

25.3.2018

מבני נתונים  
תרגיל מס' 5

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

.1

הגדרה: נגדיר רמה של צומת בעץ בינארי  $T$ , כמספר הצמתים במסלול המחבר בין הצומת לשורש העץ. לדוגמה, הרמה של שורש העץ היא 1, והרמה של הצומת שהמפתח שלו הוא 32 בצירור שבעמוד הבא היא 3.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי  $T$  ומדפיסה עבור כל צומת בעץ את המפתח של הצומת ואת הרמה שלו, ולבסוף בשורה האחרונה התכנית מדפיסה את סכום הרמות של כל הצמתים בעץ, עם הודעה מתאימה (כפי שמתואר בדוגמה שבהמשך).

אין חשיבות לסדר הדפסת הצמתים בפלט.

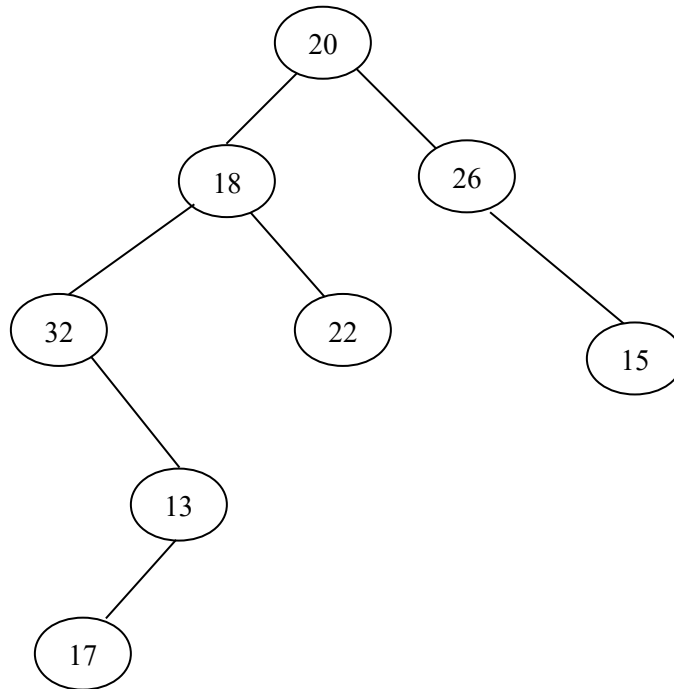
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה.

דוגמה:

יהי  $T$  עץ בינארי שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה  $P1(T)$  יתקבל הפלט:

20 1  
18 2  
32 3  
13 4  
17 5  
22 3  
26 2  
15 3

The sum of levels of all tree nodes is: 23

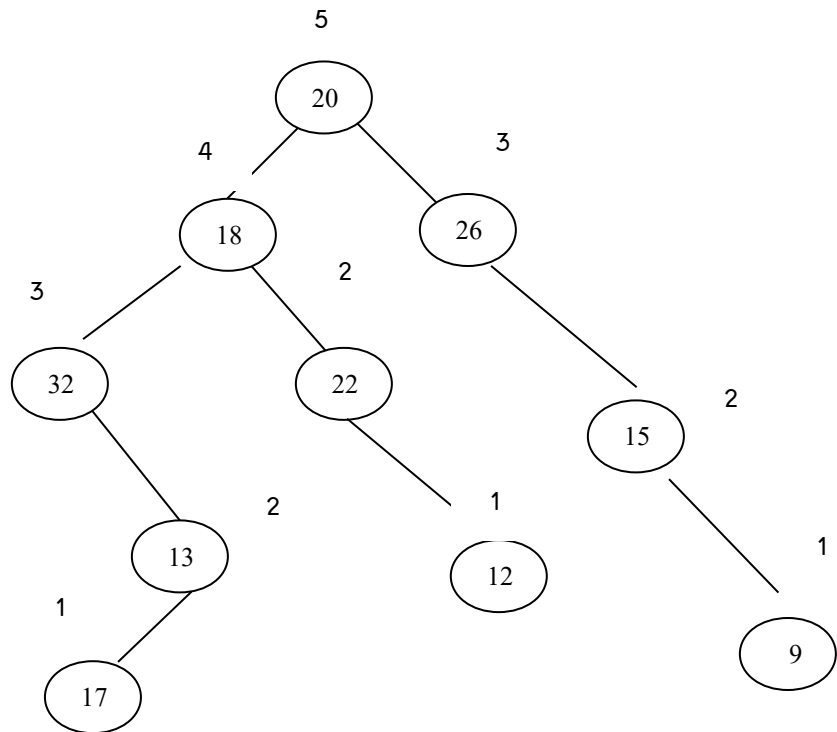
הסבר לשורה האחרונה בפלט: סכום הרמות של כל הצמתים הוא 23,  
כי הוא מתקבל על ידי החישוב:

$$1+2+3+4+5+3+2+3=23$$

## 2.

נגדיר "עץ בינארי עם גבהים" כעץ בינארי  $T$  שבו לכל צומת  $x$  בנוסף לשדות הרגילים יש שדה  $h(x)$  המכיל את גובה תת העץ ששורשו  $x$ .

לדוגמה: יהי  $T$  העץ הבא שבו לכל צומת מצוין מפתח הצומת ומעליו מספר המציין את גובה הצומת.



לכל צומת  $x$  נסמן ב-  $balance(x)$  את גורם האיזון של הצומת שמוגדר כגובה של תת העץ השמאלי של  $x$  פחות הגובה של תת העץ הימני של  $x$ . לדוגמה גורם האיזון של הצומת שהמפתח שלו 18 הוא 1, גורם האיזון של הצומת שהמפתח שלו הוא 26 הוא -2 וכן הלאה.

נגדיר שצומת  $x$  בעץ הוא צומת "טוב" אם מתקיימים שני התנאים הבאים:

1. במסלול מהאבא של הצומת  $x$  לשורש העץ יש לפחות צומת אחד בעל גורם איזון חיובי.
2. בתת העץ ששורשו  $x$  (תת העץ כולל גם את  $x$ ) יש לפחות שני צמתים בעלי גורם איזון שלילי.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P_2$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי  $T$  ומדפיסה את כל הצמתים הטובים בעץ, (אין חשיבות לסדר הדפסת הצמתים).  
 נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף את השדה  $h(x)$  שמכיל את הגובה של תת העץ ששורשו  $x$ .

דוגמה:

יהי  $T$  העץ הבינארי שמתואר בצירור שבדף הקודם.

לאחר הקריאה לפונקציה  $P_2(T)$  יתקבל הפלט:

18 26

הסבר לפלט: 18 הוא צומת טוב כי במסלול מהאבא שלו לשורש העץ יש צומת אחד 20 עם גורם איזון חיובי, ולכן התנאי הראשון מתקיים, ובתת העץ ששורשו 18 יש שני צמתים עם גורם איזון שלילי 22 ו-32 ולכן גם תנאי 2 מתקיים.  
 26 הוא צומת טוב כי במסלול מהאבא שלו לשורש העץ יש צומת אחד 20 עם גורם איזון חיובי, ובתת העץ ששורשו 26 יש שני צמתים עם גורם איזון שלילי 26 ו-15.

### 3.

עבור שני צמתים  $x$  ו- $y$  בעץ  $T$  נגדיר את הסכום של החיבור ביניהם כסכום המפתחות של הצמתים במסלול בעץ  $T$  שמחבר בין  $x$  ל- $y$ . (שימו לב שבכל עץ  $T$  יש רק מסלול אחד שמחבר בין שני צמתים).

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P3$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי  $T$  שמכיל לפחות שני צמתים, ומדפיסה את המספר הגדול ביותר ששוה לסכום החיבור של שני צמתים שונים כלשהם בעץ.

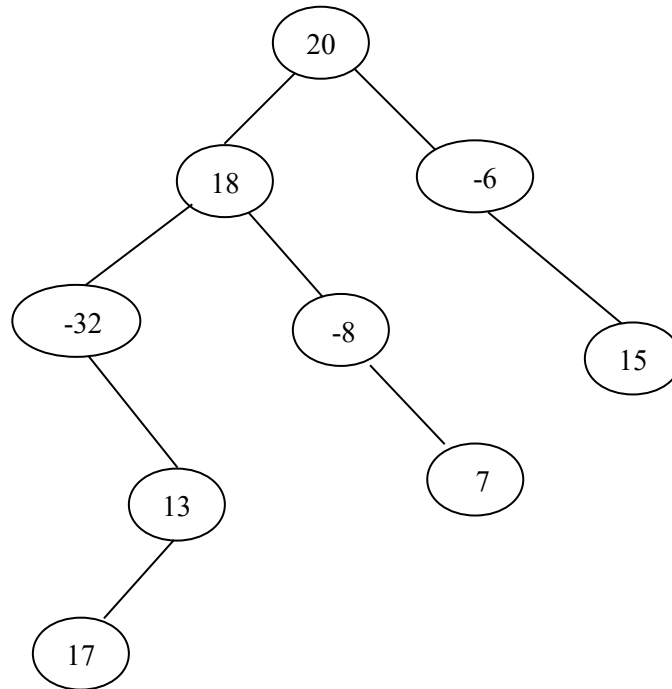
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

#### הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה.

דוגמה:

יהי  $T$  עץ בינארי שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה  $P3(T)$  יתקבל הפלט:

47

הסבר לפלט: המספר 47 שווה לסכום מפתחות הצמתיים במסלול שמחבר בין 18 ל-15 לפי החישוב הבא:

$$18+20-6+15=47$$

מאחר וזהו הסכום הגדול ביותר שמחבר בין שני צמתיים שונים בעץ, זוהי התשובה שמתקבלת.

#### 4. שאלה זו הופיע במועד א 2017

הגדרה: נגדיר עץ בינארי אדום לבן, כעץ בינארי שבו לכל צומת  $x$ , בנוסף לשדות הרגילים, יש שדה צבע  $color(x)$  שהוא אדום (red) או לבן (white).

נזכיר שעבור צומת  $x$  בעץ בינארי  $T$  אנחנו מסמנים ב-  $T_x$  את תת העץ של  $T$  ששורשו  $x$ , (תת העץ  $T_x$  כולל גם את הצומת  $x$ ).

נגדיר שצומת  $x$  בעץ בינארי אדום לבן הוא צומת טוב אם סכום המפתחות של כל הצמתים האדומים בתת העץ  $T_x$ , גדול יותר מסכום המפתחות של כל הצמתים הלבנים בתת העץ  $T_x$ .

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של תכנית בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי אדום לבן  $T$ , ומדפיסה תחילה את כל הצמתים הטובים בעץ (אין חשיבות לסדר הדפסת הצמתים), ולאחר מכן התכנית מדפיסה את מספר הצמתים הטובים בעץ.

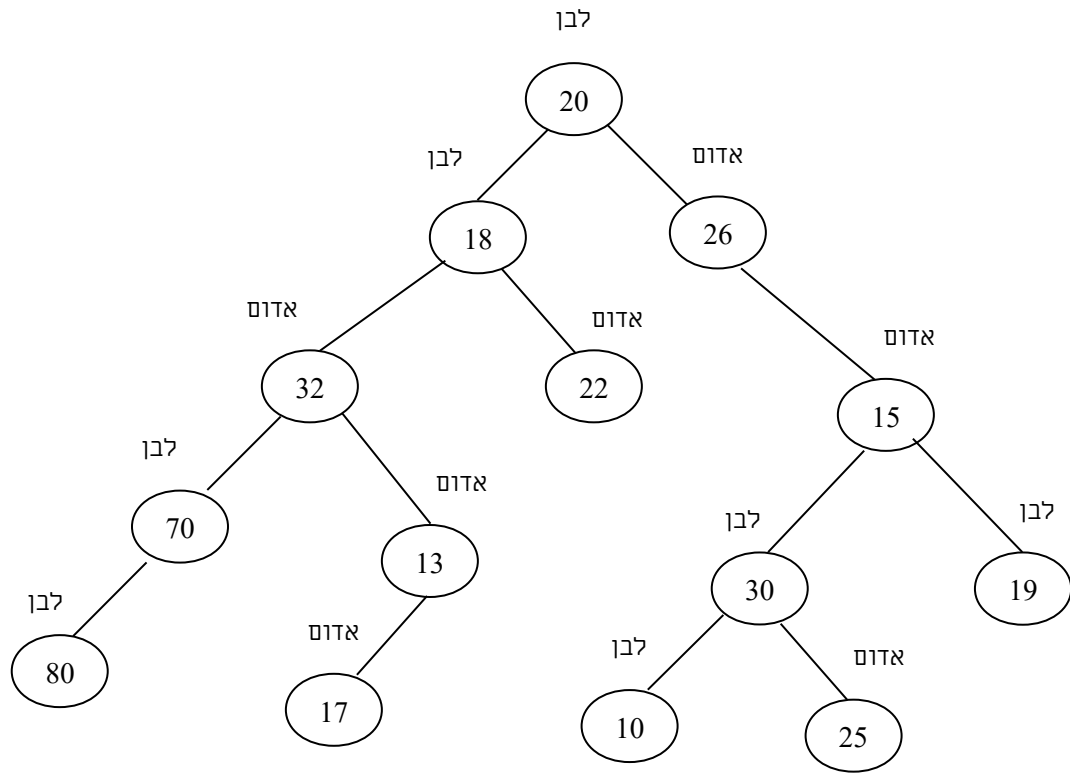
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

#### הנחות ודרישות:

1. אין להשתמש במבני עזר נוספים.
2. מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
3. מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
4. כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף שדה  $color(x)$  שמציין את צבע הצומת  $x$ .

דוגמה:

יהי  $T$  עץ בינארי אדום לבן שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה  $P1(T)$  יתקבל הפלט:

17 13 22 26 25  
5

הסבר לפלט: צמתים 17,13,22,25 הם טובים כי אם אדומים ואין מתחתם צמתים לבנים. צומת 26 הוא טוב כי סכום הצמתים האדומים בתת העץ  $T_{26}$  הוא:  $26+15+25=66$  וסכום זה גדול יותר מסכום הצמתים הלבנים בתת העץ  $T_{26}$  שהוא:  $30+10+19=59$ .

שאר הצמתים בעץ אינם טובים, למשל צומת 20 אינו טוב כי סכום הצמתים האדומים בתת העץ  $T_{20}$  הוא:  $32+13+17+22+26+15+25=150$  והוא קטן יותר מסכום הצמתים הלבנים בתת העץ  $T_{20}$  שהוא:  $80+70+18+20+30+10+19=247$ .

מאחר ויש בעץ 5 צמתים טובים מודפס בסוף המספר 5 שמציין את מספר הצמתים הטובים בעץ.



יש להגיש את התרגיל בתא הקורס שעליו רשום : הגשת עבודות במבנה נתונים (לא בתא של המרצה). התא הזה נמצא בארון הגשת עבודות שנמצא בסוף המסדרון שבקומה של מזכירות מדעי המחשב.

חשוב לציין על העבודות את שמות מגישי העבודות, לאיזה קבוצה הם שיכים (בוקר ערב או פרזי הי-טק).

מותר להגיש בזוגות (אסור להגיש בשלשות). אין אפשרות להגיש תרגילים לאחר המועד האחרון להגשת התרגיל שמופיע באתר הקורס.

**בהצלחה !**