

## תרגיל בתורת המספרים

1. מצא את  $\gcd(a,b)$  וגם  $LCM(a,b)$  כאשר :

א.  $a = 372$      $b = 244$

ב.  $a = 840$      $b = 575$

ג.  $a = 612$      $b = 578$

2. מצא את  $\gcd(a,b,c)$  וגם  $LCM(a,b,c)$  כאשר :

א.  $a = 342$      $b = 255$      $c = 471$

ב.  $a = 814$      $b = 726$      $c = 654$

3. פתור את המשוואות הבאות בשלמים :

א.  $333x + 814y = 74$

ב.  $736x + 507y = 338$

ג.  $3x + 5y = 111$

4. הוכח : שלכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים  $\gcd(n^3 - 1, n^2 - 1) = n - 1$

5. מה צריך להיות התנאי על  $d \in \mathbb{Z}$  כך שלמשוואה  $161x + 119y = d$  יהיה פתרון בשלמים.

6. נתון :  $\gcd(a,b) = 1$  הוכח :  $\gcd(a^2, b) = 1$

7. נתון :  $\gcd(a,b) = d$  . כוון  $d|a$  וגם  $d|b$  ← קיימים

$a = dc_1$      $b = dc_2$  כך ש  $c_2 \in \mathbb{Z}$  וגם  $c_1 \in \mathbb{Z}$

הוכח :  $\gcd(c_1, c_2) = 1$  .

8. מצא  $x, y \in \mathbb{Z}$  כך שהם פתרון של  $814x + 296y = 148$

9. יהי  $a$  מספר טבעי כלשהו.

א. הוכח שהמחלק המשותף הגדול ביותר  $d$  של המספרים  $a^2 - 1, a^3 - 1$  שווה ל  $a - 1$ .

ב. מצא מספרים שלמים  $x, y$  שמקיימים את המשוואה  $x(a^2 - 1) + y(a^3 - 1) = a - 1$ .

10. נתונים  $a=675, b=3087, c=6125$ . מצא את

$$\gcd(a,b), \gcd(a,c), \gcd(a,b,c)$$

11

נתונים  $a=675, b=3087, c=6125$ . מצא את  $\gcd(a,b), \gcd(a,c), \gcd(a,b,c)$ .

12. יהי  $a$  מספר טבעי כלשהו.

א. הוכח שהמחלק המשותף הגדול ביותר של המספרים  $a^2 - a - 2, a^3 + 1$  שווה ל  $3a + 3$ .

ב. מצא מספרים שלמים  $x, y$  שמקיימים את המשוואה  $x(a^2 - a - 2) + y(a^3 + 1) = 3a + 3$ .

13. א. מצא את המחלק המשותף הגדול ביותר  $d$  של המספרים  $161, 119$ .

ב. מצא מספרים שלמים  $x, y$  שמקיימים את המשוואה  $161x + 119y = d$ .

14. יהי  $a$  מספר טבעי כלשהו.

א. הוכח שהמחלק המשותף הגדול ביותר של המספרים  $a^2 - 1, a^3 + 1$  שווה ל  $a + 1$ .

ב. מצא מספרים שלמים  $x, y$  שמקיימים את המשוואה  $x(a^2 - 1) + y(a^3 + 1) = a + 1$ .

15. יהי  $a$  מספר טבעי כלשהו.

א. הוכח שהמחלק המשותף הגדול ביותר של המספרים  $a^3 + 1, a^2 + a + 1$  שווה ל  $1$ .

ב. מצא מספרים שלמים  $x, y$  שמקיימים את המשוואה  $x(a^3 + 1) + y(a^2 + a + 1) = 1$ .

16. מצא  $x, y \in \mathbb{Z}$  כך שהם פתרון של  $1146x + 486y = 300$ .