10.4.2018

מבני נתונים
פתרון רגיל מס׳ 3

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

1. שאלה זו הופיעה במבחן מועד א 2017

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם P1(n,m) שמקבלת כפרמטרים מספרים m ו- n. הפונקציה קוראת לפונקצית עזר בשם F(x) שמקבלת כפרמטר מספר x ומתוארת בהמשך.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה P1(n,m) כתלות ב- n ו- m (במונחים של ה- O הקטן ביותר שאתה/את יודע/ת להשיג).

```
P1(n,m)
-------
y=0
for (i = 1; i ≤ 2^(n^2) ; i=i*2) {
  if (i==1) {
     for (j = 1; j ≤ 2m^2; j++) {
        y=y+F(j)
     }
  }
  y=y+F(m)
  }
}
return y
```

```
F(x)
-------
if (x≤1) {return 1}
s=0
for (i = 1; i ≤ x^2; i++)
   {
     s=s+i
   }
return  s+F(2x/3)
```

פתרון שאלה 1

נסמן ב- $T_F(x)$ את זמן ביצוע הפונקציה $F(x)$ כתלות בפרמטר x.

$$(1)\quad T_F(x) \le C_1 + C_2 \cdot x^2 + T_F(2x/3)$$

נפעיל את משפט המסטר: $a=1, b=3/2$

$x^{\log_{3/2} 1} < x^2$

ולכן ממשפט המסטר נקבל: $T_F(x) = O(x^2)$

מצד שני מאחר ו- $T_F(x) \ge x^2$ נקבל ש- $T_F(x) = \Omega(x^2)$

ולכן נקבל ש- $T_F(x) = \theta(x^2)$

לכן לפי הגדרת θ קיימים קבועים D ו- N_0 כך שלכל $x \ge N_0$ מתקיים:

$$(2)\quad T_F(x) \le D \cdot x^2$$

נסמן ב- $T(n,m)$ את זמן ביצוע הפונקציה $P1(n,m)$ כתלות בפרמטרים n ו- m. נסמן ב- t את מספר הכניסות ללולאה החיצונית, נסמן ב- z את מספר הכניסות ללולאה הפנימית, נסמן ב- A את סך כל זמן הביצוע של פונקצית העזר בפקודה: y=y+F(j). נסמן ב- B את סך כל זמן הביצוע של פונקצית העזר בפקודה: y=y+F(m).

$$(3)\quad T(n,m) = C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot z + A + B$$

בדומה לדוגמאות קודמות, נחשב את t ונקבל: $t = n^2 + 1$ ונחשב את z ונקבל: $z = 2 \cdot m^2$

ולכן,

$$(4)\quad T(n,m) = C_1 + C_2 \cdot (n^2 + 1) + C_3 \cdot 2 \cdot m^2 + A + B$$

נחשב את A

עבור $i=1, j=1$ קוראים לפונקציה $F(1)$

עבור $i=1, j=2$ קוראים לפונקציה $F(2)$

...

עבור $i=1, j=2 \cdot m^2$ קוראים לפונקציה $F(2 \cdot m^2)$

עבור $i>1$ לא מבצעים את הפקודה y=y+F(j) ולכן לא קוראים לפונקציה F(j).
ולכן,

$$A=T_F(1)+T_F(2)+\ldots+T_F(2\cdot m^2)$$

נציב בשוויון הנ"ל את אי שוויון (2) ונקבל:

$$A\le D\cdot((1^2)+(2^2)+\ldots+(2\cdot m^2)^2)$$

ששקול ל-

$$A\le D\cdot(\left(\frac{1}{6}\,2\cdot m^2\cdot(2\cdot m^2+1)\cdot(2\cdot 2\cdot m^2+1)\right)=\theta(m^6)$$

ולכן הראנו ש-

$$(5)\quad A=O(m^6)$$

נחשב את B

עבור $i=1$ קוראים לפונקציה F(m)

עבור כל שאר הערכים של i שאיתם נכנסים ללולאה החיצונית גם קוראים לפונקציה F(m). מספר הפעמים שאיתם נכנסים ללולאה החיצונית הוא $t=n^2$

ולכן,

$$B=n^2\cdot T_F(m)$$

נציב בשוויון הנ"ל את אי שוויון (2) ונקבל:

$$B\le D\cdot n^2\cdot m^2$$

ולכן הראנו ש-

$$(6)\quad B=O(n^2\cdot m^2)$$

מ- (4) (5) ו- (6) נקבל ש-

$$(7)\quad T(n,m)=O(n^2\cdot m^2+m^6)$$

.2

להלן פסיאודו קוד של פונקציה בשם P2(n,m) שמקבלת כפרמטרים שני מספרים n ו- m.
הפונקציה קוראת לפונקצית עזר בשם F(x) שמתוארת בהמשך . נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה P2(n,m) כתלות ב- n ו- m (במונחים של θ) עבור המקרה שבו n≤m.

```
P2(n,m)
-------
s=1
for (i = 1; i ≤ n; i++) {
  for (j = i; j ≤ m; j++) {
     s=s+F(i+j+m)
  }
}
return s


F(x)
-------
s1=0
for (i = 1; i ≤  4x; i++)
   {
   for (j = i; j ≤ 2x; j++)
     {
        s1++
     }
   }
return s1+F(x/2)+F(x/3)+F(x/4)
```

פתרון שאלה 2

נסמן ב- $T_F(x)$ את זמן ביצוע הפונקציה F(x) כתלות בפרמטר x.

נסמן ב- t את מספר הפעמים שנכנסים ללולאה הפנימית בפונקציה F(x).

$$(1) \quad \mathbf{T_F(x) \le C_1 + C_2 \cdot 4 \cdot x + C_3 \cdot t + T_F(x/2) + T_F(x/3) + T_F(x/4)}$$

נחשב את t,

עבור i=1 נכנסים ללולאה הפנימית $2x-1+1$ פעמים

עבור i=2 נכנסים ללולאה הפנימית $2x-2+1$ פעמים

...

עבור i=2x נכנסים ללולאה הפנימית $2x-2x+1$ פעמים

עבור i>2x לא נכנסים ללולאה הפנימית.

לכן,

$$t=(2x-1+1)+(2x-2+1)+\ldots+(2x-2x+1)=(2x+1)\cdot 2x-(1+2+\ldots 2x)=$$

$$=(2x+1)\cdot 2x-(1/2\cdot 2x\cdot(2x+1))=\theta(x^2)$$

ולכן קיים קבוע C כך ש $(2)\ \ t \le C\cdot x^2$

מ- (1) ו- (2) נקבל:

$$(3) \quad \mathbf{T_F(x) \le C_1 + C_2 \cdot 4 \cdot x + C \cdot x^2 + T_F(x/2) + T_F(x/3) + T_F(x/4)}$$

מ- (3) נקבל:

$$(4) \quad \mathbf{T_F(x) \le C_1 + C_2 \cdot 4 \cdot x + C \cdot x^2 + 3T_F(x/2)}$$

נפעיל את משפט המסטר: $a=3, b=2$

$$x^{\log_2 3} < x^2$$

ולכן ממשפט המסטר נקבל: $T_F(x)=O(x^2)$

מצד שני מאחר ו- $T_F(x)\geq x^2$ **נקבל ש-** $T_F(x)=\Omega(x^2)$

ולכן נקבל ש- $T_F(x)=\theta(x^2)$

לכן לפי הגדרת θ **קיימים קבועים** D **ו-** N_0 **כך שלכל** $x\geq N_0$ **מתקיים:**

$$(5)\quad T_F(x)\leq D\cdot x^2$$

נסמן ב- T(n,m) **את זמן ביצוע הפונקציה** P2(n,m) **כתלות בפרמטרים n ו- m. נסמן ב- z את מספר הכניסות ללולאה הפנימית, נסמן ב- A את סך כל זמן הביצוע של פונקצית העזר.**

$$(6)\quad T(n,m)=C_1+C_2\cdot z+A$$

נחשב את z

עבור i=1 **נכנסים ללולאה הפנימית** $m-1+1$ **פעמים**

עבור i=2 **נכנסים ללולאה הפנימית** $m-2+1$ **פעמים**

. . .

עבור i=n **נכנסים ללולאה הפנימית** $m-n+1$ **פעמים**

עבור i>n **לא נכנסים ללולאה הפנימית.**

לכן,

$$z=(m-1+1)+(m-2+1)+\ldots+(m-n+1)=n\cdot(m+1)-(1+2+\ldots n)=$$

$$=n\cdot(m+1)-(1/2\cdot n\cdot(n+1))=\theta(n\cdot m)$$

ההערכה של ה- θ **בשוויון האחרון נובעת מההנחה ש-** $n\leq m$

ולכן קיים קבוע C' **כך ש** $(7)\quad z\leq C'\cdot n\cdot m$

מ- (6) ו- (7) נקבל:

$$(8)\quad T(n,m)\leq C_1+C'\cdot n\cdot m+A$$

נחשב את A

נזכיר שאנחנו מניחים ש- $n \le m$

עבור $i=1, j=1$ קוראים לפונקציה F(1+1+m)

עבור $i=1, j=2$ קוראים לפונקציה F(1+2+m)

...

עבור $i=1, j=m$ קוראים לפונקציה F(1+m+m)

עבור $i=2, j=2$ קוראים לפונקציה F(2+2+m)

...

עבור $i=2, j=m$ קוראים לפונקציה F(2+m+m)

...

...

עבור $i=n, j=n$ קוראים לפונקציה F(n+n+m)

...

עבור $i=n, j=m$ קוראים לפונקציה F(n+m+m)

עבור $i>n$ לא נכנסים ללולאה הפנימית ולכן לא קוראים לפונקציה F(i+j+m).

ולכן,

$$A = T_F(1+1+m) + T_F(1+2+m) + \ldots + T_F(1+m+m) +$$

$$+ T_F(2+2+m) + \ldots + T_F(2+m+m) +$$

...

$$+ T_F(n+n+m) + \ldots + T_F(n+m+m)$$

נציב בשוויון הנ"ל את אי שוויון (2) ונקבל:

$$(9) \quad A \le D \cdot [(1+1+m)^2 + (1+2+m)^2 + \ldots + (1+m+m)^2 +$$

$$+ (2+2+m)^2 + \ldots + (2+m+m)^2 +$$

...

$$+ (n+n+m)^2 + \ldots + (n+m+m)^2]$$

בהרצאה הראנו ש-

$$(i+j)^2\le 3i^2+3j^2$$

ולכן

$$(i+j+k)^2=((i+j)+k)^2\le 3(i+j)^2+3k^2\le 3\cdot(3i^2+3j^2)+3k^2\le 9(i^2+j^2+k^2)$$

לסיכום הראנו ש-

$$(10)\quad (i+j+k)^2\le 9(i^2+j^2+k^2)$$

מ- (9) ו- (10) נקבל:

$$(11)\quad A\le 9D\cdot[(1^2+1^2+m^2)+(1^2+2^2+m^2)+\ldots+(1^2+m^2+m^2)+$$
$$+(2^2+2^2+m^2)+\ldots+(2^2+m^2+m^2)+$$

...

$$+(n^2+n^2+m^2)+\ldots+(n^2+m^2+m^2)]$$

כדי להמשיך את החישוב נשים לב שבאי שהשוויון (11):

1^2 מופיע $m+1$ פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע m פעמים כשמאלי בשלישיה ועוד פעם אחת כאמצעי בשלישיה

2^2 מופיע $m+1$ פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע $m-1$ פעמים כשמאלי בשלישיה ועוד פעם אחת כאמצעי בשלישיה

n^2 מופיע $m+1$ פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע $m-n+1$ כשמאלי בשלישיה ועוד n פעמים כאמצעי בשלישיה

$(n+1)^2$ מופיע n פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע n פעמים כאמצעי בשלישיה (פעם אחת בכל שורה)

$(n+2)^2$ מופיע n פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע n פעמים כאמצעי בשלישיה (פעם אחת בכל שורה)

. . .

$(m-1)^2$ מופיע n פעמים בביטוי הנ"ל, כי הוא מופיע n פעמים כאמצעי בשלישיה (פעם אחת בכל שורה)

m^2 הוא איבר מיוחד כי הוא מופיע כימני בכל שלישיה ובנוסף הוא מופיע n פעמים כאמצעי בשלישיה. מספר השלישיות הוא:

m בשורה הראשונה

$m-1$ בשורה השניה

. . .

(n -ה השורה שהיא) בשורה האחרונה $m-(n-1)$

ולכן בסך הכל האיבר m^2 מופיע:
$$n+m+(m-1)+\ldots+m-(n-1)=n+m\cdot n-(1+2+\ldots n-1)=n+m+n\cdot m-1/2\cdot(n-1)\cdot n$$

פעמים.

מ- (11) וממספר ההופעות של הביטויים השונים ב- (11) כפי שהוסבר לעיל נקבל:

$$(12)\quad \mathbf{A} \le 9\mathbf{D}\cdot[(\mathbf{m}+1)\cdot(1^2+2^2+\ldots+\mathbf{n}^2)+$$
$$+\mathbf{n}\cdot((\mathbf{n}+1)^2+(\mathbf{n}+2)^2+\ldots+(\mathbf{m}-1)^2)+$$
$$+\mathbf{n}+\mathbf{m}+\mathbf{n}\cdot\mathbf{m}-1/2\cdot(\mathbf{n}-1)\cdot\mathbf{n}\,]=$$

$$=9\mathbf{D}\cdot[(\mathbf{m}+1)\cdot 1/6\cdot\mathbf{n}\cdot(\mathbf{n}+1)\cdot(2\mathbf{n}+1)+$$
$$+\mathbf{n}\cdot(1/6\cdot(\mathbf{m}-1)\cdot\mathbf{m}\cdot(2(\mathbf{m}-1)+1)-1/6\cdot\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}+1\cdot(2\mathbf{n}+1))+$$

$$+\mathbf{n}+\mathbf{m}+\mathbf{n}\cdot\mathbf{m}-1/2\cdot(\mathbf{n}-1)\cdot\mathbf{n}\,]=\theta(\mathbf{n}\cdot\mathbf{m}^3)$$

ולכן הראנו ש-
$$(13)\quad \mathbf{A}=O(\mathbf{nm}^3)$$

מ- (8) ו- (13) נקבל ש-
$$(14)\quad \mathbf{T}(\mathbf{n},\mathbf{m})=O(\mathbf{n}\cdot\mathbf{m}^3)$$

לגבי הכוון השני ממשיכים באופן דומה, להלן בראשי פרקים:

מאחר ו- $T_F(x)=\theta(x^2)$

לכן לפי הגדרת θ קיימים קבועים E ו- N_0 כך שלכל $x\ge N_0$ מתקיים:

$$(15)\quad \mathbf{T}_F(\mathbf{x})\le\mathbf{E}\cdot\mathbf{x}^2$$

נחשב את A באופן דומה ונקבל ש-

$$(16)\quad \mathbf{A} \ge \mathbf{E}\cdot[(\mathbf{m}+1)\cdot(1^2+2^2+\ldots+\mathbf{n}^2)+$$
$$+\mathbf{n}\cdot((\mathbf{n}+1)^2+(\mathbf{n}+2)^2+\ldots+(\mathbf{m}-1)^2)+$$
$$+\mathbf{n}+\mathbf{m}+\mathbf{n}\cdot\mathbf{m}-1/2\cdot(\mathbf{n}-1)\cdot\mathbf{n}\,]=$$

$$= \mathbf{E} \cdot [(\mathbf{m}+1) \cdot 1/6 \cdot \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}+1) \cdot (2\mathbf{n}+1) + \\ + \mathbf{n} \cdot (1/6 \cdot (\mathbf{m}-1) \cdot \mathbf{m} \cdot (2(\mathbf{m}-1)+1) - 1/6 \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} + 1 \cdot (2\mathbf{n}+1)) + \\ + \mathbf{n} + \mathbf{m} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} - 1/2 \cdot (\mathbf{n}-1) \cdot \mathbf{n}] = \theta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}^3)$$

ולכן הראנו ש-

$$\mathbf{A} = \Omega(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}^3) \tag{17}$$

מאחר ו-

$$\mathbf{T}(\mathbf{n}, \mathbf{m}) \geq \mathbf{A} \tag{18}$$

מ- (17) ו- (18) נקבל ש-

$$\mathbf{T}(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = \Omega(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}^3) \tag{19}$$

מ- (14) ו- (19) נקבל ש-

$$\mathbf{T}(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = \theta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}^3) \tag{20}$$

.3

בשאלה זו אסור להשתמש במשפט המסטר.

להלן תוכנית רקורסיבית בשם P3 שמקבלת פרמטרים מערך A ומספר k.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה (במונחים של θ) של התוכנית כתלות ב- n, כאשר n מציין את גודל המערך A שמועבר לפונקציה כפרמטר.

```
P1(A,k)
n = length(A)
if n == 1 return A[1]
if n == 2 return A[2]
for (i = 1; i ≤ ⌊n/4⌋ ; i++) {
    A[i+2]=A[i]
 }
if A[ ⌊n/2⌋ ] ) ≤ k return A[ ⌊n/4⌋ ])
return P1( A[1: ⌊n/8⌋ ],k ) + P1( A[ ⌊6n/7⌋+1 : n ],k)
```

הערה: כדי לפשט את השאלה ניתן להתעלם מהערך השלם התחתון בנוסחת הנסיגה.

<u>פתרון שאלה 3</u>

נקבל את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$(1)\;\; T(n) \le C_1 + C_2 \cdot n/4 + T(n/8) + T(n/7)$$

מ- (1) נקבל שקיים C_3 כך ש-

$$(2)\;\; T(n) \le 2(T(n/7)) + C_3 \cdot n$$

מ- (2) נקבל:

$$(3)\;\; T(n/7) \le 2(T(n/7^2)) + C_3 \cdot n/7$$

מ- (2) ו- (3) נקבל:

$$(4)\ \ T(n) \le 2\left(2\left(T\left(n/7^2\right)\right)+C_3 \cdot n/7\right)+C_3 \cdot n$$

שקול ל-:

$$(5)\ \ T(n) \le 2^2\left(T\left(n/7^2\right)\right)+C_3 \cdot 2/7 \cdot n+C_3 \cdot n$$

מ- (2) נקבל:

$$(6)\ \ T\left(n/7^2\right) \le 2\left(T\left(n/7^3\right)\right)+C_3 \cdot n/7^2$$

מ- (5) ו- (6) נקבל:

$$(7)\ \ T(n) \le 2^2\left(2\left(T\left(n/7^3\right)\right)+C_3 \cdot n/7^2\right)+C_3 \cdot 2/7 \cdot n+C_3 \cdot n$$

שקול ל-:

$$(8)\ \ T(n) \le 2^3\left(T\left(n/7^3\right)\right)+C_3 \cdot (2/7)^2 \cdot n+C_3 \cdot 2/7 \cdot n+C_3 \cdot n$$

ולכן המקרה הכללי הוא:

$$(9)\ \ T(n) \le 2^i\left(T\left(n/7^i\right)\right)+C_3 \cdot n \cdot \left(1+2/7+(2/7)^2+\ldots+(2/7)^{i-1}\right)$$

שקול ל-:

$$(10)\ \ T(n) \le 2^i\left(T\left(n/7^i\right)\right)+C_3 \cdot n \cdot \left(\frac{(2/7)^i-1}{(2/7)-1}\right)$$

שקול ל-:

$$(10)\ \ T(n) \le 2^i\left(T\left(n/7^i\right)\right)+C_3 \cdot n \cdot \left(\frac{1-(2/7)^i}{1-(2/7)}\right)$$

שקול ל-:

$$(10)\ \ T(n) \le 2^i\left(T\left(n/7^i\right)\right)+C_3 \cdot n \cdot 7/5 \cdot \left(1-(2/7)^i\right)$$

נציב $i=\log_7 n$ בנוסחה הנ"ל ונקבל:

$$(10)\ \ T(n) \le 2^{\log_7 n}\left(T\left(n/7^{\log_7 n}\right)\right)+C_3 \cdot n \cdot 7/5 \cdot \left(1-(2/7)^{\log_7 n}\right)$$

שקול ל-:

$$(11)\ \ T(n) \le 2^{\log_2 n/\log_2 7}\left(T(1)\right)+C_3 \cdot n \cdot 7/5 \cdot \left(1-(2/7)^{\log_7 n}\right)$$

שקול ל-:

$$(12)\ \ T(n) \le n^{1/\log_2 7}\left(T(1)\right)+C_3 \cdot n \cdot 7/5 \cdot \left(1-(2/7)^{\log_7 n}\right)$$

מאחר ו- $T(1) \le C_3$

מ- (12) נקבל:

$$(13)\ T(n) \le n^{1/\log_2 7} \cdot C_3 + C_3 \cdot n \cdot 7/5 \cdot \left(1-(2/7)^{\log_7 n}\right) = \theta(n)$$

ולכן הראנו ש-

$$(14)\ T(n) = O(n)$$

לכוון השני, מאחר ומתקיים:

$$(15)\ T(n) \ge n/4 = \theta(n)$$

הראנו ש-

$$(16)\ T(n) = \Omega(n)$$

מ- (14) ו- (16) נקבל:

$$(17)\ T(n) = \theta(n)$$

4.

נתונה נוסחת הנסיגה הבאה: $T(n)=4T(n-6)$ עבור $n>6$

כאשר $T(n)=0$ עבור $n \le 0$

ו- $T(n)=1$ עבור $0<n \le 6$

הערך את $T(n)$ במונחים של θ.

<u>פתרון שאלה 4</u>

נוסחת הנסיגה הנתונה היא:

$$(1)\ T(n)=4(T(n-6))$$

נציב n-6 במקום n ב- (1) ונקבל:

$$(2)\ T(n-6)=4(T(n-6-6))=4(T(n-2\cdot 6))$$

מ- (1) ו- (2) נקבל:

$$(3)\ T(n)=4\cdot 4(T(n-2\cdot 6))=4^2(T(n-2\cdot 6))$$

הנוסחה האחרונה היא עבור i=2 ולכן הנוסחה הכללית תהיה:

$$(4)\ T(n)=4^i\cdot(T(n-i\cdot 6))$$

נחפש i שמקיים:

$$n-i\cdot 6=1$$

ששקול ל-

$$i=\frac{n-1}{6}$$

נציב את ה- i שמצאנו ב- (4) ונקבל:

$$(5)\ T(n)=4^{(n-1)/6}\cdot T(1)=4^{(n-1)/6}\cdot 1=4^{(n-1)/6}=4^{n/6}\cdot 4^{-1/6}=\theta(4^{n/6})$$

ולכן הראנו ש- $T(n)=\theta(4^{n/6})$

.5

עבור נוסחאות הנסיגה הבאות השתמש/י במשפט ה- master כדי להעריך את $T(n)$ במונחים של θ. נמק/י את תשובתך. אם לא ניתן להשתמש במשפט ה- master ציין/צייני את הסיבה (במקרה זה אין צורך להעריך את $T(n)$).

א)

$$T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3 (\log_2 n)^3$$

<u>פתרון שאלה 5 סעיף א</u>

ננתח לפי משפט המסטר ונקבל:

a=8 b=2

$f(n)=n^3\cdot(\log_2 n)^3$ $\qquad n^{\log_b a}=n^{\log_2 8}=n^3$

ולכן לפי משפט המסטר (מקרה 3) נסיק:

$T(n)=\theta(n^3\cdot(\log_2 n)^3)$

ב)

$$T(n) = 30\cdot T\left(\frac{2n}{3}\right) + n^5$$

<u>פתרון שאלה 5 סעיף ב</u>

ננתח לפי משפט המסטר ונקבל:

a=30 b=3/2

$f(n)=n^5$ $\qquad n^{\log_b a}=n^{\log_{3/2} 30}$

ולכן לפי משפט המסטר (מקרה 1) נסיק:

$T(n)=\theta(n^{\log_{3/2} 30})$

ג)

$$T(n) = T\left(\frac{n^6}{3}\right) + n^2$$

<u>פתרון שאלה 5 סעיף ג</u>

לא ניתן להשתמש במשפט המסטר במקרה זה כי האיבר $T\left(\frac{n^6}{3}\right)$ אינו מהצורה $a \cdot T\left(\frac{n}{b}\right)$.

ד)

$$T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$$

<u>פתרון שאלה 5 סעיף ד</u>

ננתח לפי משפט המסטר ונקבל:

a=2 b=4

$f(n)=\sqrt{n}$ $\qquad n^{\log_b a} = n^{\log_4 2} = n^{1/2} = \sqrt{n}$

ולכן לפי משפט המסטר (מקרה 2) נסיק:

$T(n)=\theta(\sqrt{n} \cdot \log n)$

ה)

$$T(n) = 4n \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$

<u>פתרון שאלה 5 סעיף ה</u>

לא ניתן להשתמש במשפט המסטר במקרה זה כי האיבר $4n \cdot T\left(\frac{n}{2}\right)$ אינו מהצורה $a \cdot T\left(\frac{n}{b}\right)$.

ו)

$$T(n) = \sqrt{2} \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) + \sqrt{n}$$

<u>**פתרון שאלה 5 סעיף ו**</u>

ננתח לפי משפט המסטר ונקבל:

$a=\sqrt{2}, b=3$

$f(n)=\sqrt{n}$ $\qquad n^{\log_b a}=n^{\log_3 \sqrt{2}}$

ולכן לפי משפט המסטר (מקרה 3) נסיק:

$T(n)=\theta(\sqrt{n})$

ז)

$$T(n) = \frac{1}{2} \cdot T\left(\frac{n}{5}\right) + n$$

<u>**פתרון שאלה 5 סעיף ז**</u>

לא ניתן להשתמש במשפט המסטר במקרה זה כי האיבר $\frac{1}{2}\cdot T(\frac{n}{5})$ אינו מהצורה $a\cdot T(\frac{n}{b})$ עבור $a>1$.

ח)

$$T(n) = 5\cdot T\left(\frac{n}{8}\right) + 1000$$

<u>**פתרון שאלה 5 סעיף ח**</u>

ננתח לפי משפט המסטר ונקבל:

a=5 b=8

$f(n)=1000=\theta(1)$ $\qquad n^{\log_b a}=n^{\log_8 5}$

ולכן לפי משפט המסטר (מקרה 1) נסיק:

$T(n)=\theta(n^{\log_8 5})$