

27.6.2003

מבחן מועד א'
מבני נתונים
סמסטר אביב, תשס"ג

- משך המבחן: שלוש שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהוא.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (35 נקודות)

הגדרה: עבור שתי מחסניות (לא ריקות) נתונות $S1$ ו- $S2$ נגדיר צעד אחד במשחק מלחמה כשינוי תוכן המחסניות באופן הבא:

יהי $x1$ האיבר שבראש המחסנית $S1$ ויהי $x2$ האיבר שבראש המחסנית $S2$.
אם $key(x1) > key(x2)$ יוצאו שני האיברים $x1$ ו- $x2$ מראש המחסניות ויוכנסו לתחתית המחסנית $S1$ (מעל $x2$).
אם $key(x1) < key(x2)$ יוצאו שני האיברים $x1$ ו- $x2$ מראש המחסניות ויוכנסו לתחתית המחסנית $S2$ (מעל $x1$).
הערה: אין צורך לטפל במקרה ש- $key(x1)=key(x2)$ (מניחים שאין במחסניות שני איברים שונים בעלי מפתח זהה).

לדוגמה: עבור המפתחות הבאים של איברים במחסנית $S1$: 5 30 10 12 14 2 8
(כאשר מפתח האיבר שבראש המחסנית הוא 5 ומפתח האיבר בתחתית המחסנית הוא 8)
ועבור המפתחות הבאים של איברים במחסנית $S2$: 7 6 11 13
(כאשר מפתח האיבר שבראש המחסנית הוא 7 ומפתח האיבר בתחתית המחסנית הוא 13)
לאחר ביצוע צעד אחד במשחק מלחמה נקבל
שמפתחות האיברים במחסנית $S1$ יהיו: 30 10 12 14 2 8
ומפתחות האיברים במחסנית $S2$ יהיו: 6 11 13 7 5

כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $War(S1,S2,k)$ שמקבלת כפרמטרים שתי מחסניות (לא ריקות) $S1$ ו- $S2$ ומס' שלם חיובי k . הפונקציה משנה את תוכן המחסניות כך שלאחר הקריאה לפונקציה תוכן המחסניות יהיה כמו לאחר ביצוע k צעדים במשחק מלחמה כפי שתואר למעלה.
הערה: אם במהלך k הצעדים אחת מהמחסניות מתרוקנת (למשל $S1$ מתרוקנת) יש לעצור ולהדפיס הודעה שהמחסנית השנייה ניצחה (למשל $S2$ wins).

לדוגמה, לאחר הקריאה לפונקציה $\text{War}(S1,S2,2)$ עבור המחסניות $S1$ ו- $S2$ שתוארו למעלה
מפתחות האיברים במחסנית $S1$ יהיו: **10 12 14 2 8 30 6**
ומפתחות האיברים במחסנית $S2$ יהיו: **11 13 7 5**

הנחות ודרישות

- מותר להשתמש במבנה עזר יחיד שהוא רשימה מקושרת חד כונית לא ממוינת L עם head ו- tail ופעולות כמו $\text{Delete}(L,x)$, $\text{Isempy}(L)$, $\text{Create}(L)$, $\text{Insert}(L,x)$ כפי שהוגדר בכיתה.
- פרט לרשימה L הנ"ל אין להשתמש במבני עזר נוספים (כמו מחסנית, תור או רשימה מקושרת נוספת וכו').
- אם הפונקציה $\text{War}(S1,S2,k)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x,y,z) לתאור איברים ברשימה L או במחסניות $S1$ ו- $S2$.
- מותר להשתמש בפעולות על המחסניות $S1$ ו- $S2$ כמו $\text{Top}(S1)$, $\text{Pop}(S1)$, $\text{Push}(S1,x)$, $\text{Isempy}(S2)$, $\text{Top}(S2)$, $\text{Pop}(S2)$, $\text{Push}(S2,x)$, $\text{Isempy}(S1)$ כפי שהוגדר בכיתה.
- הנח'י שאין במחסניות $S1$ ו- $S2$ שני איברים שונים בעלי מפתח זהה.

2. (35 נקודות)

נגדיר "עץ בינארי עם גורמי איזון" כעץ בינארי T שבו לכל צומת x בנוסף לשדות הרגילים יש שדה $\text{Balance}(x)$ המכיל את גורם האיזון בצומת x .

נזכיר ש- $\text{Balance}(x) = h(\text{Tleft}(x)) - h(\text{Tright}(x))$ וכן נזכיר שלכל עץ T , $h(T)$ מסמן את גובה העץ T .

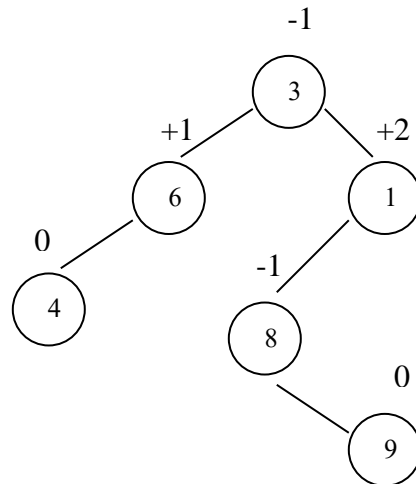
כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $\text{Hook-left}(T1, T2, x)$ שמקבלת כפרמטרים שני עצים בינאריים (לא ריקים) $T1$ ו- $T2$ עם גורמי איזון ואיבר x שנמצא בעץ $T1$ (הנח של- x אין בן שמאלי). הפונקציה מוסיפה את שורש העץ $T2$ כבן שמאלי של x ומעדכנת את גורמי האיזון (בכל הצמתים שבהם יש צורך לעדכן את גורמי האיזון) כך שהעץ שמתקבל (שמכיל את כל האיברים של $T1$ ו- $T2$) הוא "עץ בינארי עם גורמי איזון" חוקי.

דרישה חשובה: על סיבוכיות הפונקציה $\text{Hook-left}(T1, T2, x)$ להיות לכל היותר $O(h(T1)+h(T2))$

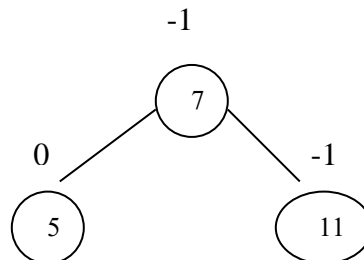
(שים לב לדרישות הנוספות שבעמוד הבא)

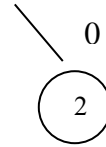
לדוגמה:

יהיה $T1$ העץ הבא (מעל כל צומת מצוין גורם האיזון שלה):

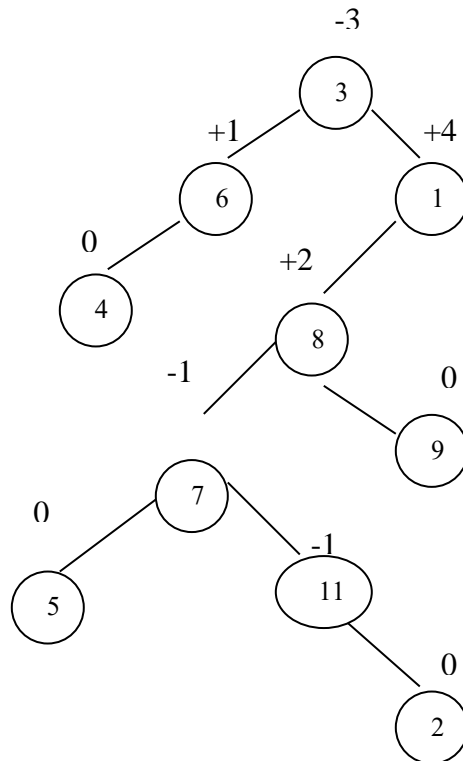


יהיה $T2$ העץ הבא (מעל כל צומת מצוין גורם האיזון שלה):





אזי לאחר הקריאה לפונקציה $\text{Hook-left}(T1, T2, x)$ כאשר x הוא האיבר בעץ $T1$ שהמפתח שלו הוא 8, יתקבל העץ הבינארי עם גורמי האיזון הבא:



הנחות ודרישות נוספות:

- אין להשתמש במבני עזר (כמו מחסנית, תור וכו').
- אם הפונקציה $\text{Hook-left}(T1, T2, x)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x, y, z) לתאור איברים בעצים $T1$ ו- $T2$.
- לכל איבר x בעץ בינארי עם גורמי איזון ישנם השדות הבאים:
 $\text{info}(x), \text{key}(x), \text{left}(x), \text{right}(x), \text{parent}(x), \text{balance}(x)$

3. (30 נקודות)

חלק א (10 נקודות)

האם קיים עץ B שבו $t=3$ (במילים אחרות עץ 3-4-5-6) בעל התכונה הבאה: גובה העץ הוא 3 לשורש יש 3 בנים ואם נוציא 3 איברים מהעץ (לפי אלגוריתם ההוצאה שתואר בכיתה) גובה העץ יקטן ב-1?

אם כן צייר עץ כזה וציין אילו 3 איברים יש להוציא מהעץ שצירת כדי שגובה העץ יקטן ב-1. אם לא, נמק למה לא קיים עץ כזה.

הערה: גובה עץ מוגדר כמסי הצמתים במסלול הארוך ביותר מהשורש לאיזשהו עלה. לדוגמה גובה העץ שבציור של חלק ב' הוא 5.

חלק ב (20 נקודות)

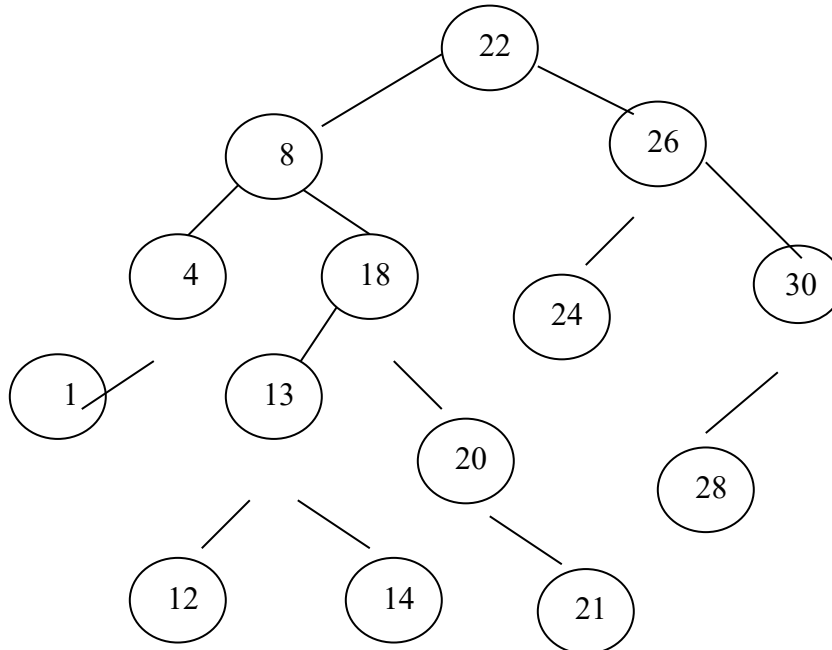
נסמן ב-T את עץ ה-AVL שבציור הבא, (המס' שבצמתים שבציור מצינים את המפתחות שלהם). צייר את העץ המתקבל לאחר ביצוע הפעולות הבאות (לפי הסדר המצויין) על העץ T:

הוספת צומת 15

הוצאת צומת 26

הוצאת צומת 13

ציין איזה סוגי גלגולים בצעת (ובאילו צמתים בוצעו הגלגולים) בדרכך לפתרון. אין צורך לצייר את העצים שהתקבלו בשלבי הביניים, מספיק לצייר את העץ הסופי. יש להשתמש באלגוריתמי ההוספה וההוצאה שהוצגו בכיתה בלבד.



בהצלחה!