2.4.2017

מבני נתונים
תרגיל מס׳ 3

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

1.

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם **P1(n,m)** שמקבלת כפרמטרים מספרים **n** ו- **m**. הפונקציה קוראת לפונקצית עזר בשם **F(x)** שמקבלת כפרמטר מספר **x** ומתוארת בהמשך . נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה **P1(n,m)** כתלות ב- **n** ו- **m** עבור המקרה ש $m < n^3$ (במונחים של ה- **O** הקטן ביותר שאתה/את יודע/ת להשיג).

```
P1(n,m)
-------
x=0
for (i = 1; i ≤ n^3; i++) {
  for (j = i; j ≤ m; j++) {
     x=x+F(i) · F(j)
  }
}
return x


F(x)
-------
s=0
for (i = 1; i ≤  x ; i++)
   {
    for (j = i; j ≤  x^2/2 ; j++)
      {
          s++
      }
   }
return s
```

<u>הדרכה:</u>

כאשר רוצים לחשב סכום טור שאינו מופיע בנוסחאות הידועות שרשומות בתחילת החוברת, אפשר לרשום אותו כסכום/חיסור של שני טורים שסכומם ידוע. לדוגמה בחישוב הטור:

$1\cdot3+2\cdot4+\ldots+n\cdot(n+2)$

אפשר לשים לב שהאיבר ה- i של הטור הוא $i\cdot(i+2)$ ששווה ל- i^2+2i ולכן סכום הטור הנ"ל מתקבל כסכום של שני הטורים הבאים:

$1^2+2^2+\ldots+n^2$

$2(1+2+3\ldots+n)$

2.

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם **P2(n)** שמקבלת כפרמטר מספר **n**.
הפונקציה קוראת לפונקצית עזר שמתוארת בהמשך . נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה **P2(n)** כתלות ב- **n** (במונחים של θ).

```
P2(n)
-------
x=0
for (i = 1; i ≤ n; i++) {
  for (j = i; j ≤ n²; j++) {
     x=x+F(i·j)
  }
}
return x
```

פונקצית העזר F(y) מתוארת בעמוד הבא.

```
F(y)
-------
s=0
for (i = 1; i ≤ y²; i++)
   {
   for (j = i²; j ≤ 2y; j++)
     {
        s++
     }
   }
return s
```

<u>הדרכה:</u>

נניח שיש צורך להעריך את סכום מהסוג הבא במונחים של θ:

$$1(1+2+\ldots+m)+2(2+3+\ldots m)+3(3+4+\ldots m)+\ldots+m(m)$$

מאחר וקשה למצוא את הנוסחה המדויקת של הסכום הנ"ל, ניתן מצד אחד להעריך את הסכום הנ"ל במונחים של O בעזרת העובדה שהסכום הנ"ל קטן מ-:

$$1(1+2+\ldots+m)+2(1+2+3+\ldots m)+3(1+2+3+4+\ldots m)+\ldots+m(1+2+3+\ldots+m)$$

ומצד שני ניתן להעריך את הסכום הנ"ל במונחים של Ω אומגה בעזרת העובדה שהסכום הנ"ל גדול מ-:

$$1(m/2+\ldots+m)+2(m/2+\ldots+m)+3(m/2+\ldots+m)+\ldots+m/2(m/2+\ldots+m)$$

שימו לב שהסכום הנ"ל אינו בדיוק הסכום שצריך להעריך בשאלה.

.3

בשאלה זו הסימון: `i % n`

משמעותו: שארית החלוקה של i ב- n.

לדוגמה: `20 % 8` שווה ל- 4

להלן תוכנית רקורסיבית בשם P3 שמקבלת פרמטרים מערך A ומספר k.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה (במונחים של θ) של התוכנית כתלות ב- n, כאשר n מציין את גודל המערך A שמועבר לפונקציה כפרמטר.

```
P3(A,k)
n = length(A)
if n == 1 return A[1]
if n == 2 return A[2]
  for (i = 1; i ≤ n² ; i++)  {
    A[i%n]=A[(2i)%n]
 }
x=P3(A[1: ⌊n/3⌋ ],k)

if x ≤ k { return x+P3(A[1: ⌊n/6⌋ ],k)}

else  { return 2x+P3(A[1: ⌊n/5⌋ ],k)}
```

הדרכה:

נניח שכתוצאה מניתוח קוד מסויים מגיעים לנוסחת נסיגה מהסוג הבא:

(הנוסחה הזו אינה בהכרח הנוסחה שיוצאת מניתוח הקוד שבשאלה).

$$T(n) \le C1 + C2n^5 + T(n/4) + T(n/5)$$

במקרה הזה ניתן להעריך את **T(n)**
במונחים של O בעזרת העובדה שמתקיים:

$$T(n) \le C3n^5 + 2T(n/4)$$

עבור איזשהו קבוע C3 מספיק גדול (ועבור כל n שגדול מאיזשהו N_0).

אין צורך לפרט מיהם C3 ו- N_0.

ה- O שנקבל בניתוח הנ"ל לא בהכרח יהיה ה- O הקטן ביותר שאפשר להשיג. מצד שני

אם מתוך ניתוח אותו הקוד נוכל להעריך את T(n) במונחים של Ω כך שה- O וה Ω זהים אז נוכל להגיע להערכה של T(n) במונחים של θ.

.4

הוכח ש-

$$1^2 \cdot 2^1 + 2^2 \cdot 2^2 + 3^2 \cdot 2^3 + \ldots + n^2 \cdot 2^n = \theta\left(n^2 \cdot 2^n\right)$$

<u>הדרכה:</u> הוכיחו באינדוקציה שהאיבר האחרון בסדרה גדול יותר מסכום כל האיברים שלפניו.

יש להגיש את התרגיל בתא הקורס שעליו רשום : הגשת עבודות במבנה נתונים (לא בתא של המרצה). התא הזה נמצא בארון הגשת עבודות שנמצא בסוף המסדרון שבקומה של מזכירות מדעי המחשב.

חשוב לציין על העבודות את שמות מגישי העבודות, לאיזה קבוצה הם שיכים (בוקר ערב או פרחי הי-טק).

מותר להגיש בזוגות (אסור להגיש בשלשות). אין אפשרות להגיש תרגילים לאחר המועד האחרון להגשת התרגיל שמופיע באתר הקורס.

בהצלחה !