

30.4.2015

מבני נתונים  
תרגיל מס' 6

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

**1. שאלה זו הופיעה במבחן מועד א' 2014**

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי  $T$  ומדפיסה עבור כל צומת  $x$  בעץ את המפתח של הצומת ולאחריו מספר שמציין את מספר הצמתים שנמצאים במסלול שמחבר בין צומת  $x$  לצומת בעל המפתח הגדול ביותר בתת העץ של  $T$  ששורשו  $x$  (תת העץ כולל גם את  $x$ ).

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

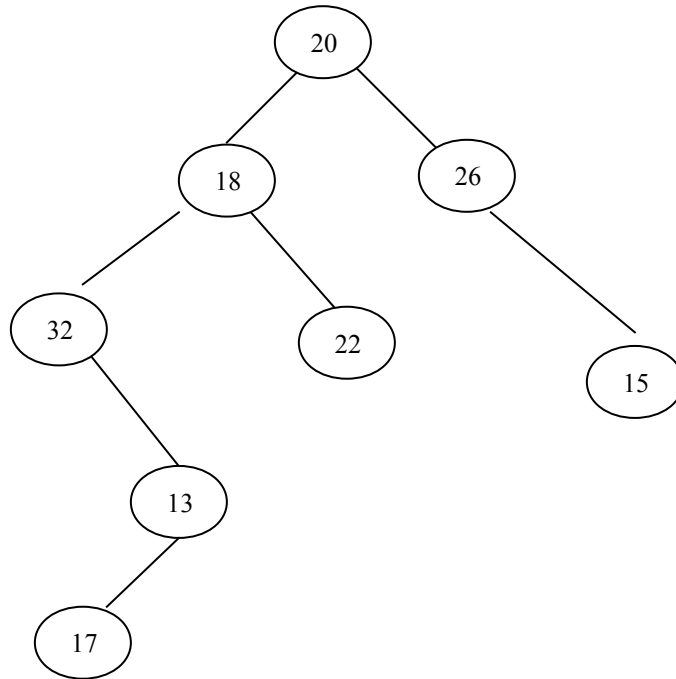
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה.

דוגמה:

יהי T עץ בינארי שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה P1(T) יתקבל הפלט:

20 3 18 2 26 1 32 1 22 1 15 1 13 2 17 1

**הסבר לפלט:** עבור צומת 20 הודפס המספר 3 כי המסלול בין 20 ל-32 מכיל 3 צמתים. עבור צומת 26 הודפס המספר 1 כי המסלול בין 26 לעצמו מכיל צומת אחת. וכן הלאה.

## 2. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ב 2014

**הגדרה:** נגדיר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן, כעץ בינארי שבו לכל צומת  $x$  יש בנוסף לשדות הרגילים, שדה  $color(x)$  ששווה ל- red אם הצומת אדום או white אם הצומת לבן.

**הגדרה:** עבור צומת  $x$  בעץ בינארי  $T$  נגדיר את תת העץ השמאלי של  $x$  כתת העץ של  $T$  שמורכב מהבן השמאלי של  $x$  וכל הצמתים שמתחתיו. במילים אחרות, תת העץ השמאלי של  $x$  שווה ל-  $T_{left(x)}$  וכולל גם את  $left(x)$ . באופן דומה נגדיר את תת העץ הימני של  $x$  כתת העץ של  $T$  שמורכב מהבן הימני של  $x$  וכל הצמתים שמתחתיו.

**הגדרה:** נגדיר שצומת  $x$  בעץ בינארי עם צבעים אדום-לבן  $T$  הוא צומת טוב אם סכום הגבהים של כל הצמתים הלבנים בתת העץ השמאלי של  $x$  גדול יותר מסכום הגבהים של כל הצמתים האדומים בתת העץ הימני של  $x$ .

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן  $T$  ומדפיסה את המפתחות של כל הצמתים הטובים בעץ  $T$ .

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

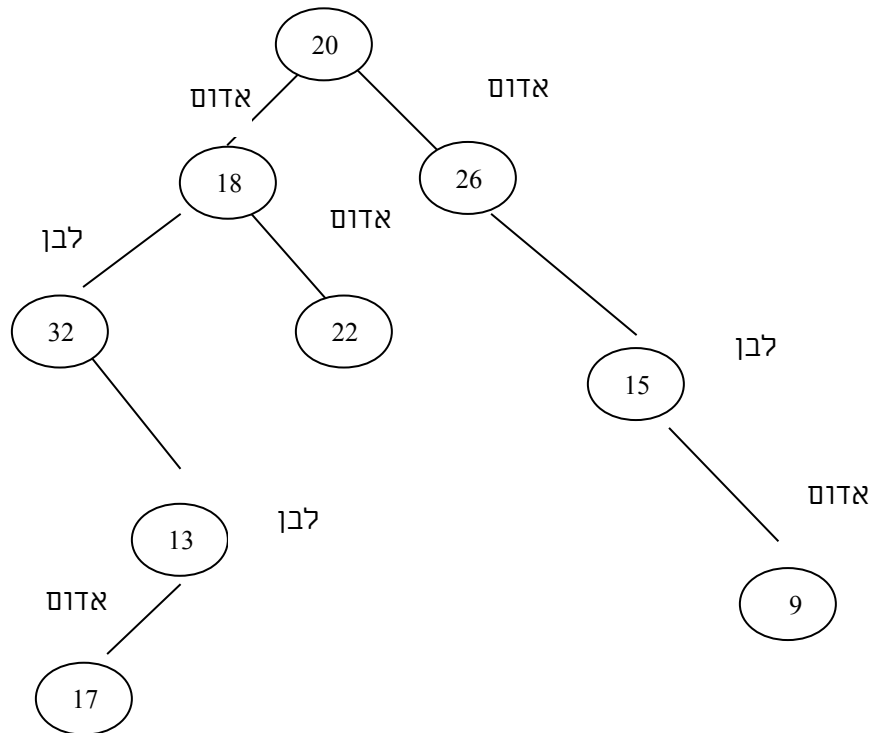
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף מכיל את השדה  $color(x)$  שתואר לעיל.

דוגמה:

יהי T עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה P1(T) יתקבל הפלט:

20 18

**הסבר לפלט:** עבור צומת 20 סכום הגבהים של הצמתים הלבנים בתת העץ השמאלי שווה ל- 5 וסכום הגבהים של הצמתים האדומים בתת העץ הימני שווה ל- 4 ולכן צומת 20 הוא טוב.

עבור צומת 18 סכום הגבהים של הצמתים הלבנים בתת העץ השמאלי שווה ל- 5 וסכום הגבהים של הצמתים האדומים בתת העץ הימני שווה ל- 1 ולכן צומת 18 הוא צומת טוב.

עבור צומת 32 סכום הגבהים של הצמתים הלבנים בתת העץ השמאלי שווה ל- 0 וסכום הגבהים של הצמתים בתת העץ הימני שווה ל- 1 ולכן צומת 32 אינו צומת טוב.

### 3. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ג 2014

**הגדרה:** נגדיר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן, כעץ בינארי שבו לכל צומת  $x$  יש בנוסף לשדות הרגילים, שדה  $color(x)$  ששווה ל- red אם הצומת אדום או white אם הצומת לבן.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם  $P1$ , יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן  $T$  ומדפיסה עבור כל צומת  $x$  בעץ את  $key(x)$  ולאחריו את מספר הצמתים במסלול הארוך ביותר שמתחיל מהצומת  $x$  לצומת לבן שנמצא בתת העץ ששורשו  $x$ .

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

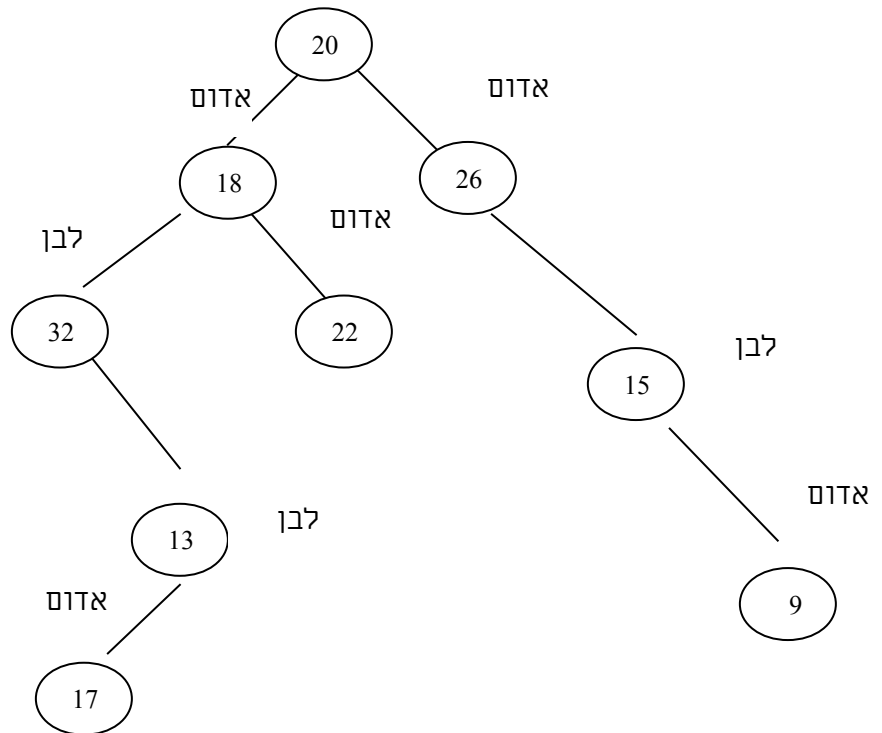
נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ  $n$ .

#### הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל  $x, y, z$ ).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת  $x$  בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף מכיל את השדה  $color(x)$  שתואר לעיל.

דוגמה:

יהי T עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן שמתואר בציור הבא :  
לבן



לאחר הקריאה לפונקציה P1(T) יתקבל הפלט:

20 4 18 3 32 2 13 1 17 0 22 0 26 2 15 1 9 0

**הסבר לפלט:** עבור צומת 20 המסלול הארוך ביותר, שמתחיל מצומת 20 לצומת לבן בתת העץ ששורשו 20 הוא המסלול אל הצומת 13 והוא מכיל 4 צמתים ולכן הודפס הזוג: 20 4.

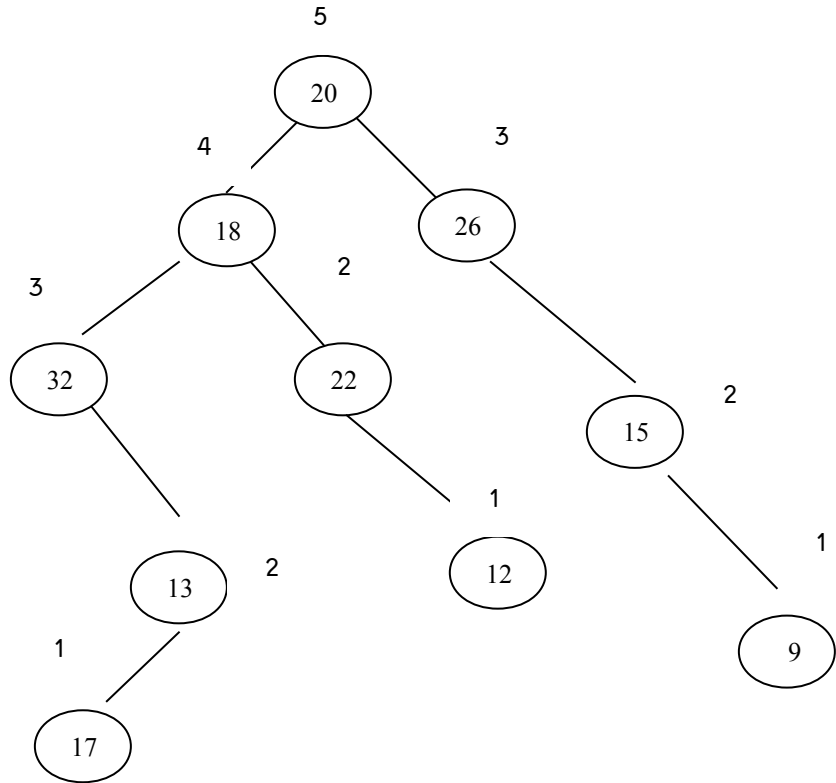
עבור צומת 26 המסלול הארוך ביותר, שמתחיל בצומת 26 לצומת לבן בתת העץ ששורשו 26 הוא המסלול אל צומת 15 והוא מכיל 2 צמתים ולכן הודפס הזוג: 26 2.

עבור צומת 17 מאחר ואין צמתים לבנים בתת העץ ששורשו 17, המסלול הארוך ביותר, שמתחיל בצומת 17 לצומת לבן בתת העץ ששורשו 17 לא קיים ולכן הוא מכיל 0 צמתים, ולכן הודפס הזוג 17 0.

#### 4. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ב 2006

נגדיר "עץ בינארי עם גבהים" כעץ בינארי  $T$  שבו לכל צומת  $x$  בנוסף לשדות הרגילים יש שדה  $h(x)$  המכיל את גובה תת העץ ששורשו  $x$ .

לדוגמה: יהי  $T$  העץ הבא שבו לכל צומת מצוין מפתח הצומת ומעליו מספר המצייין את גובה הצומת.



לכל איבר  $x$  בעץ בינארי עם גבהים ישנם השדות הבאים:  
 $info(x), key(x), left(x), right(x), parent(x), h(x)$

בנוסף ישנו שדה  $root(T)$  שמצביע לשורש העץ  $T$ .

נגדיר שצומת  $y$  הוא שכן ימני של צומת  $x$  אם  $x$  ו- $y$  נמצאים באותה רמה בעץ (דהינו באותו מרחק מהשורש) ו- $y$  הוא הצומת הראשון שנמצא מימין ל- $x$  ברמה של  $x$ . לדוגמה, 15 שכן ימני של 22 אבל 15 אינו שכן ימני של 32.

כתוב/י פסאודו-קוד של פונקציה יעילה ביותר בשם  $P2(T, k)$  שמקבלת כפרמטרים עץ בינארי עם גבהים  $T$  ו-  $k$  מספר. הפונקציה מדפיסה **yes** אם קיימים שני צמתים  $x$  ו- $y$  בעץ כך ש- $y$  הוא שכן ימני של  $x$  ואורך המסלול שמחבר בין  $x$  ל- $y$  בעץ הוא  $k$ . אחרת, הפונקציה תדפיס **no**.

### דוגמאות:

לאחר הקריאה לפונקציה  $P2(T,3)$  כאשר  $T$  הוא העץ שבציור הנ"ל הפונקציה תדפיס **yes**. למשל בגלל הצמתים 22 ו-18 והמסלול 32-18-22 המחבר אותם.

לאחר הקריאה לפונקציה  $P2(T,4)$  כאשר  $T$  הוא העץ שבציור הנ"ל הפונקציה תדפיס **no** כי לא קיימים שני צמתים שהאחד שכן ימני של השני והמרחק בינם הוא 4.

לאחר הקריאה לפונקציה  $P2(T,5)$  כאשר  $T$  הוא העץ שבציור הנ"ל הפונקציה תדפיס **yes** בגלל הצמתים 13 ו-21 והמסלול 13-32-18-22-21 המחבר אותם.

יש להגיש את התרגיל בתא הקורס שנמצא מול מזכירות מדעי המחשב (לא בתא של המרצה).

מותר להגיש בזוגות (אסור להגיש בשלושות). אין אפשרות להגיש תרגילים לאחר המועד האחרון להגשת התרגיל שמופיע באתר הקורס.

**בהצלחה !**