

עץ B

הגדרה: עץ B הוא בעל התכונות הבאות:

(1) קיים מספר שלם $t > 1$ שמזוהה עם העץ (דהינו כשמגדירים עץ B יש לציין מהו t)

כך שעבור כל צומת פנימי y בעץ שאינו השורש מתקיים:

$$t \leq y \leq 2t$$

עבור השורש מתקיים:

$$2 \leq \text{מס' הבנים של השורש} \leq 2t$$

במקרה קצה שבו בעץ ישנו איבר אחד בלבד אזי לשורש יש בן אחד בלבד.

(2) האיברים של מבנה הנתונים נמצאים בעלים (הצמתים שאינם עלים הם צמתי דמה). העלים

נמצאים באותה רמה (דהינו באותו מרחק מהשורש) והם ממוינים משמאל לימין לפי סדר

מפתחות עולה.

(3) לכל צומת (פנימי או עלה) x בעץ יש שדות:

$\text{parent}(x)$ - מצביע לאבא של x

$\text{1-son}(x)$ - מצביע לבן הראשון של x .

$\text{2-son}(x)$ - מצביע לבן השני של x .

...

$\text{2t-son}(x)$ - מצביע לבן ה- $2t$ של x .

(4) לכל צומת פנימי y בעץ יש (בנוסף לשדות שצוינו ב-3) את השדות:

$\text{1-small}(y)$ - מכיל את המפתח הקטן ביותר מבין המפתחות של האיברים שנמצאים בתת

העץ ששורשו הוא הבן הראשון של y .

$\text{2-small}(y)$ - מכיל את המפתח הקטן ביותר מבין המפתחות של האיברים שנמצאים בתת

העץ ששורשו הוא הבן השני של y .

...

$\text{2t-small}(y)$ - מכיל את המפתח הקטן ביותר מבין המפתחות של האיברים שנמצאים

בתת העץ ששורשו הוא הבן ה- $2t$ של y .

(5) לכל עלה y בעץ יש (בנוסף לשדות שצוינו ב-3) את השדות: $\text{key}(y)$ ו- $\text{info}(y)$

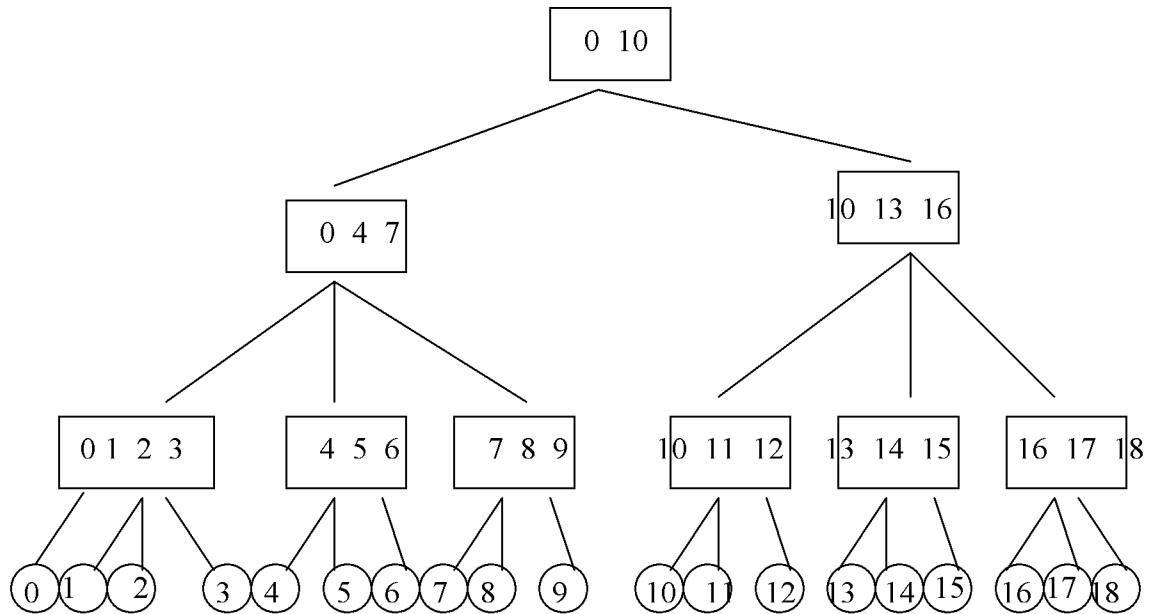
עצי B נקראים גם עצי B+.

עץ B עבור $t=2$ נקרא גם עץ 2-3-4

עץ B עבור $t=3$ נקרא גם עץ 3-4-5-6

דוגמה

הציוור הבא מתאר עץ B עבור $t=2$



בצמתים הפנימיים שבציוור מוצגים ערכי ה- $small(x)$ שאינם NULL. לדוגמה בשורש x מוצגים הערכים $1-small(x)$ ששווה ל-0 וכן מוצג $2-small(x)$ ששווה ל-10 ולא מוצגים הערכים $3-small(x)$ $4-small(x)$ ששווים ל-NULL.

בעלים שבציוור מוצגים המפתחות של האיברים אותם הם מיצגים.

אלגוריתם הוספת איבר לעץ B.

Insert(T,x)

- (1) אם העץ ריק (ז"א אם $\text{root}(T)=\text{NULL}$) צור צומת דמה y , הוסף את x להיות הבן הראשון של y , עדכן $\text{root}(T)=y$ וסיים.
- (2) אם בעץ ישנו שורש ומתחתיו עלים ומספר העלים קטן מ- $2t$ הוסף את x כבן נוסף של השורש (במקום המתאים), עדכן את המפתחות שבשורש וסיים.
- (3) בעזרת המפתחות של צמתי הדמה, מצא את צומת הדמה y שמתחתיו יש להוסיף את x . (צומת הדמה y נמצא רמה אחת מעל לרמת העלים).
- (4) אם ל- y יש פחות מ- $2t$ בנים: הוסף את x כבן נוסף של y (במקום המתאים), עדכן מפתחות צמתי הדמה וסיים.
- (5) הוסף (באופן זמני בלבד) את x כבן נוסף של y במקום המתאים (ל- y יש כרגע $2t+1$ בנים).
- (6) אם y אינו שורש העץ (ז"א אם $\text{root}(T) \neq y$) צור צומת דמה חדשה y' העבר $t+1$ בנים מ- y ל- y' , עדכן מפתחות צמתי הדמה, בצע $x=y'$, $y=\text{parent}(y)$ וחזור ל-4).
- (7) אם y הוא שורש העץ (ז"א אם $\text{root}(T)=y$) צור צומת דמה חדשה y' העבר $t+1$ בנים מ- y ל- y' , עדכן מפתחות צמתי הדמה, צור שורש חדש לעץ z (הוא צומת דמה), חבר את $y'-1$ ו- y כבנים של z , עדכן מפתחות צומת הדמה z וסיים.

אלגוריתם הוצאת איבר מעץ B.

Delete(T,x)

- (1) אם בעץ ישנו איבר אחד בלבד (שאינו צומת דמה), איבר זה חייב להיות x . בצע $root(T)=NULL$ וסיים.
- (2) אם בעץ ישנו שורש ומתחתיו עלים אחד מהם חייב להיות x . הוצא את x מקבוצת הבנים של השורש (הזז את הבנים הנותרים של השורש למקומות המתאימים), עדכן את המפתחות שבשורש וסיים.
- (3) $y=parent(x)$
- (4) אם ל- y יש יותר מ- t בנים: הוצא את x מקבוצת הבנים של y (הזז את הבנים הנותרים של y למקומות המתאימים), עדכן מפתחות צמתי הדמה וסיים.
- (5) אם y הוא שורש העץ (ז"א אם $root(T)=y$). אם ל- x יש לפחות שני אחים: הוצא את x מקבוצת הבנים של y (הזז את הבנים הנותרים של y למקומות המתאימים), עדכן את המפתחות שבשורש וסיים. אם ל- x ישנו רק אח אחד (נקרא לו z): בצע $root(T)=z$ וסיים.
- (6) אם ל- y ישנו אח p (מימין או משמאל) שיש לו יותר מ- t בנים: הוצא את x מקבוצת הבנים של y , העבר בן אחד מ- p ל- y , עדכן מפתחות צמתי הדמה וסיים.
- (7) יהיה p אח מימין או משמאל ל- y (ל- p יש t בנים). העבר את $t-1$ האחים של x להיות בנים נוספים של p (במקום במתאים), עדכן מפתחות צמתי הדמה, בצע $x=y$ וחזור ל-3.