

16.7.2008

**מבחן מועד א'**  
**מבני נתונים**  
**סמסטר אביב, תשס"ח**

- משך המבחן: שלוש וחצי שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהו פרט למחשבים.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה!

**1. (25 נקודות)**

כתוב/כתבי פסאודו-קוד לפונקציה בשם  $P1$ , **יעילה ככל האפשר**, אשר מקבלת עץ חיפוש בינארי  $T$  ומוסיפה לכל איבר  $x$  בעץ, שדה בשם  $s(x)$  שמכיל את סכום המפתחות של כל האיברים בעץ שהמפתח שלהם קטן מהמפתח של  $x$ .

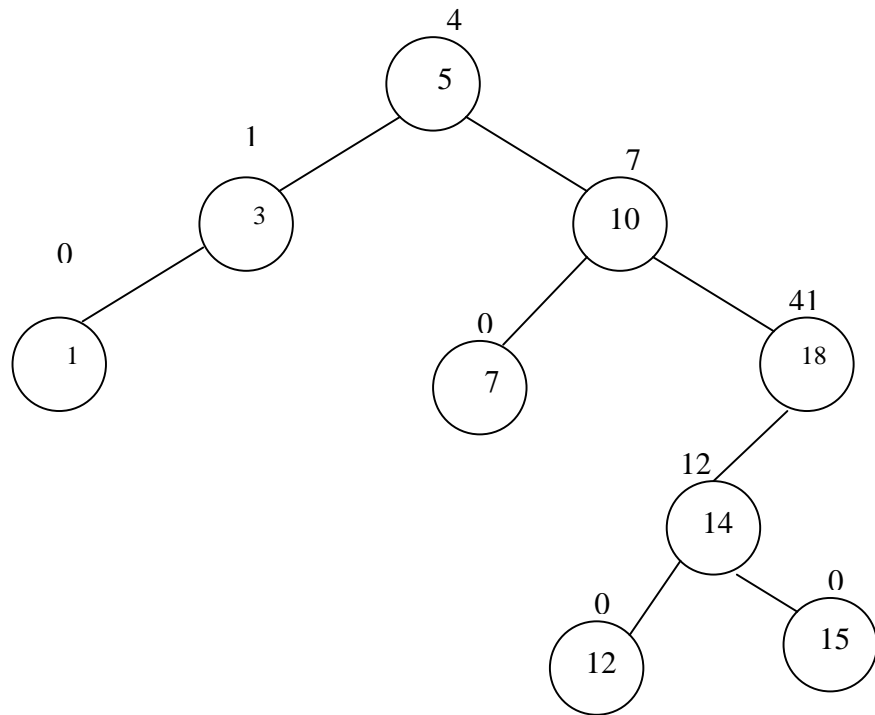
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות בגובה העץ ( $h$ ) או במס' האיברים בעץ ( $n$ ) (בחר/י את האפשרות המתאימה מבין  $h$  או  $n$  לפונקציה שכתבת).

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ). מס' המשתנים האלו הוא קבוע שאינו תלוי ב-  $n$  או ב-  $h$ .

דוגמה:

בעץ הבא מצוין ערך השדה  $s(x)$  מעל כל צומת  $x$ .



## 2. (20 נקודות)

נגדיר מספר בינארי באורך  $n$  כסדרה של  $n$  ביטים (שערכם הוא 0 או 1). נניח שמספור הביטים בסדרה מתחיל מ-1.

הצע/הציעי מבנה נתונים שתומך בפעולות הבאות על מספר בינארי באורך  $n$ :

- הדלקת הביט ה- $i$ , (דהינו הפיכתו ל-1, ואם היה 1 הוא נשאר 1) בזמן  $O(\log n)$ ,
- כיבוי הביט ה- $i$ , (דהינו הפיכתו ל-0, ואם היה 0 הוא נשאר 0) בזמן  $O(\log n)$ ,
- בהינתן שני אינדקסים  $i$  ו- $j$  מציאת מספר הביטים שהם 1 בתחום בין  $i$  ל- $j$  (כולל  $i$  ו- $j$ ) בזמן  $O(\log n)$ ,
- בהינתן שני אינדקסים  $i$  ו- $j$  מציאת מספר הביטים שהם 1 בתחום שאינו בין  $i$  ל- $j$  (התחום לא כולל  $i$  ו- $j$ ) בזמן  $O(\log n)$ ,
- בהינתן שני אינדקסים  $i$  ו- $j$  מציאת סכום האינדקסים של הביטים שהם 1 בתחום בין  $i$  ל- $j$  (כולל  $i$  ו- $j$ ) בזמן  $O(\log n)$ . לדוגמה, עבור הסדרה: 01010101, בהינתן אינדקסים 3 ו-6 יוחזר הערך 10.

תארו/י באופן מילולי איך מתבצעת כל אחת מהפעולות הנ"ל.

## 3. (20 נקודות)

במוסד אקדמי לומדים  $n$  סטודנטים כאשר עבור כל סטודנט נשמרים במערך המחשוב של המוסד פרטיו האישיים (הכוללים שם כתובת ומס' תעודת זהות) ומספר המציין את ממוצע הציונים של הסטודנט. מניחים שממוצעי הסטודנטים מחושבים כמספרים שלמים בין 0 ל-100.

הצע/הציעי מבנה נתונים ששומר את נתוני הסטודנטים הנ"ל ותומך בפעולות הבאות:

- הוספת/הוצאת סטודנט בזמן  $O(1)$  בממוצע.
- שינוי ממוצע הציונים של סטודנט בזמן  $O(1)$  בממוצע.
- בהינתן תעודת זהות של סטודנט כלשהו, הדפסת רשימת מספרי תעודות זהות של כל הסטודנטים במוסד שממוצע הציונים שלהם זהה לממוצע הציונים של הסטודנט, בזמן  $O(1) + O(k)$  במקרה הגרוע, כאשר  $k$  מציין את מספר הסטודנטים שיודפסו.
- בהינתן תעודת זהות של סטודנט כלשהו, הדפסת מספר הסטודנטים שממוצע הציונים שלהם גדול ממוצע הציונים של הסטודנט בזמן  $O(1)$  בממוצע.

תארו/י באופן מילולי איך מתבצעות שתי הפעולות האחרונות.

#### 4. (15 נקודות)

נתונה נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{8}\right) + 2T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$$

איזה מבין האפשרויות הבאות מתקיימת? (ייתכן ומתקיימת יותר מאפשרות אחת).  
הוכח/ הוכיחי את תשובתך.

א.  $T(n) = \Omega(\log n)$

ב.  $T(n) = \theta(n)$

ג.  $T(n) = \theta(n^2)$

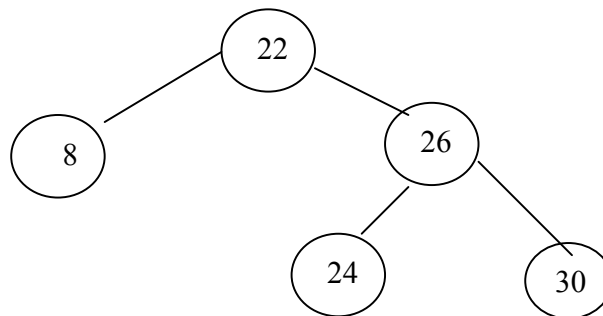
ד.  $T(n) = \theta(n \log n)$

ה. אף אחת מהתשובות אינה נכונה.

#### 5. (10 נקודות)

נסמן ב-  $T$  את עץ ה- **AVL** בגובה 3 שבצירור הבא, (המס' שבצמתים שבצירור מציינים את המפתחות שלהם).

ציין/ציני את המספר הקטן ביותר של צמתים שיש להוסיף לעץ (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה) כך שבסוף תהליך ההוספה יתקבל עץ **AVL** בגובה 5. האם ניתן לעשות זאת בלי לגרום לאף גלגול? במידה וכן ציין/ציני איזה צמתים יש להוסיף ובאיזה סדר. במידה ולא נמקי/י מדוע אין הדבר אפשרי.



### (10 נקודות)

יהי  $T$  עץ  $B$  (שבו  $t=3$ ) בגובה 4 בעל מספר קטן ביותר של איברים. האם קיימים ארבעה איברים שונים בעץ  $x, y, z, t$  כך שמספר צמתי הדמה בעץ שמתקבל לאחר הוצאת האיברים  $x$  ו- $y$  מהעץ  $T$  שונה ממספר צמתי הדמה בעץ שמתקבל לאחר הוצאת האיברים  $z$  ו- $t$  מהעץ  $T$ . נמק/י את תשובתך.

**בהצלחה!**