

**מבחן מועד א' סמסטר אביב תשע"א**  
**מבני נתונים**

- משך המבחן: שלוש וחצי שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהו פרט למחשבים (מחשבוני מותר).
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

**1. (25 נקודות)**

הגדרה: נגדיר את **העלה הגדול ביותר** בעץ בינארי  $T$  כעלה בעל המפתח הגדול ביותר מבין המפתחות של כל העלים בעץ.

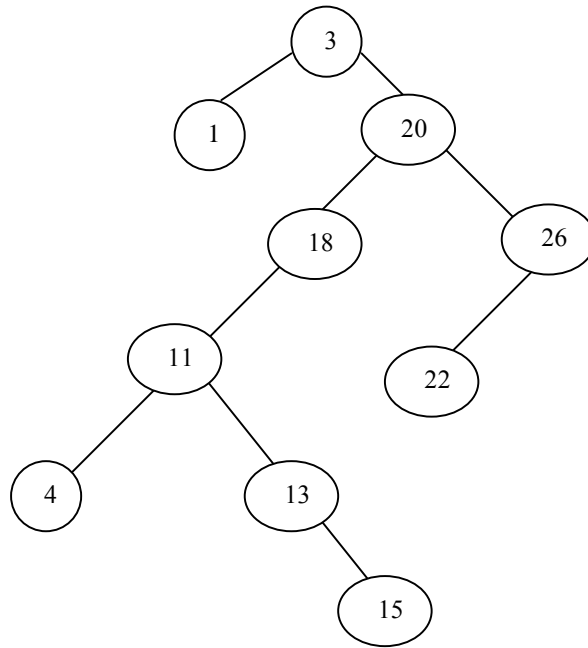
כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P1$ , **יעילה ככל האפשר**, אשר מקבלת כפרמטר עץ **חיפוש** בינארי  $T$  (שמפתחות כל האיברים בו שונים זה מזה) ומדפיסה את מספר הצמתים במסלול הארוך ביותר בעץ  $T$  שמתחיל מהעלה הגדול ביותר בעץ ומסתיים באיזשהו עלה אחר בעץ. נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר האיברים בעץ  $n$ .

**הנחות ודרישות:**

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה. שדות אלה **אינם כוללים** את גובה הצומת  $x$ .

דוגמה:

יהי  $T$  עץ חיפוש בינארי שמתואר בציור הבא :



בעץ  $T$  הנ"ל העלה הגדול ביותר הוא 22 והמסלול הארוך ביותר מעלה זה לאיזשהו עלה אחר הוא המסלול הבא: 22,26,20,18,11,13,15

מאחר ובמסלול הנ"ל יש 7 צמתים אזי לאחר הקריאה לפונקציה  $P1(T)$  יתקבל הפלט הבא:

7

## 2. (30 נקודות)

במערכת המחשוב של המועצה להשכלה גבוהה שומרים נתונים על סטודנטים והמוסדות האקדמיים בהם הם לומדים. לכל סטודנט שומרים: שם משפחה, שם פרטי, מספר תעודת זהות, שם המוסד האקדמי בו לומד הסטודנט, והציון הממוצע המצטבר של הסטודנט (שהינו מספר בין 1 ל-100). בהמשך נתאר את הציון הממוצע המצטבר של סטודנט כ- ציון הסטודנט. סטודנט מזוהה על ידי מספר תעודת זהות, ומוסד אקדמי מזוהה על ידי שם המוסד. ניתן להניח שכל סטודנט לומד במוסד אקדמי אחד בלבד ושהמוסדות האקדמיים הינם קבועים ואינם משתנים.

הצע/הציעי מבנה נתונים עבור המערכת הנ"ל ששומר את הנתונים הנ"ל ותומך בפעולות הבאות:

- בהינתן מספר תעודת זהות של סטודנט ושם מוסד אקדמי בו הוא לומד, הוצאת הסטודנט מהמערכת בזמן  $O(\log n)$  במקרה הגרוע, כאשר  $n$  מציינ את מספר הסטודנטים שלומדים במוסד האקדמי הנתון בזמן ביצוע הפעולה. אם הסטודנט לא קיים במערכת הפעולה מדפיסה הודעה מתאימה.
- בהינתן מספר תעודת זהות של סטודנט, שם מוסד אקדמי ומספר (בין 1 ל-100), עדכון הציון של הסטודנט במוסד האקדמי הנתון לפי המספר הנתון. אם נתוני הסטודנט עדיין לא קיימים במערכת המחשוב, אזי הפעולה תיצור במערכת המחשוב סטודנט חדש שלומד במוסד האקדמי הנתון עם הציון הנתון כאשר בפרטי הסטודנט יהיו חסרים שם משפחה ושם פרטי. בשני המקרים (אם הסטודנט קיים במערכת או לא) על הפעולה להתבצע בזמן  $O(\log n)$  במקרה הגרוע, כאשר  $n$  מציינ את מספר הסטודנטים שלומדים במוסד האקדמי הנתון בזמן ביצוע הפעולה.
- בהינתן מספר תעודת זהות של סטודנט, ומוסד אקדמי בו הוא לומד, הדפסת מספרי תעודות הזהות של כל הסטודנטים בכל המוסדות האקדמיים שהציון שלהם זהה לציון של הסטודנט בזמן  $O(1)$  בממוצע  $+ O(k)$  במקרה הגרוע, כאשר  $k$  מציינ את מספר הסטודנטים שיודפסו.
- בהינתן מספר  $k$ , הדפסת  $k$  הסטודנטים בעלי הציון הגבוה ביותר כאשר לוקחים בחשבון את ציוני כל הסטודנטים בכל המוסדות האקדמיים, בזמן  $O(k)$  במקרה הגרוע. לדוגמה אם שלושת הסטודנטים הטובים ביותר במוסד א, קיבלו ציונים 100,90,80 ושלושת הסטודנטים הטובים ביותר שלומדים במוסד ב, קיבלו ציונים 90,70,65, ובהנחה שיש רק שני מוסדות אקדמיים א ו-ב, אזי בהינתן  $k=3$  יודפסו הסטודנטים שקיבלו את הציונים 100 ו-90 ממוסד א, ויודפס הסטודנט שקיבל את הציון 90 ממוסד ב.

תאר/י באופן מילולי איך מתבצעות שלושת הפעולות האחרונות.

### 3. (15 נקודות)

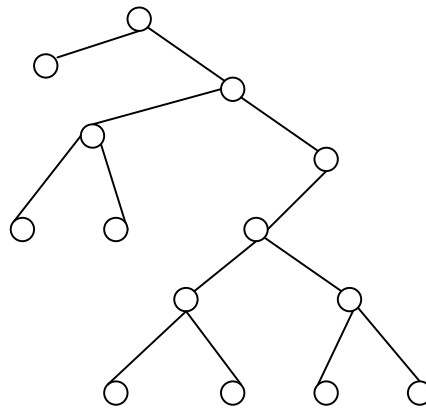
נתח את סיבוכיות זמן הריצה (במונחים של  $\theta$ ) של קטע הקוד הבא כתלות ב-  $n$ .  
נמק את תשובתך.

```
x = 0
for (i = 1; i ≤ 2n; i++) {
  for (j = i; j ≤ 2n; j++) {
    x++
  }
}
z=1
y=0
while (z ≤ 22x)
{
  z = z * 8
  y++
}
```

### 4. (15 נקודות)

**הגדרה:** עץ שלמים הוא עץ בינארי שבו לשורש יש בן שמאלי שהוא שורש של עץ בינארי שלם בגובה 1, לבן הימני של השורש יש בן שמאלי שהוא שורש של עץ בינארי שלם בגובה 2, וכן הלאה...

לדוגמה, עץ שלמים בגובה 6 נראה כך:



יהי  $T$  עץ שלמים בגובה  $h$  בעל  $n$  צמתים. מצא נוסחה ל-  $n$  כתלות ב-  $h$ , נמק איך הגעת

$$n = \theta\left(2^{\frac{h}{2}}\right) \quad \text{לנוסחה והוכח שמתקיים:}$$

## **5. (15 נקודות)**

שאלה זו מתייחסת להוצאת איברים מעץ AVL לפי **האלגוריתם שנלמד בכיתה**.

האם קיים עץ AVL כך שבתהליך ההוצאה של איבר אחד מהעץ יתבצע תחילה גלגול מסוג LR ולאחר מכן גלגול מסוג RL.

אם תשובתך היא כן צייר עץ כזה.  
אם תשובתך היא לא, נמק מדוע לא קיים עץ כזה.

**בהצלחה!**