המכללה האקדמית נתניה ע"ר
רח' האוניברסיטה 1
קרית יצחק רבין
נתניה 42365

NETANYA ACADEMIC COLLEGE (R"S)
1 University St.
Kiryat Yitzhak Rabin
NETANYA 42365, ISRAEL

<u>מבחן סוף בקורס אינפיב-סמסטר קיץ, מועד ג.</u>

יום ה ז טבת התשע"ז 5-1-2017

- מורה : גיורא דולה.
- משך המבחן שלוש שעות.
- מותר להשתמש במחשבונים לא מדעיים ובדפי הנוסחאות המצורפים.
- התשובות תכתבנה במחברת.
- יש לנמק את כל החשובים.
- המבחן כולל 8 שאלות.
- שאלות 1 סעיף א, ו9 הן שאלות הוכחה בנות משקל של 10 נקודות כ"א. כל סעיף אחר משקלו 9 נקודות.
- מותר להסתמך על כל מה שהוכח בכיתה אבל יש לנסח את הטענות הללו בנפרד.
- עליך לענות על כל 11 סעיפים שתבחר.

בהצלחה.

ענה על כל השאלות הבאות:

1. א. נסח **והוכח** את מבחן רבה איברים להתכנסות טורים חיוביים. (10%)

מותר להסתמך על כל משפט שהוכחנו בכתה אך יש לנסח אותו בנפרד.

ב. בדוק את התכנסות הטור הבא: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 4\cdot 7\cdots(3n-2)}{2\cdot 5\cdot 8\cdots(3n-1)}$ (9%)

2. מצא את הגבול הבא: (9%)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3+1^3}+\frac{2}{n^3+2^3}+\frac{3}{n^3+3^3}+\cdots+\frac{n}{n^3+n^3}$$

3. מצא את השטח החסום על ידי הגרפים של הפונקציות: (9%)

$f(x)=x^4+x^3+4x^2+x+5$ ו $g(x)=2x^4+3x^3-4x^2+x+5$

4. פתור שניים משלושת האינגרלים הבאים: (9%) כל סעיף

א. $\int x^3\cdot\sin(x^2)dx$

ב. $\int\frac{\sqrt{x-1}}{x+8}dx$

ג. $\int\frac{x^5+5x^3+23x+15}{x^4+4x^2}dx$

5. בדוק התכנסות האינטגרל הבא: $\int_1^{\infty}\frac{\sin(t)dt}{\sqrt{t}}$ נמק. (9%)

6 . חשב את אורך הקשת של העקומה $y=\frac{1}{2x^{19}}(\frac{x^{40}}{21}+\frac{1}{19})$ (9%)

בתחום: $1\le x\le 2$.

7. ענה על שניים מתוך שלושת הסעיפים הבאים. (9%) כל סעיף

בדוק התכנסות הטורים הבאים. נמק.

א: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)!}{3^n n!(n+1)!}$

ב: $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n\cdot(\ln(n))^3}$

ג: $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n})$

ד:

8. (9%) חשב את $\lim_{x\to\infty}\frac{\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}{\int_{x^4}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}$

9 . הוכח כי אם לפונקציה f קים אינטגרל בקטע [a,b] אז f חסומה בקטע (10%).

מותר להסתמך על כל משפט שהוכחנו בכתה אך יש לנסח אותו בנפרד.

בהצלחה!!!

דף נוסחאות

1. נוסחאות הכפל ופירוק לגורמים:

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b),\ \ (a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2;$$
$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3,$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2), a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

סכום של סדרה הנדסית: $q+q^2+...+q^n=q\frac{q^n-1}{q-1}$

2. משוואה ריבועית

א. פתרון המשוואה $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ הוא $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

ב. פירוק הטרינום $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

3. אי-שוויון המשולש: $||x|-|y||\leq|x+y|\leq|x|+|y|$

4. חזקות ושורשים

$$a^xa^y=a^{x+y}, (ab)^x=a^xb^x, \sqrt[x]{a}=a^{\frac{1}{x}}, \sqrt[x]{a^y}=a^{\frac{y}{x}},$$
$$\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}, \left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}, \left(\frac{a}{b}\right)^{-x}=\frac{b^x}{a^x}, a^0=1,$$
$$\left(a^x\right)^y=a^{xy}, a^{-x}=\frac{1}{a^x}, \sqrt[x]{a}\cdot\sqrt[x]{b}=\sqrt[x]{ab}$$

5. לוגריתמים.

הגדרת ה-log: $\log_a x=y\Leftrightarrow a^y=x$

תחום ההגדרה: $\log_a x$ מוגדר רק כאשר $x>0$ ו $0<a, a\neq 1$.

$$\log_a(x\cdot y)=\log_a x+\log_a y, \qquad \log_a x^y=y\cdot\log_a x;$$
$$\log_a(x/y)=\log_a x-\log_a y, \qquad \log_a\sqrt[y]{x}=\tfrac{1}{y}\cdot\log_a x;$$
$$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}, \qquad \log_a x=\frac{1}{\log_x a};$$
$$a^{\log_a x}=x, \qquad \ln x=\log_e x, e=2.718281828...$$
$$\ln x=a\Rightarrow x=e^a$$

6. הגדרת נגזרת הפונקציה f בנקודה x_0: $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

7. נגזרות בסיסיות.

$$(x^a)' = ax^{a-1}, \qquad (a^x)' = \ln a \cdot a^x;$$
$$(\sin x)' = \cos x, \qquad (e^x)' = e^x;$$
$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$
$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$
$$(\ln x)' = \frac{1}{x};$$
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$
$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

8. כללי גזירה

$$(a \cdot f(x))' = a \cdot f'(x);$$
$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x);$$
$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x);$$
$$(f(x)g(x)h(x))' = f'(x)g(x)h(x) + f(x)g'(x)h(x) + f(x)g(x)h'(x).$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)};$$
$$(f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

9. אינטגרלים מיידים

$$\int 0dx = C;$$
$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|X| + C;$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C; \int \sin x dx = -\cos x + C;$$
$$\int e^x dx = e^x + C; \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C;$$
$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C, a \neq -1;$$
$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C; \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C;$$
$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$

10. כללי אינטגרציה.

$$\int (f(x) \pm d(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$$

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx;$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(ax+b)dx = \frac{F(ax+b)}{a} + C;$$

אינטגרציה בחלקים:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

אינטגרציה בחלקים בנסוח אחר:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

החלפת משתנה אינטגרציה:

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt, t = g(x)$$

הצבה טריגונומטרית:

$$t = \tan(x/2), \quad x = 2\arctan(t),$$

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2},$$

$$\cos x = \frac{1-\tan^2(x/2)}{1+\tan^2(x/2)} = \frac{1-t^2}{1+t^2},$$

$$\sin x = \frac{2\tan(x/2)}{1+\tan^2(x/2)} = \frac{2t}{1+t^2},$$

10. שמושי אינטגרלים

א.שטח : $S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$

ב. שטח בקואורדינטות קטביות: $S = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2(\varphi)d\varphi$

ג. נפח גוף סבוב סביב ציר x: $V = \pi\int_a^b (g^2(x) - f^2(x))dx$

ד. נפח גוף סבוב סביב ציר y: $V = 2\pi\int_a^b xf(x)dx$

ה. אורך קו: $l = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}dx$ ו $l = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} \cdot dt$

11.

א.הזהויות היסודיות הטריגונומטריות

π רדיאן שווים ל-180 מעלות.

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1;$$

$$\tan x = \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \qquad \tan x \cdot \cot x = 1;$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

ב. סכום והפרש זוויות

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta).$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta).$$:

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

ג. זוויות כפולות וחצויות:

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha).$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha).$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}.$$

$$\cot(2\alpha) = \frac{\cot^2(\alpha) - 1}{2\cot(\alpha)}.$$

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}.$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}.$$

$$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(\alpha)}{2}}.$$

$$\cos(\frac{\alpha}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}}.$$

$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}.$$

$$\tan^2(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}.$$

ד. סכומים והפרשים:

:

$$\sin(\alpha)+\sin(\beta)=2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}).$$
$$\sin(\alpha)-\sin(\beta)=2\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})\cos(\frac{\alpha+\beta}{2}).$$
$$\cos(\alpha)+\cos(\beta)=2\cos(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}).$$
$$\cos(\alpha)-\cos(\beta)=-2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})$$

ה. מכפלות:

:

$$\sin(\alpha)\cos(\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}.$$
$$\cos(\alpha)\sin(\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{2}.$$
$$\cos(\alpha)\cos(\beta)=\frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}.$$
$$\sin(\alpha)\sin(\beta)=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}.$$

משפט ניוטון-לייבניץ. תהי $f(x)$ פונקציה אינטגרבילית בקטע $[a,b]$. אם $F(x)$ היא נקציה קדומה ל-$f(x)$ בקטע $[a,b]$, **אזי** $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$.

מבחן ההשוואה.
תהיינה $f(x),g(x)$ פונקציות אינטגרביליות בכל קטע סגור החלקי לקטע $[a,\infty)$. אם $0\le f(x)\le g(x)$ מתקיים לכל x החל מאיזשהו $b\in[a,\infty)$, אזי

א. אם $\int_a^\infty g(x)dx$ מתכנס אז גם $\int_a^\infty f(x)dx$ מתכנס.

ב. אם $\int_a^\infty f(x)dx$ מתבדר אז גם $\int_a^\infty g(x)dx$ מתבדר.

התכנסות בהחלט. תהא $f(x)$ פונקציה המוגדרת בקטע $[a,\infty)$.
אם $f(x)$ אינטגרבילית בכל קטע סגור החלקי לקטע לעיל, ואם האינטגרל $\int_a^\infty |f(x)|dx$ מתכנס, אז גם האינטגרל $\int_a^\infty f(x)dx$ מתכנס.

מבחן ראבה. יהי $\sum_{n=1}^\infty a_n$ טור חיובי. אם קיים הגבול $q=\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)$. אזי

א. אם $q>1$ אז הטור מתכנס.

ב. אם $q<1$ אז הטור מתבדר.
ג. אם $q=1$ אז אין מספיק מידע.

תשובות

ב-1

הטור

$$a_n=\frac{1\cdot4\cdot7\cdots(3n-2)}{2\cdot5\cdot8\cdots(3n-1)},\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(3n+1)}{(3n+2)},\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=1.n(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1)=n[(\frac{3n+2}{3n+1})-1]=$$

$$=\frac{n[(3n+2)-(3n+1)]}{3n+1}=\frac{n}{3n+1}.\lim_{n\to\infty}n(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1)=\frac{1}{3}$$

מתבדר לפי מבחן ראבה גבול.

.2

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3+1^3}+\frac{2}{n^3+2^3}+\frac{3}{n^3+3^3}+\cdots+\frac{n}{n^3+n^3},\frac{1}{n^3+1^3}+\frac{2}{n^3+2^3}+\frac{3}{n^3+3^3}+\cdots+\frac{n}{n^3+n^3}=$$

$$=\frac{1}{n^3}(\frac{1}{1+(\frac{1}{n})^3}+\frac{2}{1+(\frac{2}{n})^3}+\frac{3}{1+(\frac{3}{n})^3}+\cdots+\frac{n}{1+(\frac{n}{n})^3})=\frac{1}{n}(\frac{(\frac{1}{n})^2}{1+(\frac{1}{n})^3}+\frac{(\frac{2}{n})^2}{1+(\frac{2}{n})^3}+\frac{(\frac{3}{n})^2}{1+(\frac{3}{n})^3}+\cdots+\frac{(\frac{n}{n})^2}{1+(\frac{n}{n})^3})$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3+1^3}+\frac{2}{n^3+2^3}+\frac{3}{n^3+3^3}+\cdots+\frac{n}{n^3+n^3}=\int_0^1\frac{x^2dx}{1+x^3}=\frac{\ln(1+x^3)\Big|_0^1}{3}=\frac{\ln(2)-\ln(1)}{3}=\frac{\ln(2(}{3}$$

3

$$g(x)=2x^4+3x^3-4x^2+x+5 \quad ו \quad f(x)=x^4+x^3+4x^2+x+5$$

$$g(x)=2x^4+3x^3-4x^2+x+5=f(x)=x^4+x^3+4x^2+x+5\to g-f=x^4+2x^3-8x^2=0,$$

$$x^2(x-2)(x+4)=0, x=0,2,-4,(g-f)(-1)<0,(g-f)(1)<0, A=\int_{-4}^{0}(f-g)dx+\int_{0}^{2}(f-g)dx.$$

$$\int(f-g)dx=(8/3)x^3-(2/4)x^4-(1/5)x^5=h(x). A=h(2)-h(-4)=(\frac{8}{3}(8)-\frac{1}{2}16-\frac{1}{5}(32))-$$

$$-(\frac{8}{3}(-64)-\frac{1}{2}(256)-\frac{1}{5}(-1024))=\frac{8}{3}(8+64)+\frac{1}{2}240-\frac{1}{5}(1056)=\frac{576}{3}+120-\frac{1056}{5}=$$

$$=\frac{2780-3168}{15}+120=120-\frac{388}{15}=\frac{1800-388}{15}=\frac{1412}{15}\sim 94.1$$

.4

.א

$$I=\int x^3\cdot\sin(x^2)dx, u=x^2, du=2xdx, xdx=\frac{du}{2},\int x^3\cdot\sin(x^2)dx=\int x^2\cdot\sin(x^2)xdx=\int u\cdot\sin(u)\frac{du}{2}=$$

$$\frac{1}{2}\int u\cdot\sin(u)du, g=u, g'=1, f'=\sin(u), f=-\cos(u), I=-\frac{1}{2}u\cos(u)+\frac{1}{2}\int\cos(u)du=$$

$$=-\frac{1}{2}u\cos(u)+\frac{1}{2}\sin(u)+c=\frac{\sin(u)-u\cos(u)}{2}+c=\frac{\sin(x^2)-x^2\cos(x^2)}{2}+c$$

.ב

$$\int\frac{\sqrt{x-1}}{x+8}dx, u=\sqrt{x-1},\frac{du}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}=\frac{1}{2u}, dx=2udu, x=u^2+1, I=\int\frac{\sqrt{x-1}}{x+8}dx=$$

$$=\int\frac{u}{(u^2+1)+8}2udu=\int\frac{2u^2du}{u^2+9}=\int\frac{(2u^2+18-18)du}{u^2+9}=\int(2-\frac{18}{u^2+9})du=2u-\frac{18}{3}\arctan(\frac{u}{3})+c$$

$$=2u-6\arctan(\frac{u}{3})+c$$

ג.

$$I=\int\frac{x^5+5x^3+23x+15}{x^4+4x^2}dx,\frac{x^5+5x^3+23x+15}{x^4+4x^2}=x+\frac{x^3+23x+15}{x^4+4x^2}=x+\frac{Ax+B}{x^2}+\frac{Cx+D}{x^2+4}$$

$$\frac{x^3+23x+15}{x^4+4x^2}=\frac{Ax+B}{x^2}+\frac{Cx+D}{x^2+16},$$

$$x^3+23x+15=(Ax+B)(x^2+4)+(Cx+D)x^2=(A+C)x^3+(B+D)x^2+4Ax+4B$$

$$4B=15,4A=23\to A=\frac{23}{4},B=\frac{15}{4},D=-\frac{15}{16},C=-\frac{19}{4}$$

$$,\frac{x^5+5x^3+23x+15}{x^4+4x^2}=x+\frac{23x-19}{4x^2}-\frac{19x+15}{4(x^2+4)}=x+\frac{23}{4x}-\frac{19}{4x^2}-\frac{19x}{4(x^2+4)}-\frac{15}{4(x^2+4)}$$

$$I=\frac{x^2}{2}+\frac{23}{4}\ln|x|+\frac{19}{4x}-\frac{19}{2}\ln(x^2+4)-\frac{15}{8}\arctan(\frac{x}{2})+C$$

.5 $\int_1^\infty\frac{\sin(t)dt}{\sqrt{t}}$ נשים לב כי

$|\int_a^b\sin(t)dt|=|\cos(b)-\cos(a)|\le|\cos(b)|+|\cos(a)|=1+1=2$ וכי $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ידועה

כיורדת ולכן האינטגרל מתכנס לפי מבחן דיריכלה.

.6

$$y=\frac{1}{2x^{19}}(\frac{x^{40}}{21}+\frac{1}{19})=\frac{x^{21}}{42}+\frac{1}{38x^{19}},y'=\frac{x^{20}}{2}-\frac{1}{2x^{20}},(y')^2=\frac{x^{40}}{4}+\frac{1}{4x^{40}}-\frac{1}{2},$$

$$\sqrt{(y')^2+1}=\frac{x^{20}}{2}+\frac{1}{2x^{20}},\int\sqrt{(y')^2+1}dx=\frac{x^{21}}{42}-\frac{1}{38x^{19}}=L(x),L(2)-L(1)=$$

$$=\frac{2^{21}}{42}-\frac{1}{38\cdot 2^{19}}-\frac{1}{42}+\frac{1}{38}$$

7

א:

$$\sum_{n=1}^\infty\frac{(2n+1)!}{3^n n!(n+1)!},a_n=\frac{(2n+1)!}{3^n n!(n+1)!},\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(2n+1)2n}{3n(n+1)},\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{4}{3}.$$

הטור מתבדר לפי מבחן המנה של ד׳אלמברט

ב.הטור

$$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n\cdot(\ln(n))^3},a_n=\frac{2^n n!}{n^n\cdot(\ln(n))^3},\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2(n+1)n^n(\ln(n))^3}{(n+1)^{n+1}(\ln(n+1))^3}=\frac{2}{(1+\frac{1}{n})^n}[\frac{\ln(n)}{\ln(n+1)}]^3,$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2}{e}[\lim_{n\to\infty}\frac{\ln(n)}{\ln(n+1)}]^3,\lim_{n\to\infty}\frac{\ln(n)}{\ln(n+1)}=\frac{\infty}{\infty}\doteq\lim_{n\to\infty}\frac{1/(n+1)}{1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1.$$

מתכנס לפי משפט המנה של ד׳אלמברט.

ג.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n}),\ln(1+\frac{1}{n})=\ln(\frac{n+1}{n})=\ln(n+1)-\ln(n),\sum_{n=1}^{k}\ln(1+\frac{1}{n})=\ln(k+1)-\ln(1)=\ln(k+1),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n})=\ln\infty=\infty$$

הטור מתבדר.

.8

ג:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}{\int_{x^4}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}\lim_{x\to\infty}\frac{\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{t}}{\int_{x^4}^{x^3}\frac{dt}{t}}=?,\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{t^2}=-\frac{1}{t}\bigg|_{x^2}^{x^3}=\frac{-1}{x^3}+\frac{1}{x^2},\int_{x^4}^{x^3}\frac{dt}{t^2}=-\frac{1}{t}\bigg|_{x^4}^{x^3}=\frac{-1}{x^3}+\frac{1}{x^4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}{\int_{x^4}^{x^3}\frac{dt}{t^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-1}{x^3}+\frac{1}{x^2}}{\frac{-1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x+x^2}{-x+1}=\lim_{x\to\infty}x\frac{-1+x}{-x+1}=\infty(-1)=-\infty$$