

11.4.2016

מבני נתונים
תרגיל מס' 6

מועד ההגשה האחרון להגשת התרגיל מופיע באתר הקורס

.1

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם $P1$, יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי T ומדפיסה עבור כל צומת x בעץ את המפתח של הצומת ולאחריו מספר שמציין את מספר הצמתים שנמצאים במסלול שמחבר בין צומת x לצומת בעל המפתח הקטן ביותר בתת העץ השמאלי של x , דהיינו בתת העץ של T ששורשו $left(x)$ (שמסומן כ- $T_{left(x)}$).

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ n .

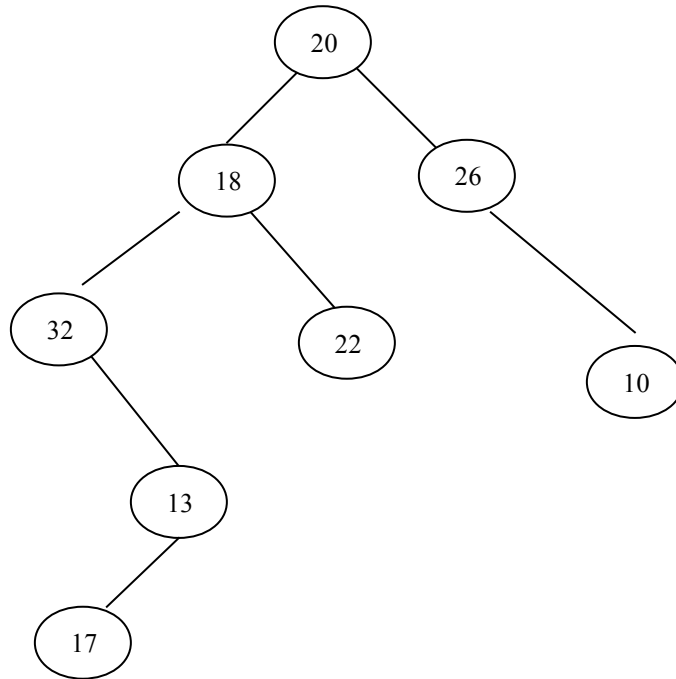
הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל x, y, z).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת x בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה.

ראה/י דוגמה בעמוד הבא.

דוגמה:

יהי T עץ בינארי שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה $P1(T)$ יתקבל הפלט:

20 4 18 3 26 0 32 0 13 2 17 0 22 0 10 0

הסבר לפלט: עבור צומת 20 הודפס המספר 4 כי המסלול בין 20 ל-13 מכיל 4 צמתים. עבור צומת 26 הודפס המספר 0 כי ל-26 אין בן שמאלי, וכן הלאה...

.2

הגדרה: נגדיר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן, כעץ בינארי שבו לכל צומת x יש בנוסף לשדות הרגילים, שדה $color(x)$ ששווה ל- red אם הצומת אדום או $white$ אם הצומת לבן.

הגדרה: עבור צומת x בעץ בינארי T נגדיר את תת העץ השמאלי של x כתת העץ של T שמורכב מהבן השמאלי של x וכל הצמתים שמתחתיו. במילים אחרות, תת העץ השמאלי של x שווה ל- $T_{left(x)}$ וכולל גם את $left(x)$. באופן דומה נגדיר את תת העץ הימני של x כתת העץ של T שמורכב מהבן הימני של x וכל הצמתים שמתחתיו.

הגדרה: נגדיר שצומת x בעץ בינארי עם צבעים אדום-לבן T הוא צומת טוב אם לצומת יש צאצא אדום בתת העץ השמאלי שלו וצאצא לבן בתת העץ הימני שלו והמפתח של הצאצא האדום המקסימאלי בתת העץ השמאלי שלו גדול יותר מהמפתח של הצאצא הלבן המקסימאלי בתת העץ הימני שלו.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם $P2$, יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן T ומדפיסה עבור כל צומת טוב x בעץ T את המפתח של הצומת ולאחריו מספר שמציין את מספר הצמתים במסלול שמחבר בין הצומת האדום המקסימאלי בתת העץ השמאלי של x לצומת הלבן המקסימאלי בתת העץ הימני של x .

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ n .

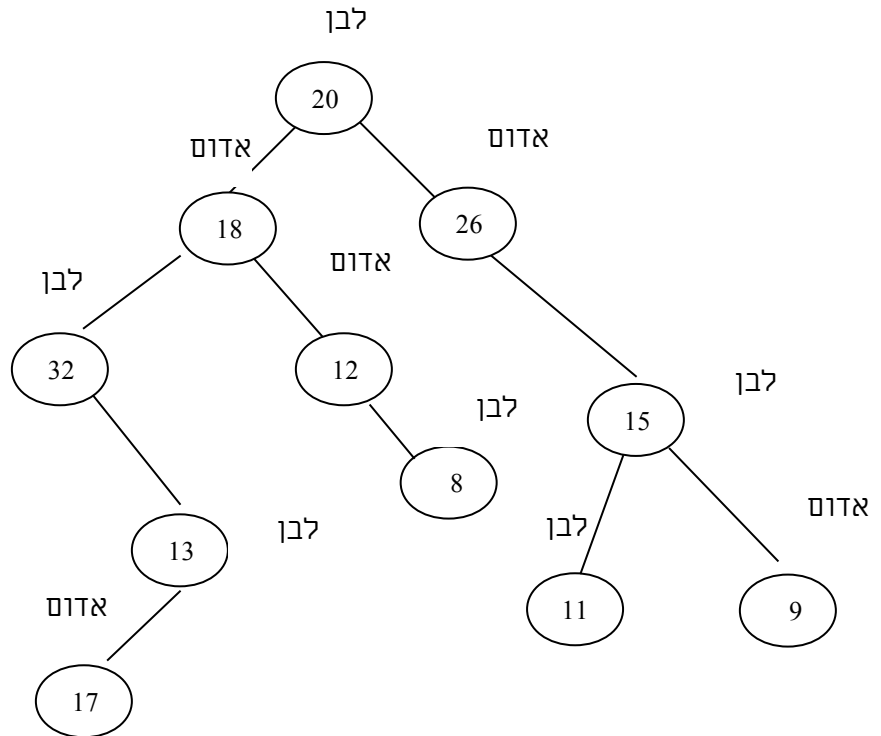
הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל x, y, z).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת x בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף מכיל את השדה $color(x)$ שתואר לעיל.

ראה/י דוגמה בעמוד הבא.

דוגמה:

יהי T עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה $P2(T)$ יתקבל הפלט:

20 4 18 6

הסבר לפלט: עבור צומת 20 הצאצא האדום המקסימאלי בתת העץ השמאלי שלו הוא 18 והצאצא הלבן המקסימאלי בתת העץ הימני שלו הוא 15 ומאחר ו-18 גדול מ-15 הצומת 20 הוא צומת טוב ומודפס המפתח שלו ולאחר מכן המספר 4 שמתאר את מספר הצמתים שנמצאים במסלול שמחבר את צומת 18 לצומת 15.

עבור צומת 18 הצאצא האדום המקסימאלי בתת העץ השמאלי שלו הוא 17 והצאצא הלבן המקסימאלי בתת העץ הימני שלו הוא 8 ומאחר ו-17 גדול מ-8 הצומת 18 הוא צומת טוב ומודפס המפתח שלו והמספר 6 כי מספר הצמתים שנמצאים במסלול שמחבר את צומת 17 לצומת 18 הוא 6.

לגבי שאר הצמתים הם אינם טובים כי לכל אחד מהם או שאין צאצא אדום בתת העץ השמאלי או שאין צאצא לבן בתת העץ הימני.

3.

לצורך שאלה זו יש להניח שמותר להשתמש בפונקציות העזר הבאות:

$Create(L)$ - יוצרת רשימה מקושרת ריקה
 $Insert(L, x)$ - מוסיפה איבר x לרשימה מקושרת L
 $Print(L)$ - מדפיסה את כל המפתחות של כל האיברים שנמצאים ברשימה מקושרת L
 $Merge(L, L_1, L_2)$ יוצרת רשימה מקושרת חדשה L שמכילה את השרשור של הרשימות מקושרות L_1 ו- L_2 .

נניח שסיבוכיות הזמן של קריאה לכל אחת מפונקציות העזר הנ"ל היא $O(1)$.

הגדרה: נגדיר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן, כעץ בינארי שבו לכל צומת x יש בנוסף לשדות הרגילים, שדה $color(x)$ ששווה ל- red אם הצומת אדום או $white$ אם הצומת לבן.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד של פונקציה בשם $P3$, יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת כפרמטר עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן T ומדפיסה את מספר הצמתים שנמצאים במסלול הארוך ביותר שמחבר שני צמתים לבנים כלשהם בעץ. בנוסף למספר הצמתים שבמסלול, הפונקציה מדפיסה גם את רשימת כל הצמתים שבמסלול.

אין חשיבות לסדר ההדפסה של הצמתים בפלט.

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות במספר הצמתים בעץ n .

הנחות ודרישות:

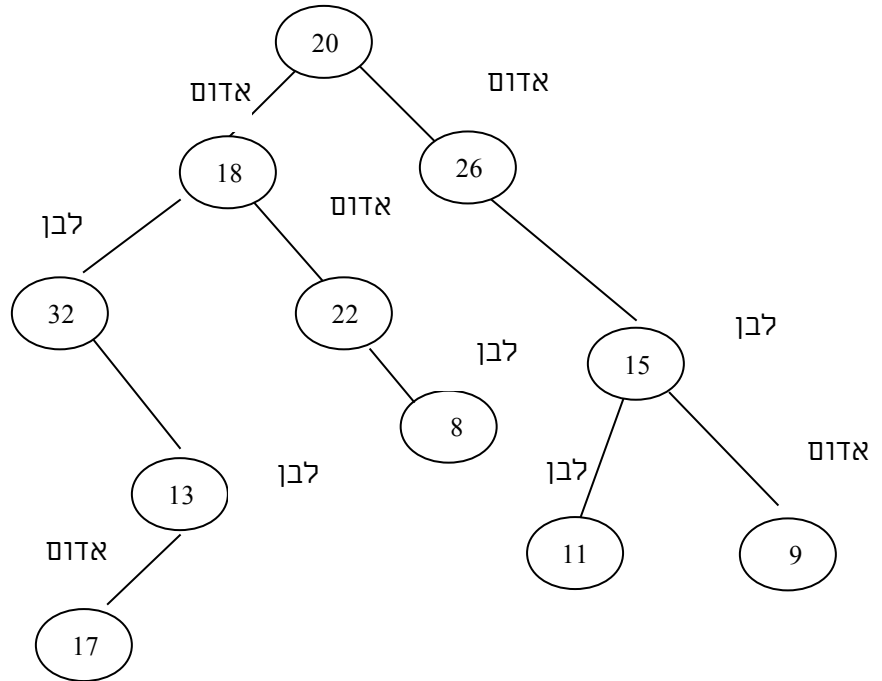
- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במספר קבוע של משתנים (כמו למשל x, y, z).
- מותר להשתמש בפונקציות עזר, אך (פרט לפונקציות העזר שתוארו בתחילת השאלה) יש לכתוב את הפסאודו-קוד של פונקציות העזר.
- כל צומת x בעץ מכיל את השדות הרגילים של עץ בינארי כפי שהוגדר בכיתה ובנוסף מכיל את השדה $color(x)$ שתואר לעיל.

הדרכה:

כדי להדפיס את הצמתים שבמסלול יש ליצור רשימה מקושרת שמכילה את כל הצמתים שבמסלול ולהדפיס אותה, בעזרת פונקציות העזר שמתוארות למעלה.

דוגמה 1:

יהי T עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה $P3(T)$ יתקבל הפלט:

7 13 32 18 20 26 15 11

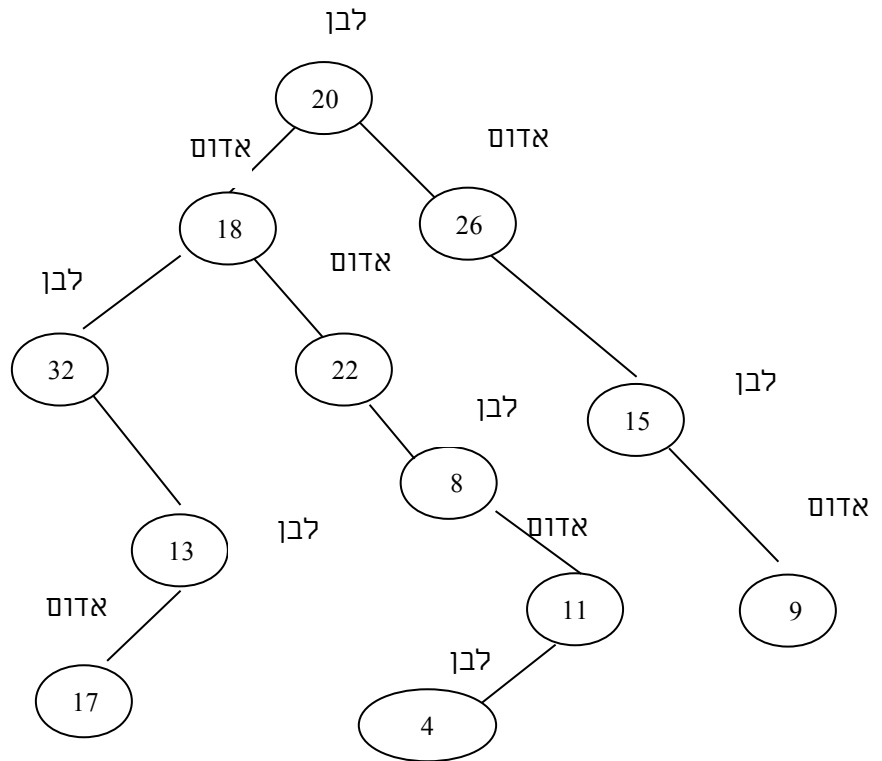
הסבר לפלט: אורך המסלול הארוך ביותר בין שני צמתים לבנים בעץ הוא 7, המסלול זה הוא המסלול המחבר בין שני הצמתים הלבנים 13 ו-11 ורשימת הצמתים במסלול היא:

13 32 18 20 26 15 11

ראה/י דוגמה נוספת בעמוד הבא:

דוגמה 2:

יהי T עץ בינארי עם צבעים אדום-לבן שמתואר בציור הבא :



לאחר הקריאה לפונקציה $P3(T)$ יתקבל הפלט:

7 13 32 18 22 8 11 4

הסבר לפלט: אורך המסלול הארוך ביותר בין שני צמתים לבנים בעץ הוא 7, מסלול זה הוא המסלול המחבר בין שני הצמתים הלבנים 13 ו-4 ורשימת הצמתים במסלול היא:

13 32 18 22 8 11 4

יש להגיש את התרגיל בתא הקורס שנמצא בתא מספר 6 בתאים שנמצאים מול מול מזכירות מנהל עסקים (לא בתא של המרצה). כתוב על התא: הגשת תרגילים במבנה נתונים.

מותר להגיש בזוגות (אסור להגיש בשלושות). אין אפשרות להגיש תרגילים לאחר המועד האחרון להגשת התרגיל שמופיע באתר הקורס.

בהצלחה !