

15.8.2003

מבחן מועד ב'
מבני נתונים
סמסטר אביב, תשס"ג

- משך המבחן: שלוש שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהוא.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (35 נקודות)

הגדרה: נאמר שמערך A שגודלו N הוא **תמורה** של קבוצת המספרים $1, 2, \dots, N$ אם כל מספר בקבוצה זו מופיע בדיוק פעם אחת כערך של איבר במערך A .

לדוגמה: המערך A הבא שגודלו 4 וערכיו הם: $A[1]=2, A[2]=4, A[3]=3, A[4]=1$ הוא תמורה של קבוצת המספרים $1, 2, 3, 4$.

כתובי פסאודו-קוד של פונקציה בשם $Reorder(Q, A, N)$ שמקבלת כפרמטרים תור Q בגודל N , מערך A שגודלו N והינו תמורה של קבוצת המספרים $1, 2, \dots, N$ (כפי שהוגדר למעלה), ומספר N ששווה למספר האיברים בתור Q ובמערך A . הפונקציה משנה את התור Q כך שלאחר הקריאה לפונקציה סדר האיברים בתור Q יהיה לפי ערכי המערך A (כפי שמתואר בדוגמה שבהמשך). מה סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות ב- N ? שים לב לדרישות הנוספות שמתוארות בעמוד הבא.

לדוגמה: לאחר הקריאה לפונקציה $Reorder(Q, A, 4)$ עם המערך A שתואר בדוגמה שלמעלה ישתנה סדר האיברים בתור Q באופן הבא:

האיבר הראשון בתור Q (המעודכן) יהיה האיבר שהיה בתור Q (הקודם) במקום השני.
האיבר השני בתור Q (המעודכן) יהיה האיבר שהיה בתור Q (הקודם) במקום הרביעי.
האיבר השלישי בתור Q (המעודכן) יהיה האיבר שהיה בתור Q (הקודם) במקום השלישי.
האיבר הרביעי בתור Q (המעודכן) יהיה האיבר שהיה בתור Q (הקודם) במקום הראשון.

בדוגמה הנ"ל Q "הקודם" מציין את התור Q לפני הקריאה לפונקציה ו- Q "המעודכן" מציין את התור Q לאחר הקריאה לפונקציה.

הנחות ודרישות נוספות

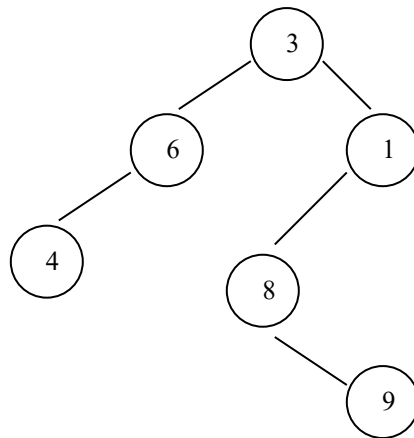
- מותר להשתמש במבנה עזר יחיד שהוא מחסנית S .
- פרט למחסנית S הנ"ל אין להשתמש במבני עזר נוספים (כמו רשימה מקושרת, תור או מחסנית נוספת וכו').
- כל איבר נמצא או במחסנית S או בתור Q אך לא בשניהם. במילים אחרות, אין ליצור עותק נוסף מאיבר שנמצא בתור Q ולהציבו במחסנית S . (מותר להחזיק עותק של איבר מהתור Q במשתנה כמו x , אך אסור להכניסו למחסנית S מבלי להוציאו מהתור Q).
- אם הפונקציה $Reorder(Q,A,N)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x,y,z) לתאור (או לשמירת) איברים בתור Q או במחסנית S .
- מותר להשתמש בפעולות על המחסנית S כמו $Pop(S)$, $Top(S)$, $IsEmpty(S)$, $Push(S,x)$ וכן בפעולות על התור Q כמו $Enqueue(Q,x)$, $Dequeue(Q)$, $Top(Q)$, $IsEmpty(Q)$ כפי שהוגדר בכיתה. אין צורך לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות אלו.

2. (35 נקודות) נקודות

כתוב/י פסאודו-קוד של פונקציה בשם **Reverse(T)** שמקבלת כפרמטר עץ בינארי **T** ומשנה את סידור האיברים בעץ כך שרשימת האיברים שמתקבלת מסריקת **Inorder** של העץ המעודכן היא ההיפוך (**Reverse**) של רשימת האיברים שמתקבלת מסריקת **Inorder** של העץ הקודם. יהי **n** מס' האיברים בעץ **T**. מה סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות ב-**n**? שים/י לב לדרישות הנוספות המתוארות בהמשך.

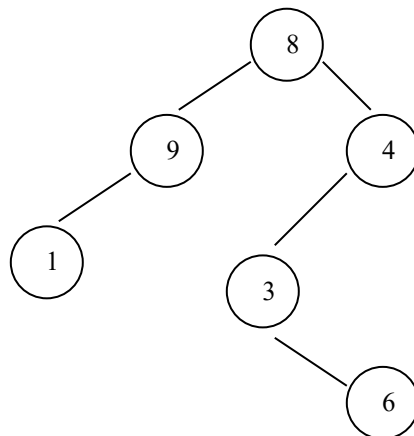
דוגמה

יהיה **T** העץ הבא : (המספרים שבציור מציינים את מפתחות האיברים שבעץ).



שים/י לב שרשימת המפתחות שמתקבלת מסריקת **Inorder** של העץ **T** היא: 4 6 3 8 9 1

לאחר הקריאה לפונקציה **Reverse(T)** העץ **T** ישתנה ויראה כך:



שיום/י לב שרשימת המפתחות שמתקבלת מסריקת Inorder של העץ T המעודכן היא: 1 9 8 3 6 4

הנחות ודרישות נוספות:

- מותר להשתמש במבנה עזר יחיד שהוא מחסנית S .
- פרט למחסנית S הנ"ל אין להשתמש במבני עזר נוספים (כמו רשימה מקושרת, תור או מחסנית נוספת וכו').
- אין להשתמש ברקורסיה לפתרון השאלה.
- אם הפונקציה $\text{Reverse}(T)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x, y, z) לתאור איברים בעץ T או במחסנית S .
- שורש העץ T ניתן ע"י $\text{root}(T)$.
- לכל איבר x בעץ בינארי ישנם השדות הבאים: $\text{info}(x), \text{key}(x), \text{left}(x), \text{right}(x), \text{parent}(x)$

3. (30 נקודות)

חלק א (10 נקודות)

האם קיים עץ 2-3 T בעל התכונה הבאה: גובה העץ T הוא 4, אם נוציא איבר מהעץ (לפי האלגוריתם שתואר בכיתה) גובה העץ יקטן ב-1 (דהינו הגובה יהיה 3) ואם נוסיף איבר לעץ שקיבלנו (לפי אלגוריתם ההוספה שתואר בכיתה) גובה העץ יגדל ב-1 (דהינו הגובה יהיה 4).

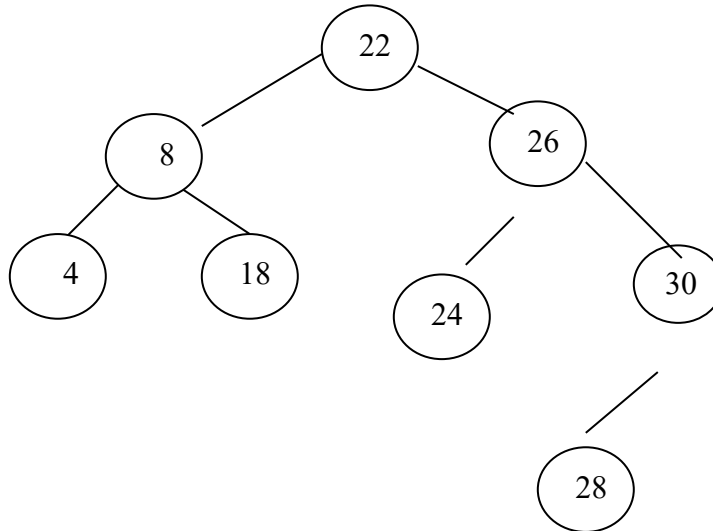
אם כן צייר עץ כזה וציין איזה איבר יש להוציא מהעץ שצירתו כדי שגובה העץ יקטן ב-1. ואיזה איבר יש להוסיף לעץ שהתקבל כדי שגובה העץ יגדל ב-1. אם לא, נמק למה לא קיים עץ כזה.

הערה: גובה עץ מוגדר כמסי הצמתים במסלול הארוך ביותר מהשורש לאיזשהו עלה. לדוגמה גובה העץ שבציור של חלק ב' הוא 4.

חלק ב (10 נקודות)

נסמן ב-T את עץ ה-AVL שבציור הבא, (המס' שבצמתים שבציור מצינים את המפתחות שלהם).

ציין את המספר הקטן ביותר של צמתים שיש להוסיף לעץ (ואת מפתחות הצמתים האלה) כדי לגרום לגלגול מסוג RL בצומת 22.



חלק ג (10 נקודות)

צייר את העץ שמתקבל לאחר הוצאת הצמתים בעלי מפתחות 4 ו-18 מהעץ שבציור הנ"ל (לפי אלגוריתם ההוצאה מעץ AVL שנלמד בכיתה).

בהצלחה!