

28.10.2002

מבחן במבני נתונים
מועד א' סמסטר קיץ (מסלול הנדסאים) תשס"ב
מועד ג' סמסטר אביב תשס"ב

- משך המבחן: שלוש שעות.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר השימוש בחומר עזר כלשהוא.
- יש להקפיד על כתיבה ברורה ומסודרת של התשובות.

בהצלחה !

1. (30 נקודות)

כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $\text{printq}(Q,n)$ שמקבלת כפרמטרים תור Q ומס' זוגי n שמציין את מס' האיברים בתור Q . הפונקציה printq מדפיסה את מפתחות כל האיברים בתור Q לפי הסדר הבא:

מפתח האיבר הראשון בתור

מפתח האיבר האחרון בתור (דהינו האיבר ה- n)

מפתח האיבר השני בתור

מפתח האיבר הלפני אחרון בתור (דהינו האיבר ה- $n-1$)

-
-
-

מפתח האיבר ה- $n/2$ בתור

מפתח האיבר ה- $n/2+1$ בתור

לדוגמה: עבור המפתחות הבאים של איברים בתור Q : 5 3 10 12 14 2 5 2 40 8

(כאשר מפתח האיבר הראשון בתור הוא 5 ומפתח האיבר האחרון בתור הוא 8)

הפונקציה $\text{printq}(Q,10)$ תדפיס: 5 8 3 40 10 2 12 5 14 2

מה סיבוכיות הפונקציה printq שכתבת כפונקציה של n ?

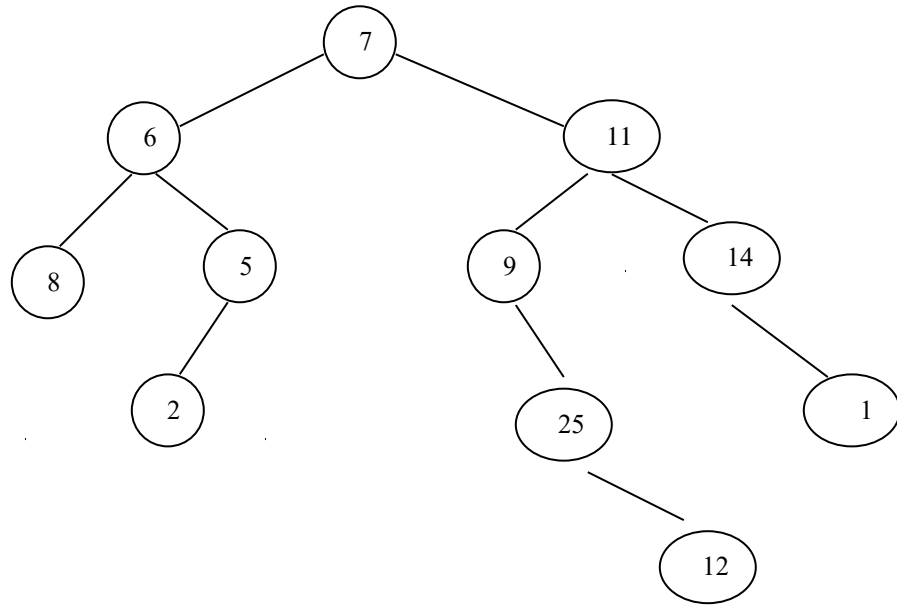
ראה/י הנחות ודרישות בעמוד הבא.

הנחות ודרישות

- מותר להשתמש בשתי מחסניות בשם $S1$ ו- $S2$ כמבני עזר. פרט למחסניות $S1$ ו- $S2$ אין להשתמש במבני עזר נוספים.
 - מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x, y, z) לתאור איברים בתור Q . מס' המשתנים האלו הוא קבוע שאינו תלוי בגודל התור.
 - הנח שלכל איבר x בתור יש את השדות הבאים בלבד: **key(x),info(x)**
 - אין חשיבות ליעילות האלגוריתם אלא לנכונותו בלבד.
 - מותר להשתמש בפונקציות העוזר הבאות (כפי שתוארו בכיתה):
Enqueue(Q,x),Dequeue(Q),Top(Q),Isempty(Q),Isfull(Q)
Push(S1,x),Pop(S1),Isempty(S1),Isfull(S1),Top(S1) (ובאותו אופן לגבי $S2$).
- אין צורך לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות אלה. פרט לפונקציות אלה יש לכתוב את הפסאודו-קוד של כל פונקציית עזר שנקראת מהפונקציה $printq(Q,n)$.

2. (30 נקודות)

נגדיר מבנה נתונים T בשם "עץ בינארי עם גבהים" כעץ בינארי שבו לכל איבר x ישנו (בנוסף לשדות הרגילים של איבר בעץ בינארי) שדה בשם $height(x)$ שמכיל את גובה תת העץ של T ששורשו x . במילים אחרות $height(x)$ שווה לגובה העץ T_x .



כתוב פסאודו-קוד של פונקציה בשם $Print\text{-}leftmost(T,i)$ שמקבלת כפרמטר עץ בינארי עם גבהים T ומס' i ומחזירה את האיבר השמאלי ביותר ברמה i בעץ. על התוכנית לעבוד בסיבוכיות זמן $O(h)$ כאשר h הוא גובה העץ. (אם אין איברים ברמה i בעץ הפונקציה תחזיר NULL).

לדוגמה, עבור העץ שבציור:

- הקריאה לתוכנית $Print\text{-}leftmost(T,3)$ תחזיר את האיבר שהמפתח שלו הוא 8.
- הקריאה לתוכנית $Print\text{-}leftmost(T,4)$ תחזיר את האיבר שהמפתח שלו הוא 2.
- הקריאה לתוכנית $Print\text{-}leftmost(T,5)$ תחזיר את האיבר שהמפתח שלו הוא 12.
- הקריאה לתוכנית $Print\text{-}leftmost(T,6)$ תחזיר NULL.

הנחות ודרישות נוספות

- אין להשתמש במבני עזר (כמו מחסנית, תור וכו').
- אם הפונקציה $Print\text{-}leftmost(T,i)$ קוראת לפונקציות עזר יש לכתוב באופן מלא גם את הפסאודו קוד של פונקציות העזר.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x,y,z) לתאור איברים בעץ T .

- לכל איבר x בעץ ישנם השדות הבאים:
 $key(x), info(x), left(x), right(x), parent(x), height(x)$
- השורש של העץ T נמצא במשתנה $.root(T)$

3. (40 נקודות)

חלק א (20 נקודות)

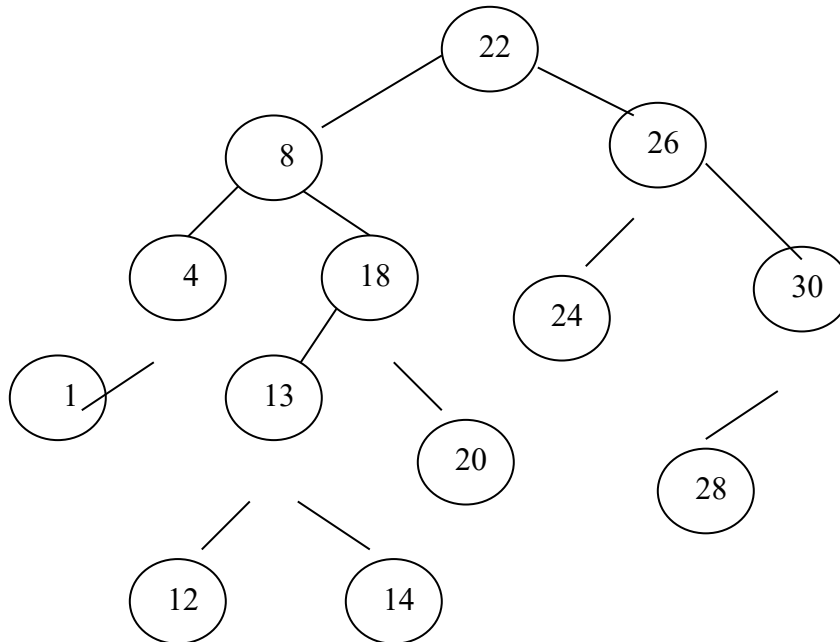
צייר עץ B שבו $t=3$ (במילים אחרות עץ 3-4-5-6) בעל התכונה הבאה: גובה העץ הוא 4 ואם נוציא 2 איברים מהעץ גובה העץ יקטן ב-1. ציין אילו 2 איברים יש להוציא מהעץ שצירתו כדי שגובה העץ יקטן ב-1. הערה: גובה עץ מוגדר כמספר הצמתים במסלול הארוך ביותר מהשורש לאיזשהו עלה. לדוגמה גובה העץ שבציור של חלק ב' הוא 5.

חלק ב (20 נקודות)

נסמן ב-T את עץ ה-AVL שבציור הבא, (המס' שבצמתים שבציור מצינים את המפתחות שלהם). צייר את העץ המתקבל לאחר ביצוע הפעולות הבאות (לפי הסדר המצויין) על העץ T:

- הוספת צומת 15
- הוספת צומת 16
- הוצאת צומת 26

ציין איזה סוגי גלגולים בצעת (ובאילו צמתים בוצעו הגלגולים) בדרכך לפתרון. אין צורך לצייר את העצים שהתקבלו בשלבי הביניים, מספיק לצייר את העץ הסופי.



בהצלחה!