

מבחן מועד א'
מבני נתונים
סמסטר אביב, תשס"ד

- משך המבחן: שלוש וחצי שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהו.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (25 נקודות)

הגדרה: נאמר שמערך A שגודלו N הוא **תמורה** של קבוצת המספרים $1, 2, \dots, N$ אם כל מספר בקבוצה זו מופיע בדיוק פעם אחת כערך של איבר במערך A .

לדוגמה: המערך A הבא שגודלו 4 וערכיו הם: $A[1]=2, A[2]=4, A[3]=3, A[4]=1$. הוא תמורה של קבוצת המספרים $1, 2, 3, 4$.

כתוב/י פסאודו-קוד של פונקציה בשם $\text{Reorder}(A, N, S, F)$ שמקבלת את הפרמטרים הבאים (ומבצעת את המשימה שמתוארת בהמשך):

A - מערך שגודלו N והינו **תמורה** של קבוצת המספרים $1, 2, \dots, N$ (כפי שהוגדר למעלה)
 N - מסי האיברים במערך A ובמחסנית S .
 S - מחסנית שמכילה N איברים.
 F - מחסנית ריקה.

לאחר הקריאה לפונקציה $\text{Reorder}(A, N, S, F)$:

1. המערך A המספר N והמחסנית S יישארו ללא שינוי.
2. המחסנית F תכיל עותקים של אברי המחסנית S מסודרים לפי הסדר שצוין ע"י המערך A (כפי שמתואר בדוגמה שבהמשך).

מה סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות ב- N ?

שים/י לב לדוגמה ולדרישות הנוספות שמתוארות בעמוד הבא.

דוגמה

יהי A המערך הבא:

1	2	3	4	5
2	3	1	5	4

דהינו: $A[1] = 2$, $A[2] = 3$ וכו'.

תהי S המחסנית הבאה (בציור מצוינים מפתחות האיברים שבמחסנית):

18	S
50	
10	
35	
3	

כאשר בראש המחסנית האיבר שהמפתח שלו הוא 18. (במילים אחרות: הפונקציה $\text{Top}(S)$ מחזירה את האיבר שהמפתח שלו הוא 18).

נמספר את האיברים במחסנית כך שהאיבר שבראש המחסנית (דהינו האיבר שהמפתח שלו הוא 18) יהיה איבר מספר 1 והאיבר שבתחתית המחסנית (דהינו האיבר שהמפתח שלו הוא 3) יהיה איבר מס' N (בדוגמה הנ"ל $N=5$).

לאחר הקריאה לפונקציה: $\text{Reorder}(A,5,S,F)$ עם המערך A הנ"ל והמחסנית S הנ"ל. המערך A והמחסנית S לא ישתנו ותוכן המחסנית F יהיה (בציור מצוינים מפתחות האיברים שבמחסנית):

50	F
10	
18	
3	
35	

לדוגמה בגלל ש- $A[1] = 2$ האיבר שבראש המחסנית F הוא האיבר שהיה שני במחסנית S .

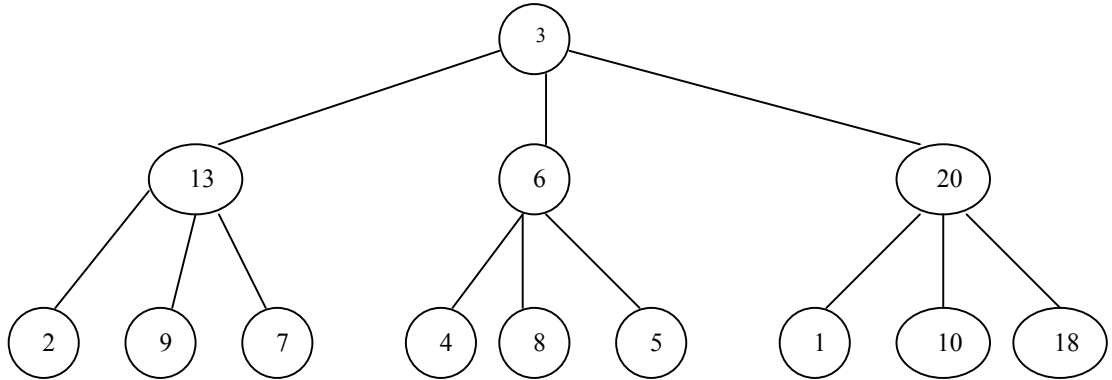
הנחות ודרישות נוספות

- אין להשתמש במבני עזר נוספים (פרט למחסנית S למערך A ולמחסנית F).
 - אם משתנה x מכיל איבר של המחסנית S מותר לבצע פקודה מהסוג: $y = \text{copy_of}(x)$ כדי לקבל במשתנה y עותק של האיבר שמכיל המשתנה x .
 - מותר להשתמש בפונקציות של מחסנית שהוגדרו בכיתה כמו $\text{Pop}(S)$, $\text{Top}(S)$ וכו'.
- פרט לפונקציות אלו יש לכתוב את הפסאודו-קוד של כל פונקציה שנקראת מהפונקציה $\text{Reorder}(A,N,S,F)$.

2. (25 נקודות)

נגזיר "עץ טרנארי שלם" כעץ T שבו לכל צומת שאינו עלה יש (בדיוק) שלושה בנים ובנוסף כל העלים באותה רמה (אין הגבלה על מס' הרמות בעץ).

לדוגמה העץ הבא הוא עץ טרנארי שלם (בציור מצוינים המפתחות של האיברים בעץ) :



לכל איבר x בעץ הנ"ל יש את השדות הבאים:

- $key(x)$ - מפתח האיבר x .
- $info(x)$ - נתונים שונים על האיבר x .
- $parent(x)$ - מצביע לאבא של x .
- $left(x)$ - מצביע לבן השמאלי ביותר מבין הבנים של x .
- $rb(x)$ - מצביע לאח הימני של x (ולא לבן הימני של x). אם ל- x אין אח ימני אזי $rb(x)$ שווה ל- $NULL$.

לדוגמה: עבור האיבר x שהמפתח שלו הוא 6 מתקיים:

$parent(x)$ - מצביע על האיבר שהמפתח שלו הוא 3.

$left(x)$ - מצביע על האיבר שהמפתח שלו הוא 4.

$rb(x)$ - מצביע על האיבר שהמפתח שלו הוא 20.

לדוגמה: עבור האיבר x שהמפתח שלו הוא 20 מתקיים:

$parent(x)$ - מצביע על האיבר שהמפתח שלו הוא 3.

$left(x)$ - מצביע על האיבר שהמפתח שלו הוא 1.

$rb(x)$ - שווה ל- $NULL$.

בנוסף ישנו שדה $root(T)$ שמצביע לשורש העץ T .

כתוב/י פסאודו-קוד של פונקציה בשם $get_one_right(T,x)$ (יעילה ככל האפשר) שמקבלת כפרמטרים עץ טרנארי שלם T ואיבר x שנמצא בעץ T (הנח/י ש- x קיים ואין צורך לחפש אותו) ומחזירה את האיבר שנמצא מימין לאיבר x באותה רמה (אם אין איבר מימין ל- x באותה רמה הפונקציה מחזירה $NULL$).

נסמן ב- n את מספר האיברים בעץ T .
מה סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות ב- n ?

לדוגמה:

הקריאה לפונקציה `get_one_right(T,x)` עם העץ T הנ"ל ועם האיבר x שהמפתח שלו הוא 5 תחזיר את האיבר שהמפתח שלו הוא 1.

הקריאה לפונקציה `get_one_right(T,x)` עם העץ T הנ"ל ועם האיבר x שהמפתח שלו הוא 13 תחזיר את האיבר שהמפתח שלו הוא 6.

הקריאה לפונקציה `get_one_right(T,x)` עם העץ T הנ"ל ועם האיבר x שהמפתח שלו הוא 20 תחזיר `NULL`.

הנחות ודרישות נוספות

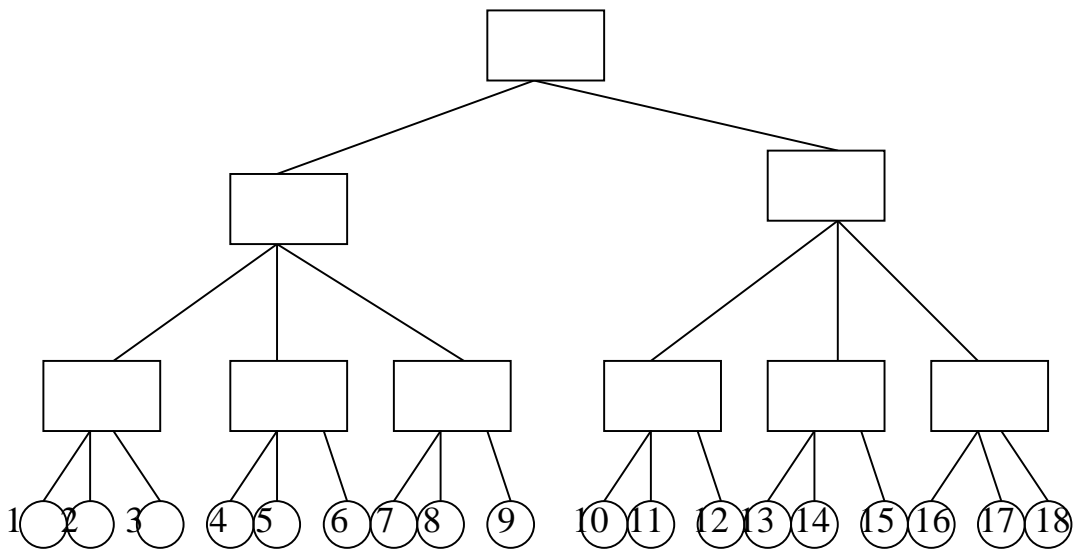
- אין להשתמש במבני עזר נוספים (פרט לעץ T).
- אין להשתמש ברקורסיה לפתרון שאלה זו.

3. (25 נקודות)

נתון העץ **B** הבא שבו $t=3$ (במילים אחרות עץ 3-4-5-6) שבו 9 צמתי דמה (דהינו 9 צמתים שאינם עלים). בציור מתוארים רק המפתחות של האיברים שבעלים.

מהו המספר הקטן ביותר של איברים (דהינו עלים) שיש להוציא מהעץ (לפי אלגוריתם ההוצאה שתואר בכיתה) כדי שמספר צמתי הדמה (דהינו צמתים שאינם עלים) יהיה שווה ל-5.

ציין איזה איברים בעץ (שמספרם כפי שצינת) יש להוציא מהעץ (לפי אלגוריתם ההוצאה שתואר בכיתה) על מנת שמספר צמתי הדמה יהיה שווה ל-5.

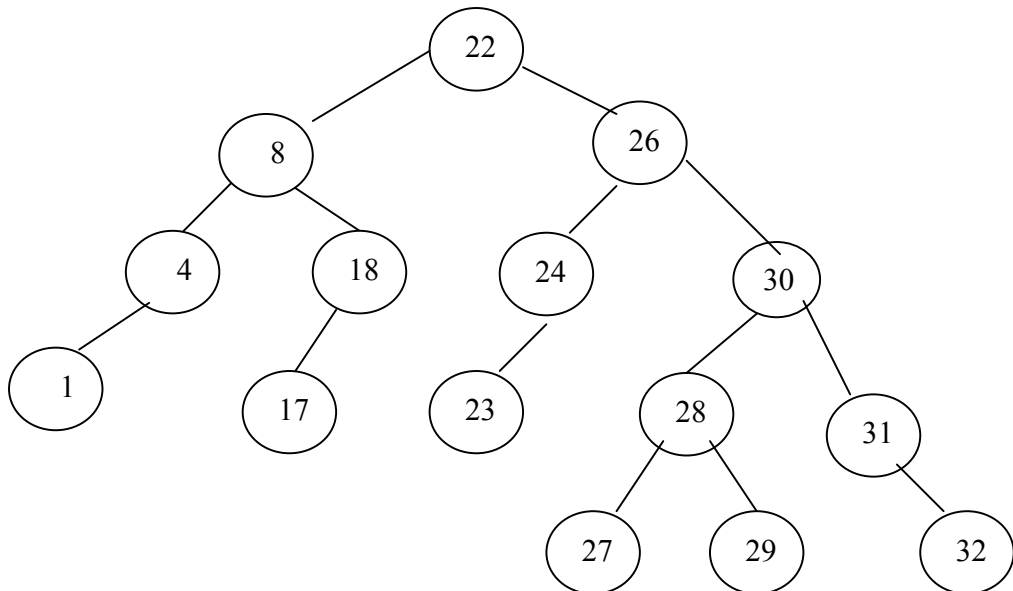


4. (25 נקודות)

נסמן ב- T את עץ ה- **AVL** שבציור הבא, (המס' שבצמתים שבציור מציינים את המפתחות שלהם). צייר את העץ המתקבל לאחר ביצוע הפעולות הבאות (לפי הסדר המצוין ולפי האלגוריתמים שתוארו בכיתה) על העץ T :

- הוספת צומת 33
- הוצאת צומת 1
- הוצאת צומת 17

ציין איזה סוגי גלגולים בצעת (ובאילו צמתים בוצעו הגלגולים) בדרכך לפתרון. אין צורך לצייר את העצים שהתקבלו בשלבי הביניים, מספיק לצייר את העץ הסופי. יש להשתמש באלגוריתמי ההוספה וההוצאה שהוצגו בכיתה בלבד.



בהצלחה!