

14.7.2005

מבחן מועד א'
מבני נתונים
סמסטר אביב, תשס"ה

- משך המבחן: שלוש וחצי שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהו פרט למחשבים או מחשבונים.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (25 נקודות)

נתונים מערך A בגודל $2n$, מחסנית S (מלאה) בגודל n ותור Q (מלא) בגודל n .

נתון קטע הפסאודו קוד הבא:

```
for i=1 to 2n-1
do
  x=top(S)
  y=top(Q)
  pop(S)
  dequeue(Q)
  A[i]=x
  A[i+1]=y
done
```

כתוב המשך לקטע הקוד הנ"ל (בפסאודו קוד) כך שבסיום קטע הקוד המחסנית S והתור Q יכילו את אותם האיברים שהיו בהם בהתחלה אך בסדר הפוך.

דוגמה נניח שבהתחלה מפתחות האיברים בתור Q היו: 10,5,20,2 (כאשר 10 הוא מפתח האיבר שבתחילת התור) ומפתחות האיברים שבמחסנית S היו: 100,3,2,15 (כאשר 100 הוא מפתח האיבר שבראש המחסנית).

אזי לאחר הפעלת קטע הקוד הנ"ל והמשך שתכתבו

מפתחות האיברים בתור Q יהיו: 2,20,5,10

ומפתחות האיברים במחסנית S יהיו: 15,2,3,100

מה סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת בתלות ב- n ?

שים לב לדרישות הנוספות שמתוארות בעמוד הבא.

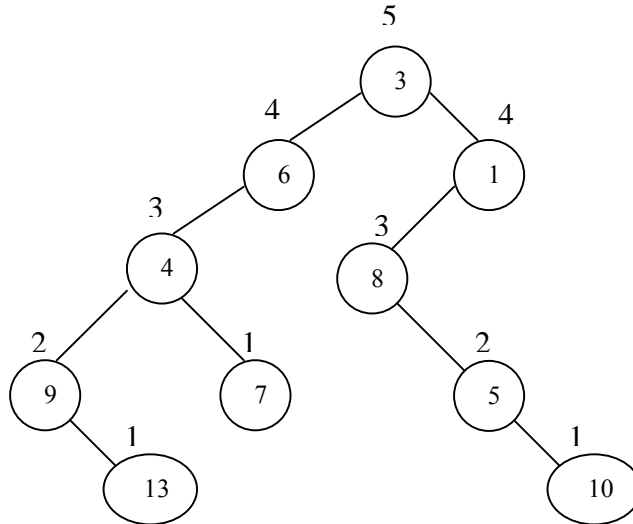
הנחות ודרישות נוספות

- אין להשתמש במבני עזר נוספים (פרט למחסנית **S** לתור **Q** ולמערך **A**).
- המחסנית והתור אינם יכולים להכיל יותר מ- **n** איברים. המערך אינו יכול להכיל יותר מ- **2n** איברים.
- מותר להשתמש בפונקציות של מחסנית ותור שהוגדרו בכיתה כמו **Top(S), Pop(S), Dequeue(Q)** וכו'. פרט לפונקציות אלו יש לכתוב את הפסאודו-קוד של כל פונקציה שנקראת מקטע הקוד שכתבת.

2. (25 נקודות)

נגדיר "עץ בינארי עם גבהים" כעץ בינארי T שבו לכל צומת x בנוסף לשדות הרגילים יש שדה $h(x)$ המכיל את גובה תת העץ ששורשו x .

לדוגמה: בכל צומת בעץ הבא מצוין מפתח הצומת ומעליו מספר המציין את גובה הצומת.



לכל איבר x בעץ בינארי עם גבהים ישנם השדות הבאים:
 $info(x), key(x), left(x), right(x), parent(x), h(x)$

בנוסף ישנו שדה $root(T)$ שמצביע לשורש העץ T .

הגדרה: יהי x איבר כלשהו שנמצא בעץ T . נניח ש- x נמצא ברמה L בעץ. נגדיר את האיבר שנמצא באמצע הרמה של x בעץ T כאיבר ה- $\lfloor (k+1)/2 \rfloor$ מבין האיברים שנמצאים ברמה L כאשר k הוא מספר האיברים שנמצאים ברמה L בעץ.

לדוגמה אם x הינו האיבר שהמפתח שלו הוא 5 בעץ שלמעלה אזי x נמצא ברמה 4, והאיבר שנמצא באמצע הרמה של x הוא האיבר שהמפתח שלו הוא 7. אם x הינו האיבר שהמפתח שלו הוא 10 בעץ שלמעלה אזי x נמצא ברמה 5, והאיבר שנמצא באמצע הרמה של x הוא האיבר שהמפתח שלו הוא 13.

כתוב/י פסאודו-קוד של פונקציה בשם $P2(T, x)$ שמקבלת כפרמטרים עץ בינארי עם גבהים T ואיבר x שנמצא בעץ T (הנח/י ש- x קיים ואין צורך לחפש אותו) ומחזירה את האיבר שנמצא באמצע הרמה של x בעץ T .

אין להשתמש במבני עזר נוספים (פרט לעץ T) ואין להשתמש ברקורסיה לפתרון שאלה זו.

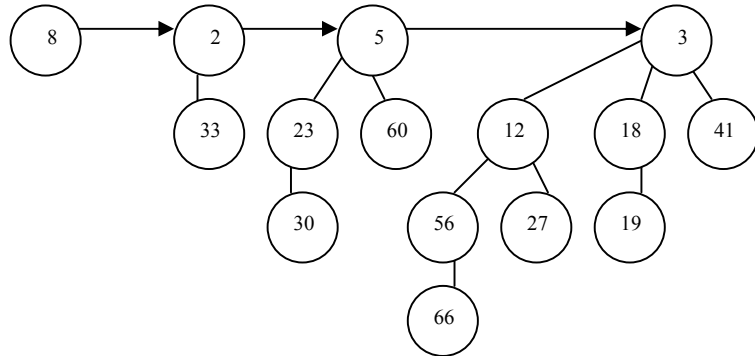
3. (25 נקודות)

- א. האם קיים עץ AVL, כך שבתהליך ההוספה של איבר x לעץ (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה) שהמפתח שלו (דהינו $key(x)$) גדול מהמפתחות של כל האיברים בעץ יתקיים גלגול LL. במידה וכן צייר את העץ. במידה ולא הסבר מדוע.
- ב. האם קיים עץ AVL שבתהליך ההוצאה של איבר כלשהו (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה) יתקיים גלגול RR ולאחריו גלגול LL. במידה וכן צייר את העץ וציין מיהו האיבר שיש להוציא והיכן יבוצעו הגלגולים. במידה ולא הסבר מדוע.

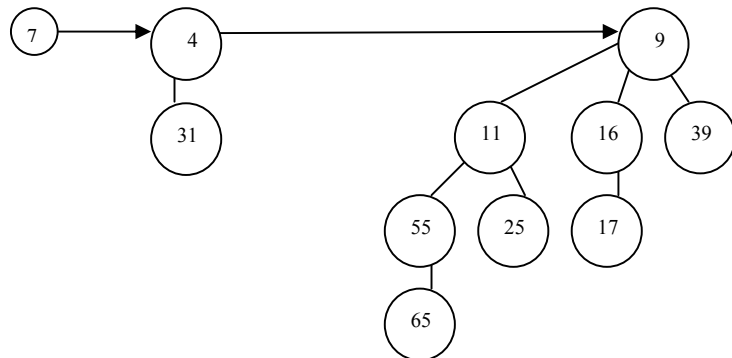
4. (25 נקודות)

נתונות שתי הערימות הבינומיות H1 ו-H2 המתוארות בציורים הבאים (המס' שבצמתים שבציור מציינים את המפתחות שלהם).

הערימה H1



הערימה H2



- א. צייר את הערימה המתקבלת מאיחוד שתי הערימות H1 ו-H2 (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה). אין צורך לתאר את שלבי הביניים ומספיקה התוצאה הסופית.
- ב. צייר את הערימה המתקבלת לאחר הוצאת האיבר שהמפתח שלו הוא 2 מערימה H1 (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה). אין צורך לתאר את שלבי הביניים ומספיקה התוצאה הסופית.

בהצלחה!