

# המכללה האקדמית נתניה

## מבחן אמצע באינפי ב'

שם המרצה :

תאריך הבחינה : יום ג כד אלול התשע"ב, 11-9-2012

משך הבחינה : שעה וחצי

חומר עזר : מחשבון (לא גרפי).

פתור את חמשת האינטגרלים הבאים :

$$\int \frac{6x^5 - 4x^3 + 2x - 2}{3x^3 + 12x} dx \quad \text{א. חשב}$$

$$\int e^{5x} \cdot \sin(3x) dx \quad \text{ב. חשב}$$

$$\int \sin^5(6x) \cos^4(6x) dx \quad \text{ג. חשב}$$

$$\int \frac{3\sqrt{x+1} + 5}{x - \sqrt{x+1} + 1} dx \quad \text{ד. חשב}$$

$$\int \frac{-7}{\cos x + \sin x + 1} dx \quad \text{ה. חשב}$$

בהצלחה!!!

.א

$$\int \frac{6x^5 - 4x^3 + 2x - 2}{3x^3 + 12x} dx, \frac{6x^5 - 4x^3 + 2x - 2}{3x^3 + 12x} = \frac{6x^5 + 24x^3 - 28x^3 + 2x - 2}{3x^3 + 12x} = \frac{6x^5 + 24x^3 - 28x^3 - 112x + 114x - 2}{3x^3 + 12x} = 2x^2 - \frac{28}{3} + \frac{114x - 2}{3x^3 + 12x} = 2x^2 - \frac{28}{3} + \frac{A}{3x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4} \rightarrow$$

$$114x - 2 = A(x^2 + 4) + (Bx + C)3x, 4A = -2, 3(B + C) + 5A = 112, 3(B - C) + 5A = -116,$$

$$A = -0.5, B + C = \frac{229}{6}, B - C = -\frac{227}{6}, B = \frac{1}{6}, C = 38, \frac{6x^5 - 4x^3 + 2x - 2}{3x^3 + 12x} =$$

$$= 2x^2 - \frac{28}{3} - \frac{1}{6x} + \frac{x + 228}{6(x^2 + 4)}, I = \frac{2x^3}{3} - \frac{28x}{3} + \frac{1}{12} \ln(x^2 + 4) + 38 \arctan(x) + c.$$

.ב

$$I = \int e^{5x} \cdot \sin(3x) dx = \frac{e^{5x}}{5} \sin(3x) - \int \frac{3e^{5x}}{5} \cos(3x) = \frac{e^{5x}}{5} \sin(3x) - \frac{3e^{5x}}{25} \cos(3x) - \frac{9}{25} I,$$

$$\frac{34}{25} I = \frac{e^{5x}}{5} \sin(3x) - \frac{3e^{5x}}{25} \cos(3x), I = \frac{5e^{5x}}{34} \sin(3x) - \frac{3e^{5x}}{34} \cos(3x) + c$$

.ג

$$\int \sin^5(6x) \cos^4(6x) dx = \int (1 - \cos^2(6x))^2 \sin(6x) \cos^4(6x) dx = I, u = \cos(6x), du = -\sin(6x) dx,$$

$$I = -\int (1 - u^2)^2 u^4 du = \int (-u^8 + 2u^6 - u^4) du = \frac{-u^9}{9} + \frac{2u^7}{7} - \frac{u^5}{5} + c =$$

$$= \frac{-(\cos(6x))^9}{9} + \frac{2(\cos(6x))^7}{7} - \frac{(\cos(6x))^5}{5} + c$$

.ד

$$\int \frac{3\sqrt{x+1} + 5}{x - \sqrt{x+1} + 1} dx = I, u = \sqrt{x+1}, du = \frac{dx}{2u}, I = \int \frac{3u + 5}{u^2 - u} 2u du = \int \frac{6u + 10}{u - 1} du = \int \frac{6u - 6 + 16}{u - 1} du =$$

$$= 6u + 16 \ln(u - 1) + c = 6\sqrt{x+1} + 16(\ln(\sqrt{x+1} - 1)) + c$$

.ה

$$\int \frac{-7}{\cos x + \sin x + 1} dx, t = \tan\left(\frac{x}{2}\right), I = \int \frac{-7}{\frac{1-t^2}{1+t^2} + \frac{2t}{1+t^2} + 1} \frac{2dt}{1+t^2} = -14 \int \frac{dt}{1-t^2 + 2t + 1+t^2} = -14 \int \frac{dt}{2+2t} =$$

$$= -7 \ln(t+1) + c = -7 \ln\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 1\right) + c$$