

26.6.2002

מבחן מועד א'
מבני נתונים
סמסטר אביב, תשס"ב

- משך המבחן: שלוש שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהוא.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (30 נקודות)

- נגדיר מבנה נתונים – "רשימת מקסימומים" L בעל התכונות הבאות :
- L היא רשימה מקושרת דו-כיוונית לא ממוינת (ללא Tail) כפי שהוגדר בכיתה. דהינו, $Head(L)$ מצביע לראש הרשימה L ולכל איבר x ברשימה L ישנם השדות הבאים:
 $key(x), info(x), next(x), prev(x)$
 - כל איבר x ברשימה L הוא בעצמו מצביע לרשימה מקושרת דו-כיוונית לא ממוינת (ללא Tail) **לא ריקה** Q_x (הרשימה של האיבר x).
 - עבור כל איבר x מהרשימה L , השדה $key(x)$ שווה לערך המקסימלי מבין המפתחות של אברי הרשימה Q_x , והשדה $info(x)$ מכיל מצביע לתחילת הרשימה Q_x , דהינו:
 $head(Q_x) = info(x)$
 - לכל איבר y ברשימה Q_x ישנם השדות הבאים: $key(y), info(y), next(y), prev(y)$

כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $Extract_Max(L)$ שמקבלת כפרמטר רשימת מקסימומים L (כפי שהוגדר למעלה) ומוחקת את האיבר בעל המפתח הגדול ביותר מבין כל האיברים שנמצאים ברשימות מהסוג Q_x .

נסמן ב- n את אורך הרשימה L ונסמן ב- m את אורך הרשימה הארוכה ביותר מבין הרשימות מהסוג Q_x . מה הסיבוכיות כתלות ב- n ו- m של הפונקציה שכתבת?

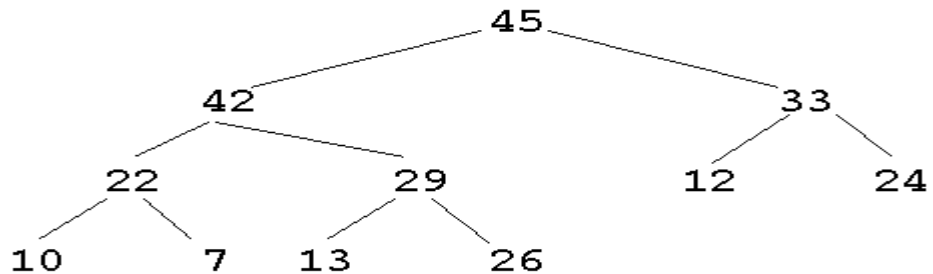
הנחות ודרישות

- יש לדאוג לכך שלאחר סיום הפונקציה, הרשימה L (לאחר שהוצא ממנה איבר המקסימום) צריכה להיות "רשימת מקסימומים" על כל תכונותיה (כפי שהוגדר למעלה).
- הפונקציה מוחקת איבר אחד בלבד (אם יש כמה איברים בעלי מפתח מקסימום, מספיק למחוק אחד מהם).
- ניתן להניח ש- L מכילה לפחות איבר אחד.
- אין להשתמש במבני עזר (כמו מחסנית, תור וכו').
- אם הפונקציה $\text{Extract_Max}(L)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מוותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x,y,z) לתאור איברים ברשימה L או ברשימות מהסוג Q_x

רמז: שים לב לא להזניח מקרי קצה. לדוגמה יתכן שאיבר המקסימום הוא היחיד ברשימה מהסוג Q_x שבה הוא נמצא.

2. (30 נקודות)

כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $\text{Get_from_right}(H,x,i)$ שמקבלת כפרמטרים ערימת מקסימום H , צומת x בערימה H ומס' i . הפונקציה מחזירה את הצומת של הערימה H שנמצא i מקומות ימינה מהצומת x , באותה רמה. אם אין צומת כזה הפונקציה מחזירה NULL . לדוגמא: עבור ערימה H הבאה:



אם x הוא הצומת של הערימה H שהמפתח שלו שווה ל-22, אזי הפונקציה $\text{Get_from_right}(H,x,3)$ מחזירה את הצומת בערימה שהמפתח שלו שווה ל-24.

אם x הוא הצומת של הערימה H שהמפתח שלו שווה ל-29, אזי הפונקציה $\text{Get_from_right}(H,x,3)$ מחזירה NULL .

רמז:

התחל/י בכתיבת פונקצית העזר $\text{Get_one_right}(H,x)$ שמחזירה את הצומת הראשון מימין לצומת x באותה רמה. לדוגמא, אם x הוא הצומת שהמפתח שלו שווה ל-29, אזי $\text{Get_one_right}(H,x)$ מחזירה את הצומת שהמפתח שלו שווה ל-12.

הנחות ודרישות

- ניתן להניח שהאיבר x המועבר לפונקציה כפרמטר קיים ואינו נמצא ברמה התחתונה ביותר בערימה.
- אין להשתמש במבני עזר (כמו מחסנית, תור וכו').
- אם הפונקציה Get_from_right קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x,y,z) לתאור איברים בערימה H .
- לכל איבר x בערימה ישנם השדות הבאים: $\text{key}(x), \text{left}(x), \text{right}(x), \text{parent}(x)$

3. (40 נקודות)

חלק א (20 נקודות)

נתון העץ **B-tree** הבא מדרגה 6 ($t=3$) שרטט את העץ לאחר הפעולות הבאות :

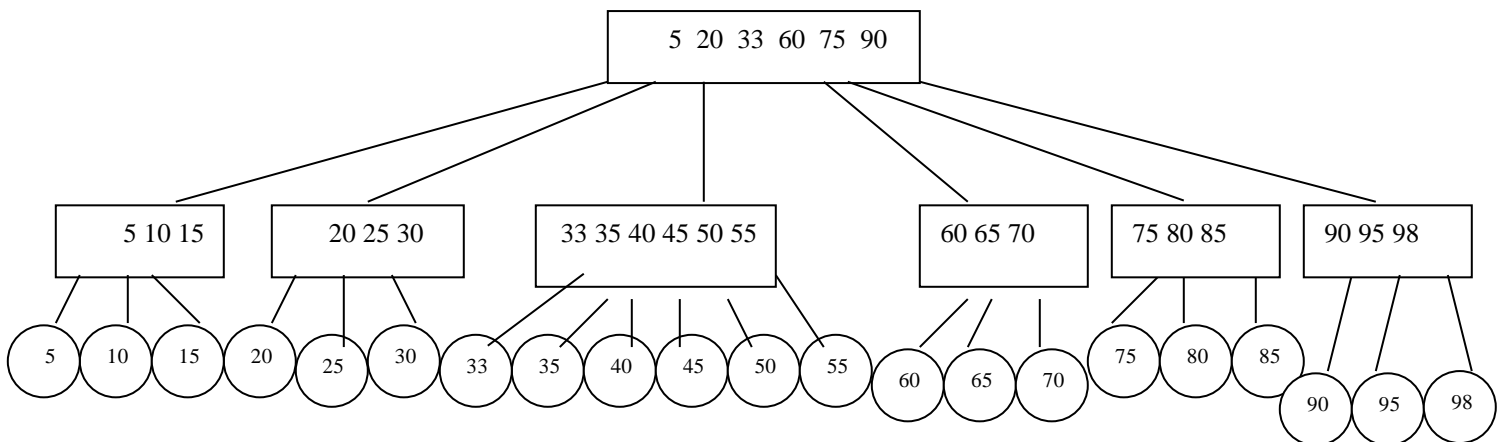
א. הכנסת איבר 47

ב. הוצאת איבר 30

ההנחות :

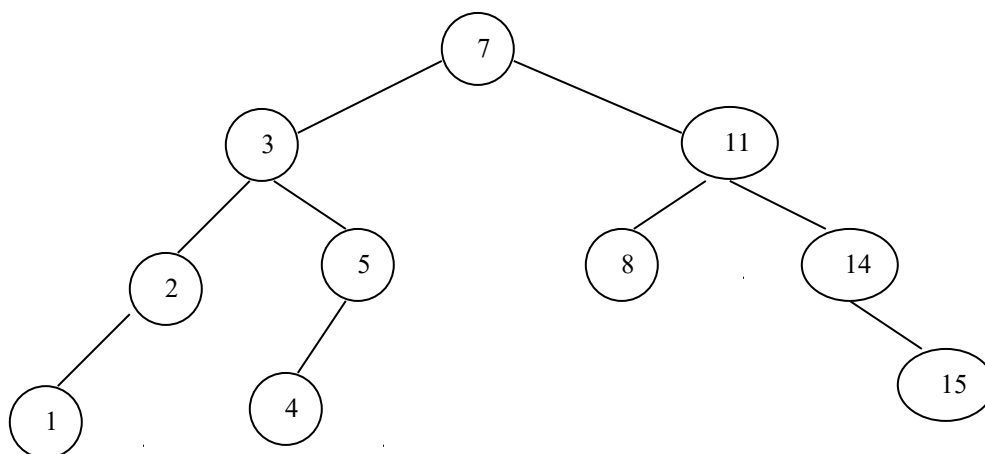
א. השאלה מתייחסת לפי ההרצאות כלומר בצומת פנימי בעל M בנים יש M מפתחות כאשר הראשון מציין את האיבר הכי קטן בתת העץ השמאלי ביותר.

ב. את סעיף ב' בשאלה פותרים לפי השרטוט המתקבל לאחר סיום סעיף א'.



חלק ב (20 נקודות)

נסמן ב- T את עץ ה- AVL שבציור הבא, (המס' שבצמתים שבציור מצינים את המפתחות שלהם). הנח שהעץ T התקבל ע"י הוספת צומת x לעץ T_1 וביצוע (כתוצאה מהוספת x) גלגול מסוג LR בצומת שהמפתח שלו הוא 11 .
ציין מי הוא הצומת x (ז"א מה המפתח שלו) וצייר את העץ T_1 .



רמז: כדי למצוא את העץ T_1 בצע תחילה גלגול RR בצומת 7 (על העץ T) ולאחר מכן בצע על העץ שהתקבל גלגול LL בצומת ... (השלם/י בעצמך לאיזה צומת הכוונה).

בהצלחה!