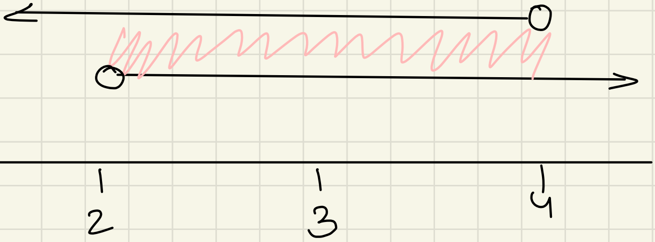
$-2x<-4$

$\boxed{x>2}$

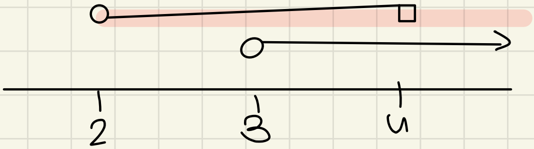
$6x-4x<9-1$

$2x<8 \,|:2$

$\boxed{x<4}$



$\boxed{2<x<4}$



$\boxed{x>2}$

תחום הגדרה של שורש

במתמטיקה אסור להוציא שורש מעלה זוגי של מספר שלילי

$$y=\sqrt{F(x)}$$

תחום הגדרה $\boxed{F(x)\geq 0}$

① מצאו תחום הגדרה עבור הפונקציה

$$y=\sqrt{2x+4}$$

$$2x+4\geq 0$$

$$2x\geq -4$$

$$\boxed{x\geq -2}$$ ת.ה

② $y=\dfrac{1}{\sqrt{8-4x}}$

$$8-4x>0$$

$$8>4x \quad /:4$$

$$\boxed{2>x}$$ ת.ה

③ $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{2x-4}$

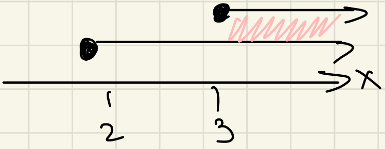
$x-3 \geq 0$

$\boxed{x \geq 3}$

$2x-4 \geq 0$

$2x \geq 4$

$\boxed{x \geq 2}$



$\boxed{x \geq 3}$ ת.ה

④ $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \sqrt{5x-15}$

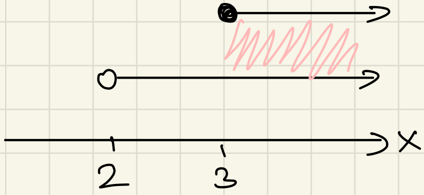
$x-2 > 0$

$\boxed{x > 2}$

$5x-15 \geq 0$

$5x \geq 15 \quad | :5$

$\boxed{x \geq 3}$



$\boxed{x \geq 3}$ ת.ה

אי - שוויון ממעלה II

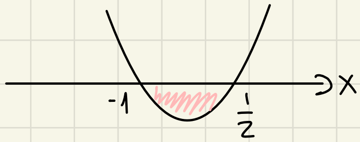
① $2x^2 + x - 1 \leq 0$

פותרים משוואה רבועית

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$\boxed{x_1 = -1}$ $\boxed{x_2 = \frac{1}{2}}$

נשרטט פרבולה העוברת בנק' שקיבלנו



נסמן את התחום המבוקש בשאלה

$$-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

② $x(7-4x) \leq 5x(x-1)$

$7x-4x^2 \leq 5x^2-5x$

$7x-4x^2-5x^2+5x \leq 0$

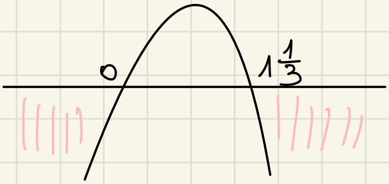
$-9x^2+12x \leq 0 \quad /:3$

$-3x^2+4x \leq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-4\cdot(-3)\cdot 0}}{2\cdot(-3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4}{-6}$$

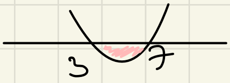
$\boxed{x_1 = 1\frac{1}{3}}$ $\boxed{x_2 = 0}$

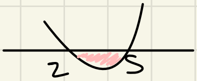


$$\boxed{\begin{gathered} x \geq 1\frac{1}{3} \\ x \leq 0 \end{gathered}}$$

3 $x^2-10x+21\le 0$ pcl $x^2-7x+10<0$

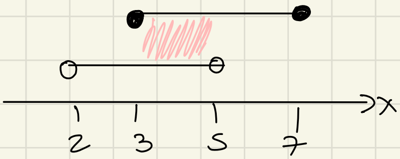
$x=7$ $x=3$ $x=5$ $x=2$





$\boxed{3\le x\le 7}$

$\boxed{2<x<5}$



$\boxed{3\le x<5}$

4

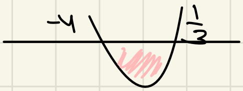
$2x^2+5x-3<0$ IIc $3x^2+11-4<0$

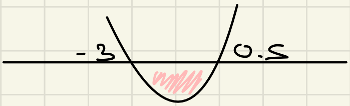
$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot(2)\cdot(-3)}}{2\cdot 2}$$

$$x_{1,2}=\frac{-11\pm\sqrt{11^2-4\cdot 3\cdot(-4)}}{2\cdot 3}$$

$x_{1,2}=\frac{-5\pm 7}{4}$ ↗ $x_1=-3$ ↘ $x_2=0.5$

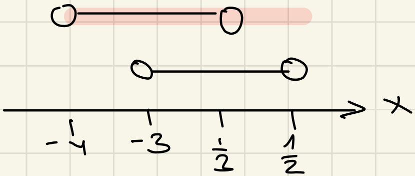
$x_{1,2}=\frac{-11\mp 13}{6}$ ↗ $x_1=\frac{1}{3}$ ↘ $x_2=-4$





$\boxed{-4<x<\frac{1}{3}}$

$\boxed{-3<x<0.5}$



$\boxed{-4<x<\frac{1}{2}}$

אי-שוויונים ממעלה III

⑤ $2x^2+3x-1 < 3x^2+2 < 2x^2+x+8$

$$\swarrow \qquad\qquad \searrow$$

$2x^2+3x-1<3x^2+2$

$2x^2+3x-1-3x^2-2<0$

$-x^2+3x-3<0$

$$\cancel{x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)}}{-2}}$$

(אין פתרון)

וגם

$3x^2+2<2x^2+x+8$

$3x^2+2-2x^2-x-8<0$

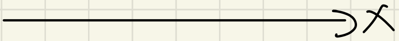
$x^2-x-6<0$

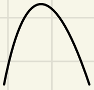
$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{6}$$

$$x_{1,2}=\frac{1\pm5}{6}$$

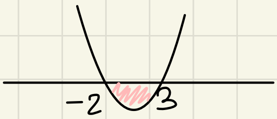
$$\swarrow \qquad \searrow$$

$x_1=3 \qquad x_2=-2$

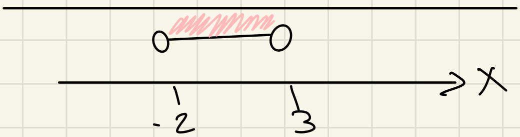




$\boxed{\text{כל } x}$



$-2<x<3$



$\boxed{-2<x<3}$

6 $y = \sqrt{4x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}$

$4x^2 - 1 \geq 0$

$4x^2 \geq 1 \quad / : 4$

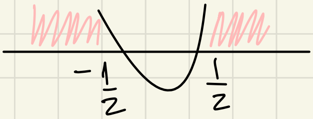
$x^2 \geq 0.25 \quad / : \sqrt{}$

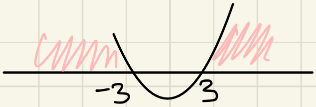
$x \geq \pm \frac{1}{2}$

$x^2 - 9 > 0$

$x^2 > 9 \quad / : \sqrt{}$

$x > \pm 3$

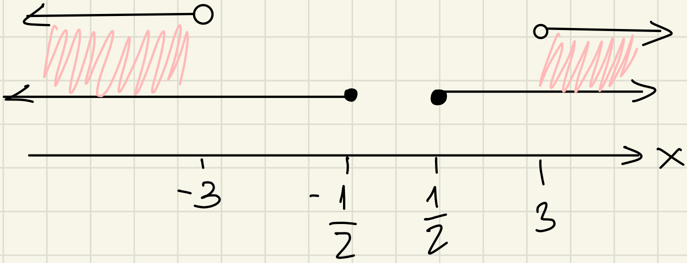

$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$



$x \geq \frac{1}{2} \qquad x \leq -\frac{1}{2}$

$x > 3$

$x < -3$


-3
$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
3
x

$x < -3 \qquad x > 3$

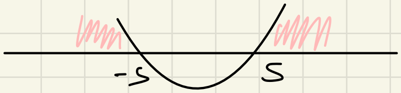
⑦ $y = \sqrt{x^2 - 25} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 8}}$

$x^2 - 25 \geq 0$

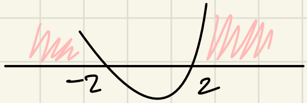
$\boxed{x = 5}$ $\boxed{x = -5}$

$2x^2 - 8 > 0$

$x = 2$ $x = -2$

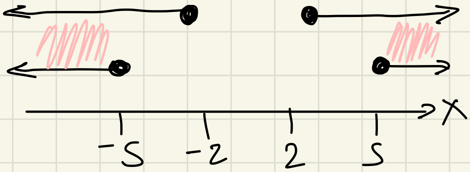


pcl



$\boxed{\begin{array}{l} x \geq 5 \\ x \leq 5 \end{array}}$

$\boxed{\begin{array}{l} x > 2 \\ x < -2 \end{array}}$



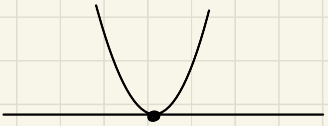
$\boxed{\begin{array}{l} x \geq 5 \\ x \leq -5 \end{array}}$

8 $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2}$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

$x = 1$



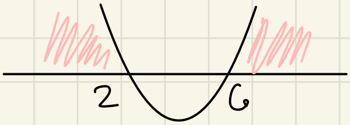
$\boxed{x\ \mathcal{D}}$

11c $x^2 - 8x + 12 < 0$

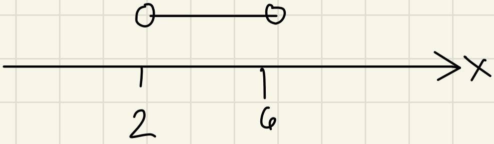
$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$x = 6$ $x = 2$



$x > 6$
$x < 2$



$\boxed{x \quad \mathcal{D}}$

25.4 22
שעור 6

חשבון דיפרנציאלי (חוקים)

בנושא זה נחקור פונקציות, על מנת שנוכל לחקור פונקציות, עלינו להכיר את חוקי הגזירה.

1. $y = x^n$

זכור ← $y' = n \cdot x^{n-1}$

$y = x^8$

$y' = 8 \cdot x^{8-1} \rightarrow 8x^7$

$y = x^{10}$

$y' = 10 \cdot x^9$

2. $y = 5 \cdot x^8$

$y' = 5 \cdot 8 x^7 = 40x^7$

$y = 6 \cdot x^{10}$

$y' \cdot 6 \cdot 10 x^9 = 60x^9$

3. $y = a$

$y' = 0$

$y = 1024$

$y' = 0$

4. $y = x$

$y' = 1$

$y = 5 \cdot x$

$y' = 5 \cdot 1 = 5$

תירגול -

1 $y = x^4 + 5 \cdot x^2 + 10x + 12$

$y' = 4x^3 \cdot 5 \cdot 2x^1 + 10 \cdot 1 + 0$

$\boxed{y' = 4x^3 \cdot 10x + 10}$

2 $y = x^6 - 2x^5 + 18 - 3x + x^2$

$y' = 6x^5 - 2 \cdot 5x^4 + 0 - 3 \cdot 1 + 2x^1$

$\boxed{y' = 6x^5 - 10x^4 - 3 + 2x}$

3 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x^3 - 12 + \frac{1}{3}x^3$

$y' = \frac{1}{2} \cdot 2x + 4 \cdot 3x^2 - 0 + \frac{1}{3} \cdot 3x^2$

$\boxed{y' = x + 12x^2 + x^2}$

המשך חוקים:

$$y = \frac{x^2}{5}$$

$$y' = \frac{2x}{5}$$

5. $y = \frac{u}{v}$

$$y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v2}$$

$$y = \frac{x^2}{x+5} \quad \begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$$

$u = x^2$ $\quad$ $v = x+5$

$u' = 2x$ $\quad$ $v' = 1$

$$y' = \frac{2x \cdot (x+5) - x^2 \cdot 1}{(x+5)^2}$$

$$y = \frac{x^2-7}{5-x^3} \quad \begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$$

$u = x^2 - 7$ $\quad$ $v = 5 - x^3$

$u' = 2x$ $\quad$ $v' = -3x^2$

$$\frac{2x \cdot (5-x^3) - x^2 - 7 \cdot (-3x^2)}{(5-x^3)^2}$$

6. $y = \sqrt{F(x)}$

$$y' = \frac{F'(x)}{2 \cdot \sqrt{F(x)}}$$

$$y = \sqrt{x^3 - 5x^2}$$

$$y' = \frac{3x^2 - 10x}{2 \cdot \sqrt{x^3 - 5x^2}}$$

$$y = \sqrt{5x^4 - 10 + x^3}$$

$$y' = \frac{20x^3 + 3x^2}{2 \cdot \sqrt{5x^4 - 10} \cdot x^3}$$

$y = \sqrt{-10x^4 - 3x^2 - x^5}$

$$y' = \frac{-40x^3 - 6x - 5x^4}{2 \cdot \sqrt{-10x^4 - 3x^2 - x^5}}$$

7 $y = e^{F(x)}$

$y' = e^{F(x)} \cdot F'(x)$

$y = e^{-x^3+10x}$

$y' = e^{-x^3+10x} \cdot (-3x^2+10)$

$y = e^{-\frac{1}{2}x^2+5x}$

$y' = e^{-\frac{1}{2}x^2+5x} \cdot (-x+5)$

8 $\ln[F(x)]$

$$y' = \frac{F'(x)}{f(x)}$$

$y = \ln(x^5 - 4x^2)$

$$y' = \frac{5x^4 - 8x}{x^5 - 4x^2}$$

$y = \ln(-x^6 + 5x^3 - 10)$

$$\frac{-6x^5 + 15x^2}{-x^6 + 5x^3 - 10}$$

9 $y = [F(x)]^n$

$y' = n \cdot [F(x)]^{n-1} \cdot F'(x)$

$y = (x^6 + 5x^3)^8$

$y' = 8(x^6 + 5x^3)^7 \cdot (6x^5 + 15x^2)$

$y = (10 - 12x + x^8)^{12}$

$y' = 12(10 - 12x + x^8)^{11} \cdot (-12 + 8x^7)$

⑩ $y = u \cdot v$

$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$y = \underbrace{x^3}_{u} \cdot \underbrace{(x+5)}_{v}$

$u = x^3$ $\quad v = (x+5)$

$u' = 3x^2$ $\quad v' = 1$

$y' = 3x^2 \cdot (x+5) + x^3 \cdot 1$

- [illegible]

① $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2-7}$

$u = \sqrt{x}$ $\quad v = x^2-7$

$u' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad v' = 2x$

$$y = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot (x^2-7) - \sqrt{x} \cdot 2x}{(x^2-7)^2}$$

2 $y = \sqrt{e^{-x^3+2x}}$

$$y' = \frac{e^{-x^3+2x} \cdot (-3x^2+2)}{2 \cdot \sqrt{e^{-x^3+2x}}}$$

3 $y = \dfrac{e^{x^2}}{x}$

$u = ex^2$ $v = x$

$u' = ex^2 \cdot 2x$ $v = 1$

$$y' = \frac{e^{x^2} \cdot 2x \cdot x - 1 \cdot e^{x^2} \cdot 1}{x^2}$$

4 $y = \ln\left(\dfrac{x}{x^3-1}\right)$

$$y' = \frac{\dfrac{1 \cdot (x^3-1) - x \cdot 3x^2}{(x^3-1)^2}}{\left(\dfrac{x}{x^3-1}\right)}$$

⑤ $y = e^{-x^2} \cdot \ln x$

$u = e^{-x^2}$ $v = \ln x$

$u' = e^{-x^2} \cdot (-2x)$ $v' = \frac{1}{x}$

$$y' = e^{-x^2} \cdot (2x) \cdot \ln x + e^{-x^2} \cdot \frac{1}{x}$$

נגזרת של פונקציה סתומה

פונקציה שעבורה לא ניתן לבודד את y נקראת פונקציה סתומה.

$$y^3 + 5y = 12x + y^2$$

- גוזרים ל y'
- מבודדים y'

①

$$5y + y^2 = 12x + 8$$

$$5y' + 2y\,y' = 12$$

$$y' \cdot (5 + 2y) = 12 \quad /:(5+2y)$$

$$\boxed{y' = \frac{12}{5+2y}}$$

②

$$5y^3 - 12x^4 = 18 - 5y$$

$$15y^2 \cdot y' - 48x^3 = 0 - 5 \cdot y'$$

$$15y^2 \cdot y' + 5y' = 48x^3$$

$$y'(15y^2 + 5) = 48x^3 \quad /:15y^2+5$$

$$\boxed{y' = \frac{48x^3}{15y^2+5}}$$

③ $\overset{u}{\overbrace{x^2}}\cdot\overset{v}{\overbrace{y}} + 5x^3 = 12y^3 + 10$

גזור

$u = x^2 \qquad v = y$

$u' = 2x \qquad v' = y'$

$\overbrace{2x\cdot y + x^2\cdot y'} + 15x^2 = 36y^2\cdot y'$

$x^2\cdot y' - 36y^2\cdot y' = -15x^2 - 2xy$

$$y' = \frac{-15x^2 - 2xy}{x^2 - 36y^2}$$

④ $x^2\cdot y^3 + 10x^4 - 12 = 6y^2 - 4x$

$u = x^2 \qquad v = y^3$

$u' = 2x \qquad v' = 3y^2\cdot y'$

$2x\cdot y^3 + x^2\cdot(3y^2\cdot y') + 40x^3 = 12y\cdot y' - 4$

$x^2\cdot 3y^2\cdot y' - 12y\cdot y' = -4 - 40x^3 - (2x\cdot y^3)$

$y'(x^2\cdot 3y^2 - 12y) = -4 - 40x^3 - (2x\cdot y^3)$

$$y' = \frac{-4 - 40x^3 - (2x\cdot y^3)}{x^2\cdot 3y^2 - 12y}$$

5 $5x \cdot y^3 + 12x^3 = y^5 + 12y$

$u = 5x \qquad v = y^3$

$u' = 5 \qquad v' = 3y^2 \cdot y'$

$$5 \cdot y^3 + \underline{5x \cdot (3y^2 \cdot y')} + 36x^2 = \underline{5y^4 \cdot y'} + \underline{12y'}$$

$$5x \cdot (3y^2 \cdot y') - 5y^4 \cdot y' - 12y' = -5y^3 - 36x^2$$

$$y' \left(5x \cdot 3y^2 - 5y^4 - 12 \right) = -5y^3 - 36x^2$$

$$\boxed{y' = \frac{-5y^3 - 36x^2}{5x \cdot 3y^2 - 5y^4 - 12}}$$

2.5.22
שעור 7

חקירה מלאה של פונקציה

1 **תחום הגדרה** -
במתמטיקה אסור לחלק ב-0, במידה וקיבלנו פונקציות
שבר עם משתנה במכנה, נבדוק איזה מספר מאפס
את המכנה ומספר זה אסור לפונקציה

I $y = x^3 - 2x^2 + 4x + 10$

ת.ה
כל x

II $y = \frac{x}{x-5}$

ת.ה
$x - 5 \neq 0$
$x \neq 5$

III $y = \frac{x}{x^2 - 7x + 12}$

ת.ה
$x^2 - 7x + 12 \neq 0$
$x \neq 4 \qquad x \neq 3$

2 אסימפטוטות -

אסימפטוטה היא התיאור הגרפי של תחום ההגדרה

אסימפטוטה אנכית - אסימפטוטה שווה לתחום ההגדרה

I

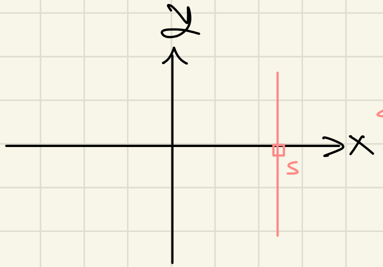
$y=\frac{x}{x-5}$

ת.ה

$x\neq5$

$\leftarrow$ $x=5$ $\leftarrow$

אנכית



II

$$y=\frac{2}{x^2-9}$$

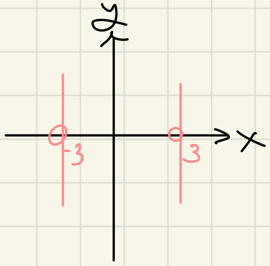
ת.ה

$x^2-9\neq0$

$x\neq3$ $x\neq-3$

אנכית

$x=3, x=-3$



אסימפטוטה אופקית - נניח שנתונה פונקציה מסוג

אם החזקה הכי גבוהה של המונה גדול מהמכנה אין אסימפטוטה אופקית,
אם ה חזקה הכי גבוהה במכנה גבוה מהמונה $y=0$
כלומר:

$$y=\frac{a\cdot x^m+\dots}{b\cdot x^n+\dots}$$

$m>n$	אין אסימפטוטה אופקית
$m<n$	$y=0$
$m=n$	$y=\frac{a}{b}$

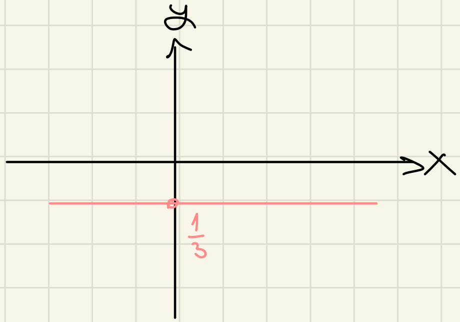
1 $y = \frac{2x-x^3}{3x^2+10x-5} \longrightarrow$ אין אסמטוטה אופקית

אם המכנה גדול מהמונה בחזקות
$y=0$

2 $y = \frac{2x-x^2}{3x^3+10x-5} \rightarrow y=0$

3 $y = \frac{2x-1x^3}{3x^3+10x-5} \rightarrow y=-\frac{1}{3}$

כאשר החזקות שוות, התשובה
תמיד תהיה יחס המקדמים (חילוק)



4 $y = \frac{8}{2 \cdot x^2 +5} \rightarrow y=0$

3 נקודות קיצון (מינימום/מקסימום)

נקודת קיצון היא נק' שבה הפונקציה משנה את כיוונה

1 גוזרים את הפונקציה ומשווים את התוצאה ב-0
כל נקודה שנתקבל נקראת "נקודה חשודה לקיצון"

2 לקביעת סוג הקיצון נבחר מספרים אקראיים לפני ואחרי כל נקודת קיצון שאותם נציב ב-y' אם:

$y'>0$ ← הפונקציה עולה

$y'<0$ ← הפונקציה יורדת

1

$$y=x^3+3x^2-9x-20$$

* נגזור ונשווה לאפס

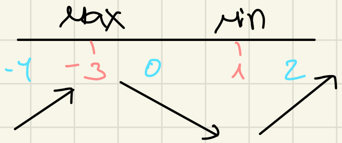
$$y'=3x^2+6x-9$$

$$3x^2+6x-9=0 \quad /:3$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$x=-3 \qquad x=1$$

* נבחר נק' אקראיות לפני ואחרי כל קיצון



$$y'=(-4)^2+2(-4)-3=+$$

$$y'=0^2+2\cdot0-3=-$$

$$y'=2^2+2\cdot2-3=+$$

*בודקת מה יוצא חיובי שלילי
ומסמנת חצים

*חוזרת לפונקציה המקורית
ומציבה את ה-x

$$y=(-3)^3+3(-3)^2-9(-3)-20=7$$

$$y=(1)^3+3(1)^2-9\cdot1-20=-25$$

$$\max(-3,7) \quad \min(1,-25)$$

תחומי עליה וירידה

נתאר את התחומים בעזרת החצים מהשלב הקודם

עליה	ירידה
$x<-3$	$-3<x<1$
$x>1$	

②

$y=12x-x^3$

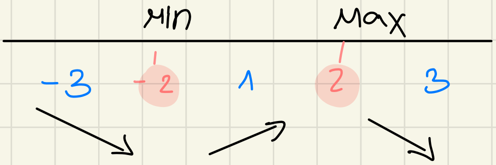
$y'=12-3x^2$

$12-3x^2=0$

$12=3x^2 \quad /:3$

$4=x^2 \quad /\sqrt{\ }$

$\boxed{x=\pm 2}$



$y'=12-3\cdot(-3)^2=-$

$y'=12-3\cdot(1)^2=+$

$y'=12-3\cdot(3)^2=-$

$y=12\cdot(-2)-(-2)^3=-16$

$y=12\cdot(2)-(2)^3=16$

$\text{Max}\ (2,16) \quad \text{min}\ (-2,-16)$

תחומי עליה וירידה:

$\boxed{\text{עליה}}$	$\boxed{\text{ירידה}}$
$-2<x<2$	$x<-2$
	$x>2$

3 $y = \frac{x^2}{x-2}$

$u = x^2$ $v = x-2$

$u' = 2x$ $v' = 1$

$$y' = \frac{2x\cdot(x-2) - x^2\cdot 1}{(x-2)^2}$$

$$y' = \frac{2x^2 - 4x - x^2}{(x-2)^2} = 0$$

$$y' = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} = 0$$

$x^2 - 4x = 0$

$\swarrow$ $\searrow$

$x_1 = 0$ $x_4 = 4$

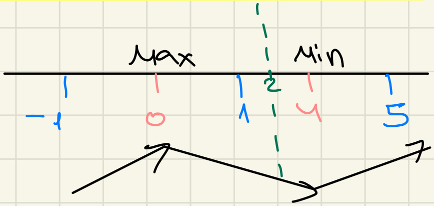
ת.ה

$x - 2 \neq 0$

$x \neq 2$

אסימפטוטה

אופקית | אנכית
אין אופקית | $x \neq 2$



$y' = (-1)^2 - 4\cdot -1 = +$

$y' = (1)^2 - 4\cdot 1 = -$

$y' = (5)^2 - 4\cdot 5 = +$

$y = \frac{0^2}{0-2} = 0$ $(0,0)$

$y = \frac{42}{4-2} = 2$ $(4,8)$

תחומי עליה וירידה

עליה:

$x > 4$

$x < 0$

ירידה:

$0 < x < 4$

$x \neq 2$

$$y=\frac{x^2-x-1}{x^2}$$

תחום

$x\neq 0$

אסימפטוטות:

אופקית

$y=\frac{1}{1}=1$

אנכית

$x=0$

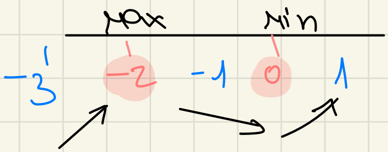
* קצן

$$y'=\frac{(2x-1)\cdot x^2-(x^2-x-1)\cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$y'=\frac{\cancel{2x^3}-x^2-\cancel{2x^3}+2x^2+2x}{x^4}$$

$x^2+2x=0$

$x=0$ $x=-2$



$y'(-3)=+$

$y'(-1)=-$

$y'(1)=-$

max $(-2,\ 1.25)$

min $x=0$

תחומי עליה וירידה:

עליה:

$x<-2$

$x>1$

ירידה:

$-2<x<0$

9.5.22

שעור 8

חקירת פונקציות מלאה

1 $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$

תה = כל x

min	$(-2,-4)$
max	$(0,0)$
min	$(2,-4)$

נק' קיצון

$y' = x^3 - 4x$

$x(x^2-4)$

$\swarrow \qquad \searrow$

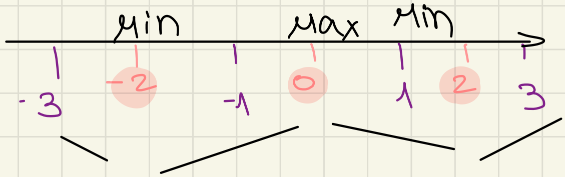
$\boxed{x=0}$

$x^2-4=0$

$x^2=4 / \sqrt{\ }$

$\boxed{x=\pm 2}$

עליה	ירידה
$-2<x<0$	$0<x<2$
$x>2$	$x<-2$



$y'(-3) = -$

$y'(-1) = +$

$y'(1) = -$

$y'(3) = +$

אין אסימפטוטות

$x=0$

$y = \frac{1}{4}\cdot 0^4 - 2\cdot 0^2$

$y=0$

$(0,0)$

$y=0$

$\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 = 0 / \cdot 4$

$x^4 - 8x^2 = 0$

$x^2(x^2-8)=0$

$x^2=0$

$x=0$

$(0,0)$

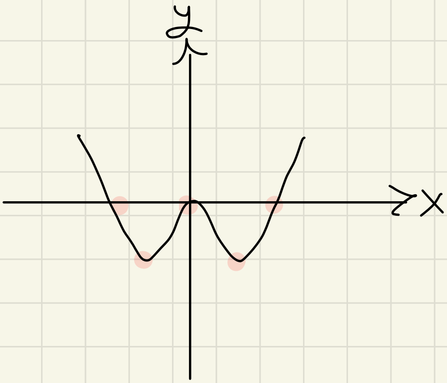
$x^2-8=0$

$x^2=8 : / \sqrt{\ }$

$x=\pm 2.82$

$(2.82,0)$

$(-2.82,0)$



② $y=\frac{4x+1}{x^2-2x}$

ת״ה - $x^2-2x\neq0$

$\swarrow$ $\searrow$

$x\neq0$ $x\neq2$

קיצון -

$u=4x+1$ $v=x^2-2x$

$u'=4$ $v'=2x-2$

$$y'=\frac{4(x^2-2x)-(4x+1)(2x-2)}{(x^2-2x)^2}=0$$

$4x^2-8x-(8x^2-8x+2x-2)=0$

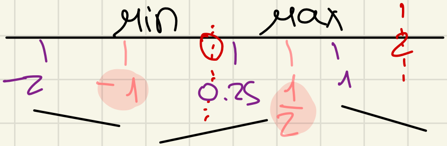
$4x^2-\cancel{8x}-8x^2+\cancel{8x}-2x+2=0$

$-4x^2-2x+2=0$

$-2x^2-x+1=0$

$\swarrow$ $\searrow$

$x=-1$ $x=\frac{1}{2}$



$y'(-2)=-$

$y'(0.25)=+$

$y'(1)=-$

$\boxed{min\,(-1,-1)\qquad max(\frac{1}{2},-4)}$

עולה

$-1<x<\frac{1}{2}$

$x\neq0$

ירידה

$x>\frac{1}{2}$

$x<-1$

$x\neq2$

אסימפטוטות:

אנכיות $x=0,\ x=2$

אופקית $y=0$

$x=0$

לא ניתן לחשב בגלל תחום ההגדרה

$y=0$

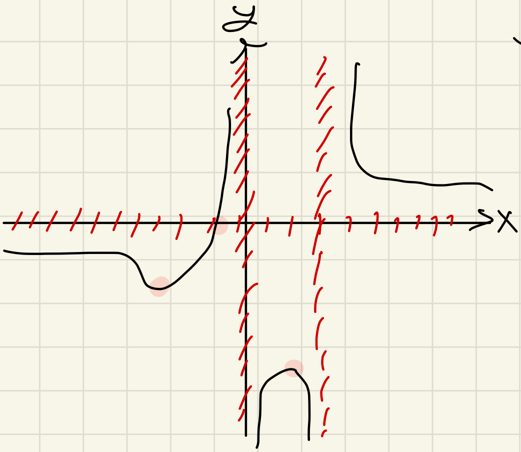
$\frac{4x+1}{x^2-2x}=0$

$4x+1=0$

$4x=-1$ /:4

$x=-0.25$

$(-0.25,0)$



הערה:

מותר לגעת באסימפטוטה אופקית במקרים הבאים:

1. אם נתונה נקודת חיתוך עם ציר ה-X
2. אם אני בודק ערך קיצון אין אפשרות אחרת
מלבד חיתוך לאופקית

באסימפטוטה אנכית לא נוגע בדיוק אף פעם

- ניתן לבצע מכנה משותף בצד אחד, המכנה נשאר
לכל הביטוי ולא מתבטל.

16.5.22
שיעור 9 → היה תרגול

23.5.22
שיעור 10

משוואה מעריכית

תמיד בודקים
ת.ה

1 $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

$2^3 \; 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

2 $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$

$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$

3 $\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$

$(2^4)^3 = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12}$

4 $\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$

$(2xy)^3 = 2^3 \cdot x^3 \cdot y^3$

5 $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$

$\left(\frac{2}{x}\right)^3 = \frac{2^3}{x^3}$

6 $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

7 $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n}$

$\left(\frac{2}{x}\right)^{-3} = \left(\frac{x}{2}\right)^3$

8 $\boxed{a^0 = 1}$

$1024^0 = 1$

9 $\boxed{a^1 = a}$

$2^1 = 2$

10 $\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}}$

I $\sqrt[2]{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$

II $\sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}}$

II אין מספר של $m = 2$

תרגול

1

$$\frac{(x\cdot y)^2\cdot(y^2)^3\cdot(x^2\cdot y3)^{-2}}{(x^{-2})^3\cdot(x^{-2})^{-1}}$$

$$\frac{x^2\cdot y^2\cdot(y^2)^3\cdot(x^2)^{-2}\cdot(y^3)^{-2}}{(x^{-2})^3\cdot(x^{-2})^{-1}\cdot x^2\cdot(y5)^2}$$

$$\frac{x^2\cdot y^2\cdot y^6\cdot x^{-4}\cdot y^{-6}}{x^{-6}\cdot x^2\cdot x^2\cdot y^{10}}$$

$$\frac{\cancel{x^{-2}}\cdot y^2}{\cancel{x^{-2}}\cdot y^{10}}$$

$$y^{2-10}=y^{-8}$$

②

$$\frac{(a^2\cdot b)^3\cdot(\sqrt[5]{a^2})^{10}\cdot(\sqrt[4]{6})^8}{(\sqrt[3]{a^2})^6\cdot(\sqrt[7]{a})^{14}\cdot(a\cdot b^3)^{-2}}$$

$$\frac{(a^2)^3\cdot b^3\cdot(a^{\frac{2}{5}})^{10}\cdot(b^{\frac{1}{4}})^8}{(a^{\frac{2}{3}})^6\cdot(a^{\frac{1}{7}})^{14}\cdot a^{-2}\cdot(b^3)^{-2}}$$

$$\frac{a^6\cdot b^3\cdot a^4\cdot b^2}{a^4\,a^2\cdot a^{-2}\cdot b^{-6}}$$

$$\frac{a^6\cdot b^5}{a^0\cdot b^{-6}}$$

$$a^6\cdot b^{5-(-6)}$$

$$a^6\cdot b^{11}$$

① $2^x = 32$

*בעשה הכו להביע שוות
בסיס ב-2 הופכים

$\cancel{2}^x = \cancel{2}^5$

$x = 5$

② $27^{x+1} = 9^{x-2}$

$(3^3)^{x+1} = (3^2)^{x-2}$

$3^{3(x+1)} = 3^{2(x-2)}$

$\cancel{3}^{3x+3} = \cancel{3}^{2x-4}$

$3x+3 = 2x-4$

$x = -7$

③ $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{x}{2}-1} = 3 \cdot 9^{2x+\frac{1}{2}}$

$\left(\frac{1}{3^4}\right)^{\frac{x}{2}-1} = 3^1 \cdot (3^2)^{2x+\frac{1}{2}}$

$(3^{-4})^{\frac{x}{2}-1} = 3^1 \cdot 3^{4x+1}$

$3^{\frac{-\cancel{4}x}{\cancel{2}}+4} = 3^1 \cdot 3^{4x+1}$

$3^{-2x+4} = 3^1 \cdot 3^{4x+1}$

$\cancel{3}^{-2x+4} = \cancel{3}^{1+4x+1}$

$-2x+4 = 4x+2$

$-6x = -2 \,/ : -6$

$x = \frac{1}{3}$

④ $(2\sqrt{2})^{x-3} = 16^{-x}$

$(2^{\frac{1}{2}})^{x-3} = (2^4)^{-x}$

$\cancel{2}^{0.5x-1.5} = \cancel{2}^{-4x}$

$0.5x - 1.5 = -4x$

$x = \frac{1}{3}$

⑤ $\sqrt[x-3]{16} = 64^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

$\sqrt[x-3]{2^4} = (2^6)^2 \cdot \left(\frac{1}{2^2}\right)^x$

$2^{\frac{4}{x-3}} = 2^{12} \cdot (2^{-2})^x$

$2^{\frac{4}{x-3}} = 2^{12} \cdot 2^{-2x}$

$\cancel{2}^{\frac{4}{x-3}} = \cancel{2}^{12-2x}$

$\frac{4}{x-3} = 12 - 2x \qquad \backslash x-3$

$4 = (x-3)(12-2x)$

$4 = 12x - 2x^2 - 36 + 6x$

$2x^2 - 18x + 40 = 0$

$x = 5 \qquad x = 4$

⑥ $\sqrt[x]{5^{x^2+x}} = \frac{25^x}{125}$

$5^{\frac{x^2+x}{x}} = \frac{(5^2)^x}{5^3}$

$5^{\frac{2x+x}{x}} = \frac{5^{2x}}{5^3}$

$\cancel{5}^{\frac{2x+x}{x}} = \cancel{5}^{2x-3}$

$\frac{2x+x}{x} = 2x-3 \quad /x$

$2x+x = x(2x-3)$

$2x+x = 2x^2-3x$

$0 = x^2-4x$

$\cancel{x=0} \quad x=4$

[illegible]

30.5.22

שיעור 11

חזקות

①

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = \left(\frac{1}{4^{x-3}}\right)^{\frac{4}{x}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = \left(\frac{1}{2^{2}(x-3)}\right)^{\frac{4}{x}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = \left(\frac{1}{2}\,2x-6\right)^{\frac{4}{x}}$$

$$2^{-x+2} = 2^{-(2x-6)\cdot\frac{4}{x}}$$

$$\cancel{2}^{-x+2} = \cancel{2}^{-2x+6\cdot\frac{4}{x}}$$

$$-x+2 = (-2x+6)\cdot\left(\frac{4}{x}\right)$$

$$-x+2 = \frac{-8x+24}{x} \quad \backslash x$$

$$-x^2+2x = -8x+24$$

$$-x^2+10x-24=0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\boxed{6} \qquad \boxed{4}$$

②

$$9^{x} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{3^{-1}} \cdot \sqrt[x]{81}$$

$$3^{2x} \cdot \sqrt{3^{3}} = \sqrt{3^{-1}} \cdot \sqrt[x]{3^{4}}$$

$$3^{2x} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{4}{x}}$$

$$\cancel{3}^{2x+1.5} = \cancel{3}^{-0.5+\frac{4}{x}}$$

$$2x + 1.5 = -0.5 + \frac{4}{x} \quad \cancel{x}$$

$$2x^{2} + 1.5x = -0.5x + 4$$

$$2x^{2} + 2x - 4 = 0$$

$$\downarrow \qquad \searrow$$

$$\boxed{-2} \qquad \boxed{4}$$

$$\frac{8}{2^x} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x^2+1} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{2^3}{2^x} \cdot \left(\frac{1}{2^2}\right)^{2x^2+1} = \frac{1}{2^4}$$

$$\frac{2^3}{2^x} \cdot 2^{-2(2x^2+1)} = 2^{-4}$$

$$2^{3-x} \cdot 2^{-4x^2-2} = 2^{-4}$$

$$2^{3-x-4x^2-2} = 2^{-4}$$

$$3-x-4x^2-2+4=0$$

$$-4x^2-x+5=0$$

$$\downarrow \qquad \searrow$$

$$x=1 \qquad x=-1.25$$

חיבור וחיסור בסיסים במשוואות מעריכיות

אבחנקה משוואה מעריכית

1 $2\cdot 3^x + 5\cdot 3^x = 63$

$t = 3^x$ נציב

$2t + 5t = 63$

$7t = 63 \quad /:7$

$t = 9$

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$\boxed{x = 2}$

2 $2^x + 2^{x+1} = 24$

$2^x + 2^x \cdot 2^1 = 24$

$t = 2^x$

$t + 2t = 24$

$3t = 24$

$t = 8$

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$

$\boxed{x = 3}$

3 $3\cdot 2^{x} - 2^{x-1} = 40$

$3\cdot 2^{x} - \frac{2^{x}}{2^{1}} = 40$

$2^{x} = t$

$3t - \frac{t}{2} = 40 \ \backslash 2$

$6t - t = 80$

$5t = 80 \ /:5$

$t = 16$

$2^{x} = 2^{4}$

$\boxed{x=4}$

4 $3\cdot 2^{x+3} - 5\cdot 2^{x+1} - 2^{x+2} = 40$

$2^{x} = 2^{2}$

$\boxed{x=2}$

$3\cdot 2^{x}\cdot 2^{3} - 5\cdot 2^{x}\cdot 2^{1} - 2^{x}\cdot 2^{2} = 40$

$2^{x} = t$

$24t - 10t - 4t = 40$

$10t = 40 \ /:10$

$t = 4$

⑤ $25^{x+1} + 5^{2x+3} = 30$

$5^{2x+2} + 5^{2x+3} = 30$

$5^{2x} \cdot 5^{2} + 5^{2x} \cdot 5^{3} = 30$

$5^{2x} = t$

$25t + 125t = 30$

$150t = 30 \quad /:150$

$t = 0.2$

$5^{2x} = 0.2$

$5^{2x} = 5^{-1}$

$2x = -1 \quad /:2$

$\boxed{x = -0.5}$

⑥ $5^{2x} - 6 \cdot 5^{x} + 5 = 0$

$(5^{x})^{2} - 6 \cdot 5^{x} + 5 = 0$

$t = 5^{x}$

$t^{2} - 6t + 5 = 0$

$\swarrow \quad \searrow$

$5 \qquad 1$

$t = 5 \qquad\qquad t = 1$

$5^{x} = 5^{1} \qquad\qquad 5^{x} = 5^{0}$

$\boxed{x = 1} \qquad\qquad \boxed{x = 0}$

⑦ $4^{x-1} + 2^{x-2} = 68$

$2^{2x-2} + 2^{x-2} = 68$

$(2^{x})^{2} \cdot 2^{-2} + 2^{x} \cdot 2^{-2} = 68$

$t = 2^{x}$

$0.25t^{2} + 0.25t - 68 = 0$

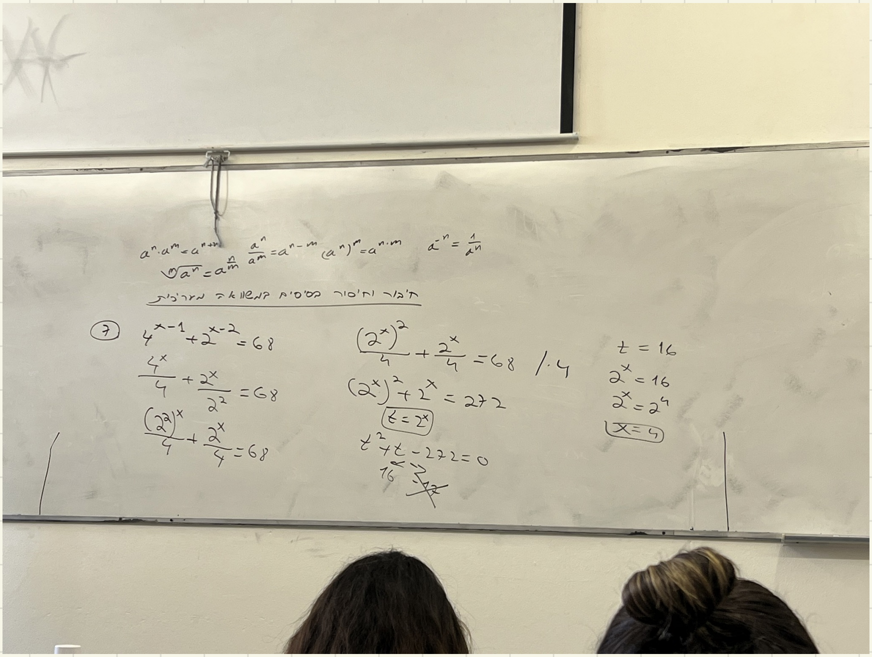
$$\frac{-0.25 \pm \sqrt{0.25^{2} - 4 \cdot 0.25 \cdot (-68)}}{0.25 \cdot 2}$$

-0.25 ± 16.5

$\swarrow \quad \searrow$

$16.25 \qquad -16.75$

תיקון
קבל
[illegible]



$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

חיבור וחיסור בסיסים במשוואה מעריכית

⑦ $4^{x-1} + 2^{x-2} = 68$

$\frac{4^x}{4} + \frac{2^x}{2^2} = 68$

$\frac{(2^2)^x}{4} + \frac{2^x}{4} = 68$

$\frac{(2^x)^2}{4} + \frac{2^x}{4} = 68 \quad / \cdot 4$

$(2^x)^2 + 2^x = 272$

$\boxed{t = 2^x}$

$t^2 + t - 272 = 0$

$16 \quad \cancel{-17}$

$t = 16$

$2^x = 16$

$2^x = 2^4$

$\boxed{x = 4}$

8

$$\frac{2}{9^x - 1} - \frac{1}{3^x + 1} = 0$$

$$\frac{2}{(3^x)^2 - 1} - \frac{1}{3^x + 1} = 0$$

$$t = 3^x$$

$$\frac{2}{t^2 - 1} - \frac{1}{t + 1} = 0$$

$$\frac{2}{(t-1)(t+1)} - \frac{1}{(t+1)} = 0 \quad \backslash t-1$$

$$2 - (t-1) = 0$$

$$2 - t + 1 = 0$$

$$3 = t$$

$$3^x = 3^1$$

$$\boxed{x = 1}$$

9 $3^{2x^2+1} - 3^{x^2+2} = 3^{x^2} - 3$

$3^{2x^2} \cdot 3^1 - 3^{x^2} \cdot 3^2 = 3^{x^2} - 3$

$(3^{x^2})^2 \cdot 3 - 3^{x^2} \cdot 9 = 3^{x^2} - 3$

$3^{x^2} = t$

$3t^2 - 9t = t - 3$

$3t^2 = 10t + 3 = 0$

$t = 3$ $\quad$ $t = \frac{1}{3}$

$3^{x^2} = 3^1$ $\quad$ $3^{x^2} = 3^{-1}$

$x^2 = 1 \quad /\sqrt{\ }$ $\quad$ $\cancel{x^2 = -1}$

$x = \pm 1$

6.6.22

שעור 12

1

$$\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}-x}=9\cdot\sqrt{27^{x^2}}$$

$$\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}-x}=3^2\cdot\sqrt{(3^3)^{x^2}}$$

$$3^{\frac{1}{2}}\cdot\left(3^{-4}\right)^{\frac{1}{4}-x}=3^2\cdot\sqrt{3^{3x^2}}$$

$$3^{0.5}\cdot3^{-1+4x}=3^2\cdot3^{\frac{3x^2}{2}}$$

$$3^{4x-0.5}=3^{2+\frac{3x^2}{2}}$$

$$4x-0.5=2+\frac{3x^2}{2}\quad /2$$

$$8x-1=4+3x^2$$

$$0=3x^2-8x+5$$

$$\swarrow\qquad\searrow$$

$$\boxed{x=\frac{5}{3}}\qquad\boxed{x=1}$$

2 $4^{2x+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-4} = 4^{x} + 4$

$(2^{2})^{2x+1} + (2^{-1})^{-2x-4} = (2^{2})^{x} + 2^{2}$

$2^{4x+2} + 2^{2x+4} = 2^{2x} + 2^{2}$

$(2^{2x})^{2} \cdot 2^{2} + 2^{2x} \cdot 2^{4} = 2^{2x} + 2^{2}$

$t = 2^{2x}$

$4t^{2} + 16t = t + 4$

$4t^{2} + 15t - 4 = 0$

$t_1 = \frac{1}{4}$ $t = -4$

$\frac{1}{4} = 2^{2x}$ $\cancel{-4 = 2^{2x}}$

$\frac{1}{2^{2}} = 2^{2x}$

t פיטוי מעריכי
(פסל כל תשובה
שלילית

$\cancel{2}^{-2} = \cancel{2}^{2x}$

$-2 = 2x$

$x = -1$

מבחן לדוגמא 1

② $$\frac{4}{x^2-1} + \frac{6}{5x-5} = \frac{2}{x-1}$$

$$\overset{5/}{\frac{4}{(x-1)(x+1)}} + \overset{x+1/}{\frac{6}{5(x-1)}} = \overset{5(x+1)/}{\frac{2}{x-1}} \qquad \backslash 5(x-1)(x+1)$$

$$20 + 6(x+1) = 10(x+1)$$

$$20 + 6x + 6 = 10x + 10$$

$$-4x = -16 / : -4$$

$$\boxed{x = 4}$$

④ $$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 + 8y + 16 = 9 \\ 2x + y = 12 \xrightarrow{\qquad\qquad} \boxed{y = -2x + 12} \end{cases}$$

$$(x-3)(x-3) + y^2 + 8y + 16 = 9$$

$$x^2 - 3x - 3x + 9 + y^2 + 8y + 16 = 9$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 8y + 16 = 0$$

$$x^2 - 6x + (-2x+12)^2 + 8(-2x+12) + 16 = 0$$

$$x^2 - 6x + (-2x+12)(-2x+12) - 16x + 96 + 16 = 0$$

$$x^2 - 6x + 4x^2 - 24x - 24x + 144 - 16x + 96 + 16 =$$

$$5x^2 - 70x + 256 = 0$$

$$5x^2 - 70x + 256 = 0$$

$$\cancel{x_{1,2} = \frac{70 \pm \sqrt{70^2 - 4\cdot(5)\cdot(256)}}{10}}$$

אין פתרון
ל (−) מתחת שורש

7 $$5^{3x^2-3x} = \frac{1}{\sqrt{5^{18x^2}}}$$

$$5^{3x^2-3x} = \frac{1}{5^{\frac{18x^2}{2}}}$$

$$\cancel{5}^{3x^2-3x} = \cancel{5}^{-\frac{18x^2}{2}}$$

$$\overset{2/}{}\ 3x^2 - \overset{2/}{3x} = -\frac{18x^2}{2} \quad \backslash 2$$

$$6x^2 - 6x = -18x^2$$

$$24x^2 - 6x = 0$$

$$6x(4x-1) = 0$$

$6x = 0$ $\quad$ $4x - 1 = 0$

$x = 0$ $\quad$ $4x = 1 \ /:4$

$x = \frac{1}{4}$

8

2

$$y = \ln(5+2x) \cdot (7 \cdot e^{7x})$$

$$u = \ln(5+2x) \qquad v = 7 \cdot e^{7x}$$

$$u' = \frac{2}{5+2x} \qquad v' = 7 \cdot e^{2x} \cdot 2 \rightarrow 49 \cdot e^{2x}$$

$$y' = \left(\frac{2}{5+2x}\right) \cdot (7 \cdot e^{7x}) + \ln(5+2x) \cdot 49e^{2x}$$

3

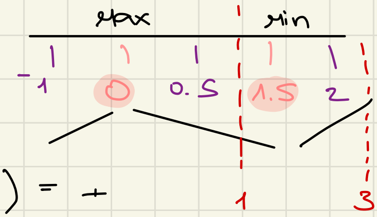
$$y = \sqrt{3x+9} \cdot e^{x^4-8}$$

$$u = \sqrt{3x+9} \qquad v = e^{x^4-8}$$

$$u' = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{3x+9}} \qquad v' = e^{x^4-8} \cdot 4x^3$$

$$y' = \left(\frac{3}{2 \cdot \sqrt{3x+9}}\right) \cdot (e^{x^4-8}) + (\sqrt{3x+9}) \cdot (e^{x^4-8} \cdot 4x^3)$$

9 $y=\frac{-x^2}{x^2-4x+3}$



תחום הגדרה

$x^2-4x+3\neq 0$

$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 3}}{2}$

$x_{1,2}=\frac{4\pm 2}{2}$ $\nearrow 3\neq x$ $\searrow 1\neq x$

$y'(-1)=+$

$y'(0.5)=-$

$y'(2)=+$

ירידה

$0<x<1.5$

$x\neq 1$

עליה

$x<0$

$x>1.5$

$x\neq 3$

נקודות קיצון

$u=-x^2$ $v=x^2-4x+3$

$u'=-2x$ $v'=2x-4$

max $(0,0)$

min $(1.5, 3)$

$$y'=\frac{-2x\cdot(x^2-4x+3)-[(-x^2)\cdot(2x-4)]}{(x^2-4x+3)^2}=0$$

$y'=-2x^3+8x^2-6x-(-2x^3+4x^2)=0$

$y'=-\cancel{2x}^3+8x^2-6x+\cancel{2x}^3-4x^2=0$

$y'=4x^2-6x=0$

$2x(2x-3)=0$ $2x-3=0$

$2x=3/:2$

$\boxed{x=0}$ $\boxed{x=1.5}$

אסימפטוטות

אנכית $x=3$

$x=1$

אופקית $\frac{-1}{1}=-1$

$y=-1$

חיתוך עם

$$y=\frac{-x^2}{x^2-4x+3}$$

ציר X

$$0=\frac{-x^2}{x^2-4x+3}$$

$x=0$

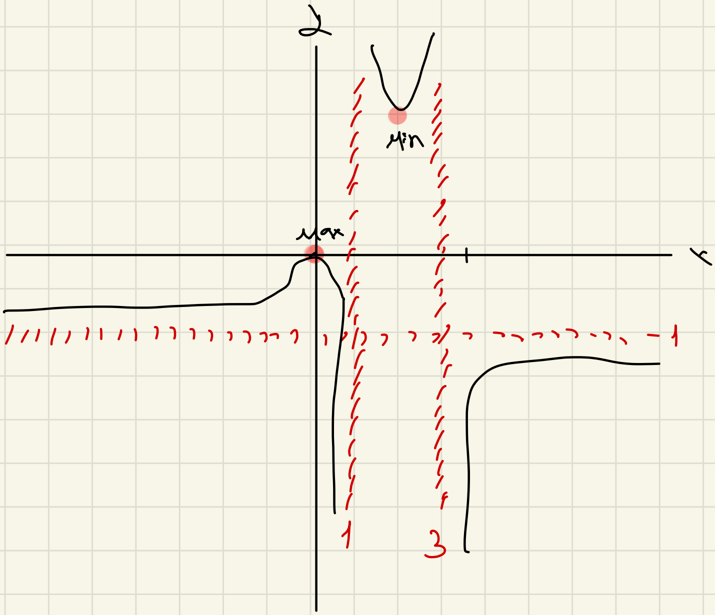
(0,0)

ציר y

$$y=\frac{-0^2}{0^2-4\cdot 0+3}$$

$y=0$

(0,0)



13.6.22

B ליטוף

מבחן לקראת 2

2

$$\frac{x^2}{x^2-1} + \frac{3x}{3x+3} = \frac{1}{3x-3} + \frac{2}{6}$$

$6) \qquad 2(x-1)/ \qquad 2(x+1)/ \qquad (x-1)(x+1)/ \qquad \backslash 6(x-1)(x+1)$

$$\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{3x}{3(x+1)} = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{2}{6}$$

$$6x^2 + 6x(x-1) = 2(x+1) + 2(x-1)(x+1)$$

$$6x^2 + 6x^2 - 6x = 2x+2+2(x^2-1)$$

$$6x^2 + 6x^2 - 6x = 2x+2+2x^2-2$$

$$10x^2 - 8x = 0$$

$$x(10x-8) = 0$$

$\boxed{x=0} \qquad 10x-8=0$

$10x = 8 \,/:10$

$\boxed{x=0.8}$ ✓

ת.ה

$x^2-1 \neq 0$

$x^2 \neq 1 \quad /\sqrt{\ }$

$\boxed{x \neq \pm 1}$

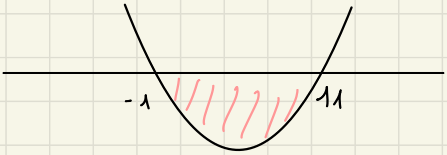
5 $2x^2+10<20x+32$

$2x^2-20x-22<0 \quad /:2$

$x^2-10x-11<0$

$\swarrow \qquad \searrow$

$11 \qquad -1$



$\boxed{-1<x<11}$ ✓

6 $4x<0$

$4x<0 \quad /:4$

$x<0$

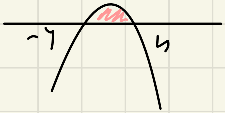
pt|

$32-2x^2\geq 0$

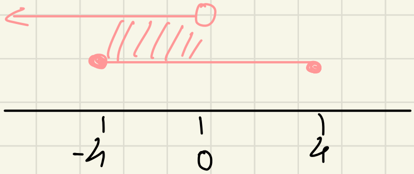
$32\geq 2x^2 \quad /:2$

$16\geq x^2 \quad /\sqrt{\ }$

$\pm 4\geq x$



$-4\leq x\leq 4$



$\boxed{-4\leq x<0}$

* $2x - 8 \geq 0$

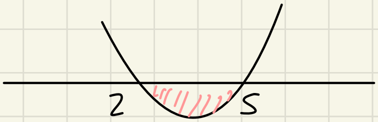
$2x \geq 8 \;/ :2$

$x \geq 4$

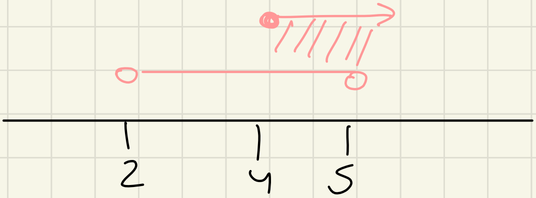
p2) $x^2 - 7x + 10 < 0$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 10}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} \begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow 2 \end{matrix}$$



$2 < x < 5$



$$\boxed{4 \leq x < 5}$$

⑦ $\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 9\sqrt{3}$

$$\sqrt{3^3} \cdot \left(3^{-1}\right)^{2x} = 3^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\cancel{3}^{\frac{3}{2}} \cdot \cancel{3}^{-2x} = \cancel{3}^{2} \cdot \cancel{3}^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{3^{\frac{3}{2}-2x} = 3^{2+\frac{1}{2}}}$$

$$\overset{1/}{\frac{3}{2}} - \overset{2/}{2x} = \overset{2/}{2} + \overset{1/}{\frac{1}{2}} \qquad \backslash 2$$

$$3 - 4x = 4 + 1$$

$$-2 = 4x \quad |:4$$

$$\boxed{-0.5 = x}$$

4

$$\begin{cases} (x-3)^2+y^2+8y+16=9 \\ 2x+y=12 \xrightarrow{\qquad\qquad} \boxed{y=-2x+12} \end{cases}$$

$$(x-3)(x-3)+y^2+8y+16=9$$

$$x^2-3x-3x+9+y^2+8y+16=9$$

$$x^2-6x+y^2+8y+16=0$$

$$x^2-6x+(-2x+12)^2+8(-2x+12)+16=0$$

$$x^2-6x+(-2x+12)(-2x+12)-16x+96+16=0$$

$$x^2-6x+4x^2-24x-24x+144-16x+96+16=0$$

$$5x^2-70x+256=0$$

$$\cancel{x_{1,2}=\frac{70\pm\sqrt{70^2-4\cdot5\cdot256}}{10}}$$

אין פתרון למערכת

1 $$y = \sqrt{\frac{2x^6 - 5x}{3x^2 - 10}}$$

$$u = 2x^6 - 5x \qquad v = 3x^2 - 10$$

$$u' = \frac{12x^5 - 5}{2\sqrt{2x^6 - 5x}} \qquad v' = 6x$$

$$y' = \frac{\left(\frac{12x^5 - 5}{2 \cdot \sqrt{2x^6 - 5x}}\right) \cdot (3x^2 - 10) - (2x^6 - 5x) \cdot (6x)}{(3x^2 - 10)^2}$$

2 $$\underbrace{x^2 \cdot y^2}_{u \cdot v} + 3x^3 = 12 - 8x + y$$

$$2x \cdot y^2 + x^2 \cdot 2y \cdot y' + 9x^2 = -8 + y'$$

$$x^2 \cdot 2y \cdot y' - y' = -8 - 2xy^2 - 9x^2$$

$$y'(x^2 \cdot 2y - 1) = -8 - 2xy^2 - 9x^2$$

$$y' = \frac{-8 - 2xy^2 - 9x^2}{x^2 \cdot 2y - 1}$$

3 $y = \ln\left(\frac{\sqrt{x}}{x^3 - 4x}\right)$

$u = \sqrt{x}$

$u' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

$v = x^3 - 4x$

$v' = 3x^2 - 4$

$$y' = \frac{\dfrac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot x^3 - 4x - \sqrt{x} \cdot 3x^2 - 4}{(x^3 - 4x)^2}}{\dfrac{\sqrt{x}}{x^3 - 4x}}$$

4 $\underbrace{x^3 \cdot y}_{u \cdot v} - 12y^2 = x^3 - 5y^3$

$3x^2 \cdot y + x^3 \cdot y' - 24y \cdot y' = 3x - 15y^2 \cdot y'$

$x^3 \cdot y' - 24y \cdot y' + 15y^2 \cdot y' = 3x - 3x^2 \cdot y$

$y'(x^3 - 24y + 15y^2) = 3x - 3x^2 \cdot y$

$$y' = \frac{3x - 3x^2 \cdot y}{x^3 - 24y + 15y^2}$$