

14.3.2016

מבני נתונים
תרגיל מס' 3

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

.1

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם $P1(n,m)$ שמקבלת כפרמטרים מספרים n ו- m . הפונקציה קוראת לפונקציה עזר בשם $F(x)$ שמקבלת כפרמטר מספר x ומתוארת בהמשך. נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה $P1(n,m)$ כתלות ב- n ו- m (במונחים של ה- O הקטן ביותר שאתה/את יודע/ת להשיג).

```
P1 (n)
-----
x=0
for (i = 1; i ≤ n2; i++) {
    for (j = i; j ≤ 2m; j++) {
        x=x+F(i)
    }
}
return x
```

```
F(x)
-----
s=0
for (i = 1; i ≤ 2x2 ; i=i*2)
{
    s++
}
return s
```

הדרכה:1. יש לפרק לשני מקרים: $n^2 \leq 2m$ ו- $n^2 > 2m$.

2. כאשר רוצים לחשב סכום טור שאינו מופיע בנוסחאות הידועות שרשומות בתחילת החוברת, אפשר לרשום אותו כסכום/חיסור של שני טורים שסכומם ידוע. לדוגמה בחישוב הטור:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+2)$$

אפשר לשים לב שהאיבר ה- i של הטור הוא $i \cdot (i+2)$ ששווה ל- i^2+2i ולכן סכום הטור הנ"ל מתקבל כסכום של שני הטורים הבאים:

$$1^2+2^2+\dots+n^2$$

$$2(1+2+3+\dots+n)$$

.2

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם $P2(n,m)$ שמקבלת כפרמטרים מספרים n ו- m . הפונקציה קוראת לפונקצית עזר בשם $F(x)$ שמקבלת כפרמטר מספר x ומתוארת בהמשך. נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה $P1(n,m)$ כתלות ב- n ו- m (במונחים של ה- O הקטן ביותר שאתה/את יודעת להשיג).

$P2(n)$

$x=0$

```
for (i = 1; i ≤ n; i++) {
    for (j = i; j ≤ n+m; j++) {
        x=x+F(i) · F(j)
    }
}
return x
```

$F(m)$

$s=0$

```
for (i = 1; i ≤ 2m+2; i++)
{
    for (j = 1; j ≤ 22m; j=j*2)
    {
        s++
    }
}
return s
```

הדרכה:

לצורך הפתרון ניתן להשתמש בעובדה הבאה עבור הטור הבא:

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = \theta(n \cdot 2^n)$$

שימו לב שהטור הנ"ל אינו בדיוק הטור שצריך לחשב בשאלה, אך ניתן להיעזר בו לחישוב הטור שנדרש בשאלה.

3.

הוכח ש-

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = \theta(n \cdot 2^n)$$

הדרכה:

נסמן ב- $s(n)$ את סכום n האיברים הראשונים בטור הנ"ל ונשים לב שמתקיים:

$$\begin{aligned} s(n) &= 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n \\ &= 1 \cdot 2^1 + (1+1) \cdot 2^2 + (1+2) \cdot 2^3 + \dots + (1+(n-1)) \cdot 2^n \\ &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + 2(1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + \dots + (n-1) \cdot 2^{n-1}) \\ &= 2^{n+1} - 2 + 2(s(n-1)) \end{aligned}$$

כעת נמשיך בשיטת ההצבה ונראה בעזרת הנוסחה הנ"ל שמתקיים:

$$s(n) = \theta(n \cdot 2^n)$$

כדי להוכיח θ נוכיח O ו- Ω . כדי להוכיח O נתחיל עם הנוסחה היותר פשוטה הבאה שנובעת מהנוסחה הנ"ל ונמשיך בשיטת ההצבה.

$$s(n) \leq 2(s(n-1)) + 2^{n+1}$$

יש להגיש את התרגיל בתא הקורס שנמצא בתא מספר 6 בתאים שנמצאים מול מול מזכירות מנהל עסקים (לא בתא של המרצה). כתוב על התא: הגשת תרגילים במבנה נתונים.

מותר להגיש בזוגות (אסור להגיש בשלושות). אין אפשרות להגיש תרגילים לאחר המועד האחרון להגשת התרגיל שמופיע באתר הקורס.

בהצלחה !