המכללה האקדמית נתניה ע"ר
רח' האוניברסיטה 1
קרית יצחק רבין
נתניה 42365

NETANYA ACADEMIC COLLEGE (R"S)
1 University St.
Kiryat Yitzhak Rabin
NETANYA 42365, ISRAEL

מבחן סוף בקורס אינפי 1 –סמסטר סתו התשע"ב מועד ג

יום ג, כג איר התשע"ב 15-5-2012

- **המורה: גיורא דולה, המתרגל: משה פדרבוש**
- **משך המבחן: 3 שעות**
- **התשובות תכתבנה במחברת, למעט התשובה של שאלה 2, שתענה בגוף השאלון.**
- **הציון המירבי האפשרי הוא 100 נקודות.**
- **מותרים מחשבונים לא גרפיים.**

בהצלחה

עמותה רשומה 580242451 **Fax:** (972-9) 8844439 **פקס:** **Tel:** (972-9) 8607777 **טל:**

1. חשב שניים משלושת הגבולות הבאים:
(20%)

א: $$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}\sin(n)+2^{2n}}{2^{2n+1}+5n^2}$$

ב:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5+2x^2-7x}{-2+2x^2-7x}\right)^{-3x^2+6x-13}$$

ג: $$\lim_{x\to\infty}(6e^{7x}+3e^{5x}+4x)^{\frac{1}{x}}$$

2. ענה בנכון או לא נכון בלבד על חמשת הטענות הבאות. לכל תשובה חובה לתת נמוק בגוף השאלון ומותר לנימוק להיות באורך של שורה אחת בלבד (15%)

א: אם $\{a_n\}$ ו $\{b_n\}$ מתכנסות, אזי $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ מתכנסת.

נימוק:

ב. $$\lim_{x\to 0^+}(x)^{\sin x}=e$$

נימוק:

ג אם $f(x)$ גזירה בקטע (a,b) אזי היא רציפה בנקודה $x=\frac{a+b}{2}$.

נימוק:

ד. הפונקציה $f(x)=\frac{e^{-x^4}}{(x^3+x)(x^2+2)}$ לא זוגית ולא אי-זוגית..

נימוק:

ה. לפונקציה הבאה יש אי- רציפות סליקה בנקודה $x=-2$

$$f(x)=\begin{cases}(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2} & x\neq -2\\ 1 & x=-2\end{cases}$$

נימוק:

3. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ (25%)

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

א: תחום הגדרה

ב: נקודות חיתוך עם הצירים.

ג: זוגיות/אי-זוגיות הפונקציה.

ד: תחומי עליה וירידה ונקודות קריטיות.

ה: נקודות קיצון.

ו: נקודות פיתול , תחומי קמירות כלפי מעלה וקמירות כלפי מטה.

ז: אסימפטוטות אנכיות ומשופעות.

ח: שרטט את גרף הפונקציה.

בכל אחת מההוכחות שמבקשים בשאלות 4 ו5, מותר להשתמש במשפטים אחרים שהוכחנו בכתה, אבל יש לנסח אוותם במדויק, לפני או אחרי ההוכחה.

4. (30%)

א: נסח את משפט ערך הביניים של קושי עבור פונקציות רציפות.

ב: הוכח את המשפט עבור המקרה c=0.

ג: בעזרת המשפט בחלק א', הוכח כי לפונקציה:

$$f(x)=6e^{8x}+7x^6+\sin(x^2)-7$$

יש לפחות שני שורשים ממשיים.

5. הוכח כי הסדרה $(1+\frac{1}{n})^n$ מתכנסת. (10%)

בהצלחה!!!

דף נוסחאות

1. נוסחאות הכפל ופירוק לגורמים:

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b),\quad (a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2;$$
$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3,$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2),\, a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

2. משוואה ריבועית

א. פתרון המשוואה $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ הוא $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

ב. פירוק הטרינום $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

3. חזקות ושורשים

$$a^xa^y=a^{x+y},(ab)^x=a^xb^x,\sqrt[x]{a}=a^{\frac{1}{x}},\sqrt[x]{a^y}=a^{\frac{y}{x}},$$
$$\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y},\left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x},\left(\frac{a}{b}\right)^{-x}=\frac{b^x}{a^x},a^0=1,$$
$$\left(a^x\right)^y=a^{xy},a^{-x}=\frac{1}{a^x},\sqrt[x]{a}\cdot\sqrt[x]{b}=\sqrt[x]{ab}$$

4. לוגריתמים.

הגדרת ה-log: $\log_a x=y\Leftrightarrow a^y=x$

תחום ההגדרה: $\log_a x$ מוגדר רק כאשר $x>0$ ו $0<a,a\neq 1$.

$$\log_a(x\cdot y)=\log_a x+\log_a y,\qquad \log_a x^y=y\cdot\log_a x;$$
$$\log_a(x/y)=\log_a x-\log_a y,\qquad \log_a\sqrt[y]{x}=\tfrac{1}{y}\cdot\log_a x;$$
$$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a},\qquad \log_a x=\frac{1}{\log_x a};$$
$$a^{\log_a x}=x,\qquad \ln x=\log_e x, e=2.718281828...$$
$$\ln x=a\Rightarrow x=e^a$$

5.הגדרת נגזרת הפונקציה f בנקודה x_0: $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

6. נגזרות בסיסיות.

$$\left(x^a\right)'=ax^{a-1},\qquad (a^x)'=\ln a\cdot a^x;$$
$$(\sin x)'=\cos x,\qquad (e^x)'=e^x;$$
$$(\cos x)'=-\sin x,\qquad (\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a};$$
$$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x},\qquad (\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x};$$
$$(\ln x)'=\frac{1}{x}$$

7. כללי גזירה

$$(a\cdot f(x))'=a\cdot f'(x);$$
$$(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x);$$
$$(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x);$$
$$.(f(x)g(x)h(x))'=f'(x)g(x)h(x)+f(x)g'(x)h(x)+f(x)g(x)h'(x)$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)};$$
$$(f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$$

8. אינטגרלים מיידים

$$\int 0dx=C;$$
$$\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C;$$
$$\int\cos xdx=\sin x+C;$$
$$\int\sin xdx=-\cos x+C;$$
$$\int e^x dx=e^x+C;$$
$$\int a^x dx=\frac{1}{\ln a}a^x+C;$$
$$\int x^a dx=\frac{1}{a+1}x^{a+1}+C, a\neq -1;$$
$$\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C;$$
$$\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx=\arcsin(\frac{x}{a})+C;$$
$$\int\frac{1}{a^2+x^2}dx=\frac{1}{a}\arctan(\frac{x}{a})+C$$

9. כללי אינטגרציה.

$$\int(f(x)\pm d(x))dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx;$$
$$\int af(x)dx=a\int f(x)dx;$$
$$\int f(x)dx=F(x)+C\Rightarrow\int f(ax+b)dx=\frac{F(ax+b)}{a}+C;$$

אינטגרציה בחלקים:

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

אינטגרציה בחלקים בנסוח אחר:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

החלפת משתנה אינטגרציה:

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt, t = g(x)$$

10. שמושי אינטגרלים

א.שטח :

$$S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$$

ב. שטח בקואורדינטות קטביות:

$$S = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2(\varphi)d\varphi$$

ג. נפח גוף סבוב סביב ציר x:

$$V = \pi\int_a^b (g^2(x) - f^2(x))dx$$

ד. נפח גוף סבוב סביב ציר y:

$$V = 2\pi\int_a^b xf(x)dx$$

ה. אורך קו:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}dx$$

.11

א.הזהויות היסודיות הטריגונומטריות

π רדיאן שווים ל-180 מעלות.

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1;$$

$$\tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \qquad \tan x \cdot \cot x = 1;$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

ב. סכום והפרש זוויות :

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta).$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta).$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

ג. זוויות כפולות וחצויות:

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha).$$
$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha).$$
$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1-\tan^2(\alpha)}.$$
$$\cot(2\alpha) = \frac{\cot^2(\alpha)-1}{2\cot(\alpha)}.$$
$$\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}.$$
$$\cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}.$$
$$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{2}}.$$
$$\cos(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha)}{2}}.$$
$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}.$$
:
$$\tan^2(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}.$$

ד. סכומים והפרשים:

$$\sin(\alpha)+\sin(\beta) = 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}).$$
$$\sin(\alpha)-\sin(\beta) = 2\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})\cos(\frac{\alpha+\beta}{2}).$$
:
$$\cos(\alpha)+\cos(\beta) = 2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}).$$
$$\cos(\alpha)-\cos(\beta) = -2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

ה. מכפלות:

$$\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}.$$
$$\cos(\alpha)\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{2}.$$
:
$$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}.$$
$$\sin(\alpha)\sin(\beta) = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}.$$

תשובות

1-א :

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}\sin(n)+2^{2n}}{2^{2n+1}+5n^2}=?,\frac{2^{n+1}\sin(n)+2^{2n}}{2^{2n+1}+5n^2}=\frac{\frac{2^{n+1}\sin(n)+2^{2n}}{2^{2n+1}}}{\frac{2^{2n+1}+5n^2}{2^{2n+1}}}=\frac{\frac{\sin(n)}{2^n}+\frac{1}{2}}{1+\frac{5n^2}{2^{2n+1}}}.$$

$$\frac{-1}{2^n}\le\frac{\sin(n)}{2^n}\le\frac{1}{2^n},\lim_{n\to\infty}\frac{\pm1}{2^n}=0\to\lim_{n\to\infty}\frac{\sin(n)}{2^n}=0.\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2}{2^{2n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{10n}{2^{2n+1}2\ln2}=\lim_{n\to\infty}\frac{10}{2^{2n+1}(2\ln2)^2}=0.$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}\sin(n)+2^{2n}}{2^{2n+1}+5n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{\sin(n)}{2^n}+\frac{1}{2}}{1+\frac{5n^2}{2^{2n+1}}}=\frac{1}{2}.$$

1-ב:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5+2x^2-7x}{-2+2x^2-7x}\right)^{-3x^2+6x-13},\lim_{x\to\infty}a_n=1,\lim_{x\to\infty}b_n=-\infty,(a_n-1)b_n=\left(\frac{5+2x^2-7x}{-2+2x^2-7x}-1\right)(-3x^2+6x-13)=$$

$$=\left(\frac{7}{-2+2x^2-7x}\right)(-3x^2+6x-13).\lim_{x\to\infty}(a_n-1)b_n=\frac{-21}{2}.\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5+2x^2-7x}{-2+2x^2-7x}\right)^{-3x^2+6x-13}=e^{\frac{-21}{2}}$$

1-ג:

$$\lim_{x\to\infty}(6e^{7x}+3e^{5x}+4x)^{\frac{1}{x}}=?,3e^{5x}+4x\le e^{7x}.(3e^{5x}+4x\le e^{7x})\leftrightarrow\left(\frac{3e^{5x}+4x}{e^{7x}}\le1\right).\lim_{x\to\infty}\frac{3e^{5x}+4x}{e^{7x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{15e^{5x}+4}{7e^{7x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{15e^{-2x}}{7}+\lim_{x\to\infty}\frac{4}{7e^{7x}}=0+0=0.\exists K,[(n>K)\to\left(\frac{3e^{5x}+4x}{e^{7x}}\le1\right)\to(3e^{5x}+4x\le e^{7x})].$$

$$(n>K)\to(6e^{7x}\le6e^{7x}+3e^{5x}+4x\le7e^{7x})\to((6e^{7x})^{\frac{1}{x}}\le(6e^{7x}+3e^{5x}+4x)^{\frac{1}{x}}\le(7e^{7x})^{\frac{1}{x}})\to$$

$$e^7(6)^{\frac{1}{x}}\le(6e^{7x}+3e^{5x}+4x)^{\frac{1}{x}}\le e^7(7)^{\frac{1}{x}}.\lim_{x\to\infty}(6)^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to\infty}(7)^{\frac{1}{x}}=1.\to\lim_{x\to\infty}(6e^{7x}+3e^{5x}+4x)^{\frac{1}{x}}=e^7.$$

תשובה 2

א: אם $\{a_n\}$ ו $\{b_n\}$ מתכנסות , אזי $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ מתכנסת.

לא, דוגמא נגדית הסדרות $a_n=\frac{1}{n},b_n=\frac{(-1)^n}{n},\frac{a_n}{b_n}=(-1)^n.$

ב. $\lim_{x\to0^+}(x)^{\sin x}=e$

לא כי

$$\lim_{x\to 0^+}(x)^{\sin x}=\lim_{x\to 0^+}e^{\ln(x)^{\sin x}}=\lim_{x\to 0^+}e^{\sin x\ln(x)},\ \lim_{x\to 0^+}\sin x\ln(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(x)}{1/\sin x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-\cos x}{\sin^2 x}}=-\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin^2 x}{x\cos x}=$$

$$=-\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}\frac{\sin x}{\cos x}=-1\cdot 0=0.\ \lim_{x\to 0^+}(x)^{\sin x}=e^0=1.$$

ג אם $f(x)$ גזירה בקטע (a,b) אזי היא רציפה בנקודה $x=\frac{a+b}{2}$.

כן, כל נקודת גזירות היא נקודת רציפות.

ד. הפונקציה $f(x)=\frac{e^{-x^4}}{(x^3+x)(x^2+2)}$ לא זוגית ולא אי-זוגית..

לא נכון, ת״ה כולל את כל הממשיים לא כולל 0, וכמו כן

$$f(-x)=\frac{e^{-(-x)^4}}{((-x)^3+(-x))((-x)^2+2)}=\frac{e^{-x^4}}{(-1)(x^3+x)(x^2+2)}=-f(x).$$

ולכן הפונקציה אי זוגית.

ה. לפונקציה הבאה יש אי- רציפות סליקה בנקודה $x=-2$

$$f(x)=\begin{cases}(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2} & x\neq -2\\ 1 & x=-2\end{cases}$$

כן מכיון ש :

$$(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2}.\ |\sin\frac{1}{(x+2)^2}|\le 1,|(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2}|\le|x+2|.\ \lim_{x\to -2}|(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2}|=0,$$

$$\lim_{x\to -2}(x+2)\cdot\sin\frac{1}{(x+2)^2}=0.$$

מכיון שהגבולות החד צדדיים שווים ושונים מערך הפונקציה בנקודה.

3. ת״ה $\mathbb{R}-\{\pm 1\}$. ב. $y=0\leftrightarrow x=0$ ולכן נקודות החתוך היא (0,0). ג.

$f(-x)=\frac{(-x)^3}{(-x)^2-1}=\frac{-x^3}{x^2-1}=-f(x)$ ולכן זו פונקציה איזוגית. ד,ה,ו

$$f(x)=\frac{x^3}{x^2-1},\ f'(x)=\frac{3x^2(x^2-1)-2x\cdot x^3}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}=\frac{x^2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{(x^2-1)^2}.\ f''(x)=$$

$$\frac{(4x^3-6x)(x^2-1)^2-2(x^2-1)2x(x^4-3x^2)}{(1-x^2)^4}=\frac{2x(x^2-1)[(2x^2-3)(x^2-1)-2(x^4-3x^2)]}{(x^2-1)^4}=\frac{2x(x^2-1)(3+x^2)}{(x^2-1)^4}.$$

נקודות קריטיות $\sqrt{3}$,-√3,-1,0,1. נציגים -4,-2,-0.5,0.5,2,4. נקבל את טבלת סימני הנגזרות.

	(-∞,√3)	(-√3,-1)	(-1,0)	(0,1)	(1,√3)	(,√3, ∞)
סימן 'y	+	-	-	-	-	+
סימן ''y	-	-	+	-	+	+
התנהגות	עולה בוכה	יורדת בוכה	יורדת מחייכת	יורדת בוכה	יורדת מחייכת	עולה מחייכת

ולכן (-√3, -1.5√3) נקודת מקסימום, (0,0) פתול, (-√3, -1.5√3) נקודת מינימום. אסימפטוטות אנכיות רק אפשריות עבור x=±1. מתקיים כי

$$\lim_{x\to -1-}\frac{x^3}{x^2-1}=\frac{-1}{0+}=-\infty,\ \lim_{x\to -1+}\frac{x^3}{x^2-1}=\frac{-1}{0-}=\infty,\ \lim_{x\to 1-}\frac{x^3}{x^2-1}=\frac{1}{0-}=-\infty,\ \lim_{x\to 1+}\frac{x^3}{x^2-1}=\frac{1}{0+}=\infty$$

ולכן אכן x=±1 ישרי אסימפטוטה אנכית אל כל אחד מהם העקום נדבק משני הצדדים. עבור אסימפטוטה משופעת ב±∞ , נקבל

$$a=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^2-1}}{x}=1.\ f(x)-ax=\frac{x^3}{x^2-1}-x=\frac{x}{x^2-1}\lim_{x\to\infty}(f(x)-ax)=0.\ y=1x+0=x.$$

כלומר קבלנו ש y=x ישר אסימפטוטה משופעת ב±∞ .

4- ג: בעזרת המשפט בחלק א', הוכח כי לפונקציה:

$$f(x)=6e^{8x}+7x^6+\sin(x^2)-7$$

f(0)=6-7=-1, וגם

$$f(x)=6e^{8x}+7x^6+\sin(x^2)-7=e^{8x}[6+\frac{7x^6}{e^{8x}}+\frac{\sin(x^2)}{e^{8x}}-\frac{7}{e^{8x}}].\lim_{x\to\infty}\frac{7}{e^{8x}}=0.\left|\frac{\sin(x^2)}{e^{8x}}\right|\le\frac{1}{e^{8x}}.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin(x^2)}{e^{8x}}=0.\lim_{x\to\infty}\frac{7x^6}{e^{8x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{42x^5}{8e^{8x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{210x^4}{64e^{8x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{840x^3}{512e^{8x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2520x^2}{4096e^{8x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{5040x}{32768e^{8x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{5040}{2^{18}e^{8x}}=0.\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}e^{8x}[6+\frac{7x^6}{e^{8x}}+\frac{\sin(x^2)}{e^{8x}}-\frac{7}{e^{8x}}]=\infty.\ f(x)=6e^{8x}+7x^6+\sin(x^2)-7=$$

$$=7x^6[1+\frac{6e^{8x}}{7x^6}+\frac{\sin(x^2)}{7x^6}-\frac{7}{7x^6}].\lim_{x\to-\infty}6e^{8x}=0.\lim_{x\to-\infty}\frac{6e^{8x}}{7x^6}=\frac{0}{\infty}=0.|\sin(x^2)|\le 1.\lim_{x\to-\infty}\frac{\sin(x^2)}{7x^6}=0.$$

$$=\lim_{x\to-\infty}f(x)=\infty.$$

ולכן כיון שהגבולות של f ב ±∞ הם חיוביים, וערכה ב-0 שלילי, אז יש לה לפחות שני שרשים, אחד עבור x שלילי ואחד עבור x חיובי.