

5.11.2006

**מבחן מועד א'**  
**מבני נתונים**  
**סמסטר קיץ, תשס"ו**

- משך המבחן: שלוש וחצי שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהו פרט למחשבים או מחשבונים.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה!

**1. (25 נקודות)**

רצף תווים  $A$  נקרא פלינדרום אם הרצף שמתקבל כשקוראים את  $A$  מהסוף להתחלה הוא  $A$  עצמו.

לדוגמה, המשפטים "A SANTA AT NASA" ו "MAD AT ADAM" (בהתעלם מרווחים) הם פלינדרומים.

**נתון:** תור  $Q$  שמכיל  $2n$  תווים; מחסנית עזר ריקה  $S$  שיכולה להכיל לכל היותר  $n$  תווים. כתוב/כתבי פסיאודו-קוד של תוכנית בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, שמדפיסה Yes אם רצף התווים ב  $Q$  הוא פלינדרום. אחרת התוכנית מדפיסה No. בתום פעולת התוכנית, התור  $Q$  והמחסנית  $S$  צריכים לחזור למצבם בתחילת התוכנית. מה סיבוכיות זמן הריצה של התוכנית שכתבת כתלות ב  $n$ ?

הנחות ודרישות:

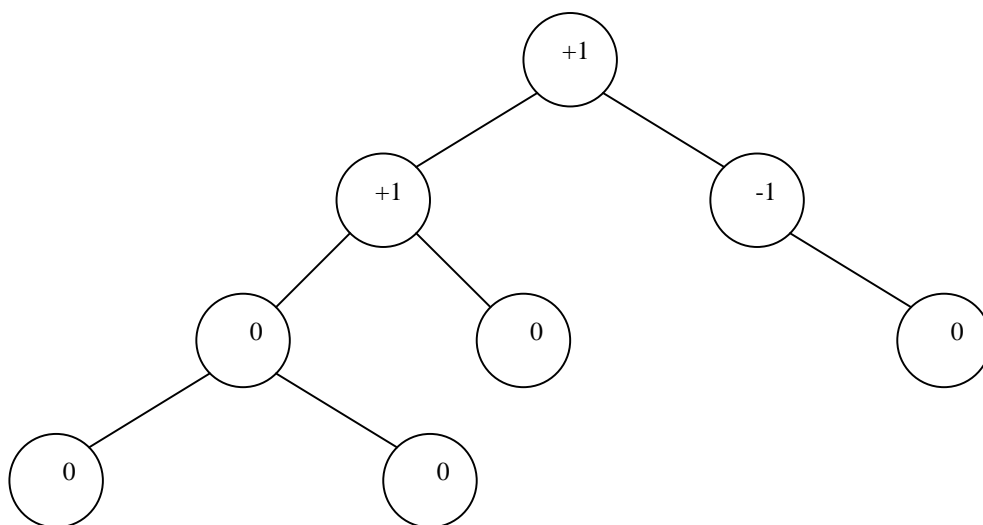
- הפרמטרים של התוכנית  $P1$  הם התור  $Q$ , המחסנית  $S$  והמספר  $n$ .
- אין להשתמש במבני עזר נוספים פרט לאלו שהוגדרו בשאלה.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ). מס' המשתנים האלו הוא קבוע שאינו תלוי ב-  $n$ .
- כל איבר (תו) יכול להימצא בכל רגע נתון או בתור או במחסנית אבל לא בשניהם.
- מותר להשתמש בפונקציות העוזר הבסיסיות של תורים ומחסניות כפי שנלמדו בכיתה. אין צורך לרשום את הפסיאודו-קוד של פונקציות אלו. יש לרשום את הפסיאודו-קוד המלא של כל פונקציה אחרת בה אתם משתמשים.

## 2. (25 נקודות)

כתוב/כתבי פסאודו-קוד לפונקציה בשם  $P2$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת עץ בינארי  $T$  ומחזירה את מספר הקודקודים שגורם האיזון שלהם חיובי (כלומר גדול ממש  $m$ ). שימו לב שהעץ  $T$  הוא עץ בינארי כללי וגורמי האיזון של הקודקודים אינם מופיעים כשדות של הקודקודים.

דוגמה:

נסתכל על העץ הבא (גורמי האיזון רשומים בתוך הקודקודים).



בעץ זה שני קודקודים בעלי גורם איזון חיוביים (השורש ובנו השמאלי) והתוכנית  $P2$  תחזיר את התוצאה 2.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות בגובה העץ ( $h$ ) או במס' האיברים בעץ ( $n$ ) (בחר/י את האפשרות המתאימה מבין  $h$  או  $n$  לפונקציה שכתבת).

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ). מס' המשתנים האלו הוא קבוע שאינו תלוי ב-  $n$  או ב-  $h$ .

רמז: ניתן להשתמש בפונקציה שמחזירה יותר מערך אחד.

### 3. (30 נקודות)

א.

נתון עץ  $T$  2-3 שמספר העלים בו הוא 18 ולשורש שלו יש 3 בנים. מה מספר האיברים הקטן ביותר שיש להוסיף לעץ  $T$  (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה) כדי שגובה העץ יגדל ב-1.

ב.

האם קיים עץ AVL  $T$  ואיבר  $x$  שמהווה עלה ב  $T$  כך ששני התנאים הבאים מתקיימים:  
1. אם מוציאים את  $x$  מ  $T$ , מתבצע גלגול יחיד מסוג RR (לא בהכרח סביב האבא של  $x$ ).  
2. אם מכניסים ל  $T$  (המקורי) איבר  $y$  שהופך להיות בן של  $x$ , אז מתבצע גלגול מסוג RR (לא בהכרח סביב האבא של  $x$ ).

### 4. (10 נקודות)

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של קטע הקוד הבא (כפונקציה של  $n$ ) נמק/י את תשובתך.

```
x = 0
i = 1
while (i ≤ 2n)
  do
    j=1
    while (j ≤ 3n)
      do
        x = x + 1
        j = j * 3
      done
    i = i * 2
  end
```

## 5. (10 נקודות)

בתרגיל זה מניחים שהאיברים במבנה הנתונים צבועים בצבע אדום או לבן. לכל איבר  $x$  במבנה הנתונים ישנו שדה בשם  $color(x)$  שערכו הוא  $red$  או  $white$  אם האיבר צבוע בצבע אדום או לבן בהתאמה. כמו כן, ניתן להניח שלכל איבר מפתח ייחודי, כלומר אין שני איברים בעלי מפתח זהה.

הצע/הציעי מבנה נתונים שתומך בפעולות הבאות (מניחים שמספר האיברים הנוכחי הוא  $n$ ):

- הכנסת איבר חדש בזמן  $O(\log n)$ ;
- חיפוש איבר בזמן  $O(\log n)$ ;
- הוצאת איבר בזמן  $O(\log n)$  (כשמקבלים מצביע לאיבר שרוצים להוציא);
- בהינתן מספר  $k$  מציאת האיבר בעל המפתח הכי קטן כך שקיימים במבנה הנתונים  $k$  איברים אדומים עם מפתחות קטנים יותר ממנו בזמן  $O(\log n)$ . אם לא קיים איבר כזה, כמו למשל במקרה שאין  $k$  איברים אדומים במבנה הנתונים יוחזר NULL.

יש לתאר (מילולית) כיצד מתבצעת כל אחת מהפעולות הנ"ל. במידה והנך מתבסס/ת על מבנה נתונים שנלמד בכיתה, יש לציין זאת ולהסביר את השינויים שהוכנסו בו.

**בהצלחה!**