

21.7.2015

מבני נתונים
פתרון תרגיל מס' 11

1. שאלה זו הופיעה במבחן מועד א' 2014

במערכת המחשוב של משרד הביטחון שומרים נתונים על ירי הרקטות לעבר ישראל בזמן מבצע צוק איתן. בשאלה זאת המונח ירוט משמעותו: יירוט מוצלח של רקטה על ידי סוללת כיפת ברזל.

עבור כל רקטה שומרים: מספר רקטה (משמש לזיהוי הרקטה), סוג הרקטה, הישוב שלעברו נורתה הרקטה, והאם הרקטה יורטה על ידי סוללת כיפת ברזל או לא. במידה והרקטה יורטה על ידי סוללת כיפת ברזל שומרים את פרטי הסוללה שירטה את הרקטה.

עבור כל סוללת כיפת ברזל שומרים את מספר הסוללה (משמש לזיהוי הסוללה), פרטים על הישובים שנמצאים בתחום שליטתה של הסוללה ופרטים על הרקטות שיורטו על ידי הסוללה.

עבור כל ישוב שומרים את שם הישוב (משמש לזיהוי הישוב), מספר הסוללה ששולטת על הישוב ופרטים על הרקטות שנורו לעבר הישוב.

הניחו שכל ישוב נשלט על ידי סוללת כיפת ברזל אחת בלבד.

הערה: האופן בו נשמרים הנתונים הנ"ל אינו מפורט, ויהיה עליך לציין אותו כחלק מפתרון השאלה.

הצע/הציעי מבנה נתונים עבור המערכת הנ"ל ששומר את הנתונים הנ"ל ותומך בפעולות הבאות:

1. בהינתן נתוני רקטה שעדיין לא עודכנו במערכת שכוללים: מספר הרקטה, סוג הרקטה, שם הישוב שלעברו נורתה הרקטה, והאם הרקטה יורטה או לא, הוספת נתוני הרקטה למערכת בזמן $O(\log x + \log z)$ בממוצע כאשר x מציין את מספר הרקטות שנורו על הישוב ו- z מציין את מספר הישובים שבשליטת הסוללה (לפי הנתונים שבמערכת המחשוב) בזמן ביצוע הפעולה.
2. בהינתן מספר רקטה שנתונה קיימים במערכת, הוצאת נתוני הרקטה מהמערכת בזמן $O(\log x + \log z)$ בממוצע כאשר x מציין את מספר הרקטות שנורו על הישוב שאליו נורתה הרקטה ו- z מציין את מספר הישובים שבשליטת הסוללה (לפי הנתונים שבמערכת המחשוב) בזמן ביצוע הפעולה.
3. בהינתן מספר סוללת כיפת ברזל הדפסת שמות כל הישובים שבשליטתה של הסוללה ומספר היירוטים שבוצעו בכל ישוב על ידי הסוללה ממוינים לפי מספר היירוטים שבוצעו על ידי הסוללה בסדר עולה, בזמן $O(y)$ בממוצע, כאשר y מציין את מספר הישובים ברשימה שתודפס.
4. בהינתן שם ישוב הדפסת סוגי הרקטות שנורו לישוב (כולל אלה שיורטו) ממוינים לפי מספר הרקטות שנורו לישוב מכל סוג בסדר עולה, בזמן $O(s)$ בממוצע, כאשר s מציין את מספר הסוגים של רקטות ברשימה שתודפס.
5. בהינתן שם ישוב וסוג רקטה הדפסת כל הרקטות מסוג זה ששוגרו לישוב (כאשר עבור כל רקטה מודפס מספר הרקטה), בסדר כלשהו, בזמן $O(x)$ בממוצע כאשר x מציין מספר הרקטות שיודפסו.
6. בהינתן מספר k , הדפסת k הסוללות של כיפת ברזל שאחוזי היירוטים שלהם הם הגבוהים ביותר בזמן $O(n + k \log k)$ במקרה הגרוע ביותר כאשר n מציין את מספר הסוללות של כיפת ברזל שנמצאות במערכת המחשוב של האתר בזמן ביצוע הפעולה.

בנוסף לתאור מבנה הנתונים שהצעת, תאר/י באופן מילולי איך מתבצעת הפעולה הראשונה ושלושת הפעולות האחרונות.

פתרון

המבנה המוצע מכיל את המבנים הבאים:

טבלת **hash** של סוללות (מפתח: מספר סוללה). לכל סוללה שומרים בנוסף למפתח: מספר שמצין את סה"כ מספר הרקטות שנורו לישובים שבשליטת הסוללה, מספר שמצין את סה"כ מספר הרקטות שנורו לישובים שבשליטת הסוללה ויורטו, מצביעים לשני עצי 2-3 ראשי ומשני, ומצביע לאיבר השמאלי ביותר בעץ 2-3 המשני. העץ 2-3 הראשי (מפתח: שם ישוב) מכיל את שמות הישובים שבשליטת הסוללה, העץ 2-3 המשני (מפתח: מספר רקטות שיורטו) מכיל עבור כל ישוב שבעץ הראשי מספר שמצין את מספר הרקטות שנורו לישוב ויורטו. לכל איבר בעץ המשני ישנו מצביע דו כוונני לאיבר המתאים לו בעץ הראשי. העלים בעץ המשני מחזברים על ידי רשימה מקושרת דו כווננית.

טבלת **hash** של ישובים (מפתח: שם ישוב). לכל ישוב שומרים בנוסף למפתח: מצביע לסוללה ששולטת על הישוב (שנמצאת בטבלת ה-**hash** של הסוללות), מצביעים לשני עצי 2-3 ראשי ומשני, ומצביע לאיבר השמאלי ביותר בעץ 2-3 המשני. העץ 2-3 הראשי (מפתח: סוג רקטה) מכיל את סוגי הרקטות שנורו על הישוב, העץ 2-3 המשני (מפתח: מספר רקטות שנורו) מכיל עבור כל סוג רקטה שבעץ הראשי מספר שמצין את מספר הרקטות שנורו לישוב מסוג זה. לכל איבר בעץ המשני ישנו מצביע דו כוונני לאיבר המתאים לו בעץ הראשי. העלים בעץ המשני מחזברים על ידי רשימה מקושרת דו כווננית.

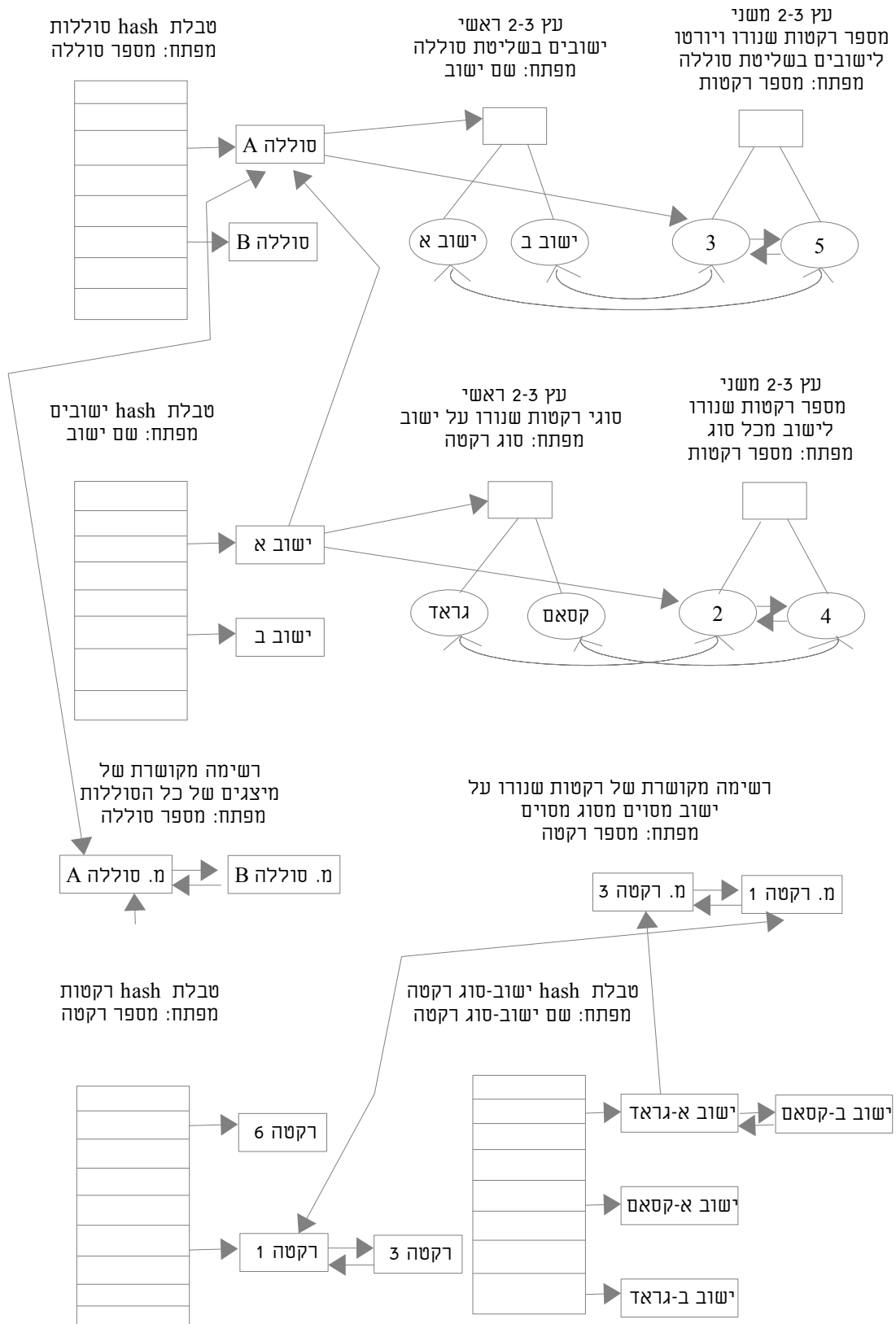
טבלת **hash** של ישוב-סוג רקטה (מפתח: שם ישוב-סוג רקטה). לכל ישוב וסוג רקטה שומרים בנוסף למפתח: מצביע לרשימה מקושרת דו כווננית לא ממוינת של מיצגים של הרקטות מהסוג המסוים שנורו לישוב המסוים.

טבלת **hash** של רקטות (מפתח: מספר רקטה). לכל רקטה שומרים בנוסף למפתח: סוג הרקטה, הישוב שלעברו נורתה הרקטה, האם הרקטה יורטה או לא, ומצביע למיצג של הרקטה ברשימה המקושרת של כל הרקטות מסוג זה שנורו על הישוב הזה.

רשימה מקושרת לא ממוינת של מיצגים של כל הסוללות.

לסיכום, מבנה הנתונים המוצע מכיל 4 טבלאות **hash** ובנוסף עצי 2-3 ורשימות מקושרות כפי שתואר לעיל.

להלן דוגמה לציור של מבנה הנתונים המוצע. (השדות של האיברים במבנה הנתונים, לא מפורטים בציור).



בהינתן נתוני רקטה שעדין לא עודכנו הוספת נתוני הרקטה למערכת מתבצעת באופן הבא: מוסיפים את הרקטה לטבלת הרקטות ($O(1)$) במקרה הגרוע). מוסיפים מיצג של הרקטה לרשימה המקושרת שמתאימה לרקטה ולישוב ($O(1)$ בממוצע) לפי סוג הרקטה והישוב מגדילים ב-1 את מספר הרקטות מסוג זה שנורו על הישוב, על ידי עדכון האיבר המתאים בעץ 2-3 המשני ($O(\log x)$ בממוצע). בעזרת המצביע מהישוב שלעברו נורתה הרקטה, מגיעים לסוללה שבשליטתה נמצא הישוב ומוסיפים אחד למספר הרקטות שנורו לישובים שבשליטתה, ואם הרקטה יורטה מוסיפים 1 למספר הרקטות שיורטו על ידי הסוללה ומגדילים ב-1 את מספר הרקטות שנורו על הישוב שבשליטת הסוללה, על ידי עדכון האיבר המתאים בעץ 2-3 המשני ($O(\log z)$ בממוצע). בסך הכל הפעולה לוקחת $O(\log x + \log z)$ בממוצע.

בהינתן שם ישוב הדפסת סוגי הרקטות שנורו לישוב (כולל אלה שיורטו) ממוינים לפי מספר הרקטות שנורו לישוב מכל סוג בסדר עולה, מתבצעת באופן הבא: מחפשים את הישוב בטבלת הישובים ($O(1)$ בממוצע), בעזרת המצביע מגיעים לאיבר השמאלי בעץ 2-3 המשני, עוברים על האיברים בעץ 2-3 המשני משמאל לימין ומדפיסים את האיברים המתאימים להם בעץ 2-3 הראשי ($O(s)$) במקרה הגרוע). בסך הכל הפעולה לוקחת $O(s)$ בממוצע.

בהינתן שם ישוב וסוג רקטה הדפסת כל הרקטות מסוג זה ששוגרו לישוב (כאשר עבור כל רקטה מודפס מספר הרקטה), בסדר כלשהו מתבצעת באופן הבא: מחפשים את שם הישוב וסוג הרקטה בטבלת ישוב-סוג רקטה ($O(1)$ בממוצע) בעזרת המצביע מגיעים לרשימה המקושרת של הרקטות מסוג זה שנורו על ישוב זה ומדפיסים את אברי הרשימה ($O(x)$ במקרה הגרוע). בסך הכל הפעולה לוקחת $O(x)$ בממוצע.

בהינתן מספר k , הדפסת k הסוללות של כיפת ברזל שאחוזי היירוטים שלהם הם הגבוהים ביותר מתבצעת באופן הבא: עוברים על הרשימה המקושרת של המיצגים של כל הסוללות עבור כל סוללה בעזרת המצביע מגיעים לאיבר שמתאים לה בטבלת הסוללות ומחשבים את אחוזי הירוט (על ידי חלוקה של סך כל הירוטים לסך כל הרקטות שנורו על ישובים בשליטת הסוללה), מוסיפים את אחוזי הירוט של הסוללה למערך עזר. את המערך הזה הופכים לערימה ומדפיסים את k האיברים הגדולים ביותר בערימה. בסך הכל הפעולה לוקחת $O(n + k \log k)$ במקרה הגרוע.