

11.5.2009

מבני נתונים
תרגיל מס' 7

מועד ההגשה: 21.5.2009

1. (שאלה זו הופיע במבחן מועד א בסמסטר אביב תשס"ז והיא קשה יחסית)נזכיר שגורם האיזון (balance) של צומת x בעץ בינארי T מוגדר ע"י הנוסחה:

$$\text{balance}(x) = h(T_{\text{left}(x)}) - h(T_{\text{right}(x)})$$

הגדרה: יהי x צומת כלשהו בעץ בינארי T ויהי k מספר כלשהו. נסמן ב- T_x את תת-העץ של T ששורשו x . נאמר שהצומת x הוא $-k$ - חיובי בעץ T אם מספר הצמתים ב- T_x שגורם האיזון שלהם (בערכו המוחלט) גדול או שווה ל- k גדול יותר ממספר הצמתים ב- T_x שגורם האיזון שלהם (בערכו המוחלט) קטן מ- $k/3$.

כתוב/כתבי פסאודו-קוד לפונקציה בשם $P1$, יעילה ככל האפשר, אשר מקבלת עץ בינארי T ומספר k ומדפיסה את כל הצמתים ה- $-k$ - חיוביים בעץ T .

נתח/י את סיבוכיות זמן הריצה של הפונקציה שכתבת כתלות בגובה העץ (h) או במס' האיברים בעץ (n) (בחר/י את האפשרות המתאימה מבין h או n לפונקציה שכתבת).

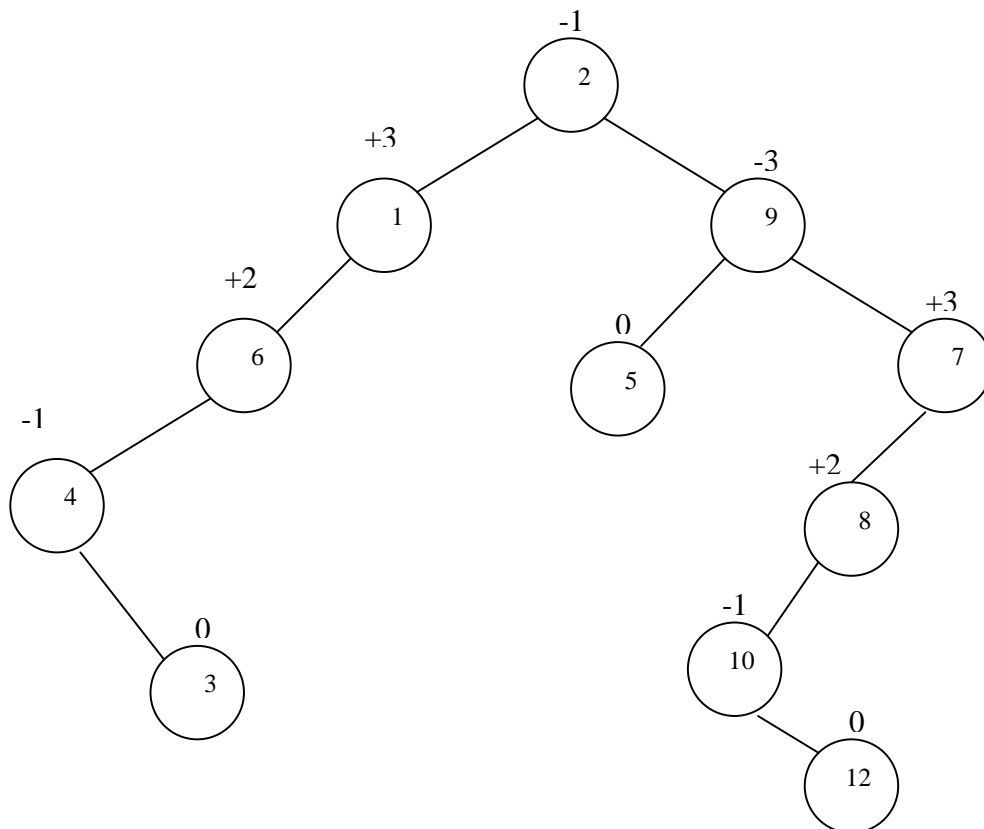
שימו לב שהעץ T הוא עץ בינארי כללי וגורמי האיזון (או הגבהים) של הצמתים אינם מופיעים כשדות של הצמתים.

הנחות ודרישות:

- אין להשתמש במבני עזר נוספים.
- מותר להשתמש במשתנים (כמו למשל x, y, z). מס' המשתנים האלו הוא קבוע שאינו תלוי ב- n או ב- h .

דוגמה:

נסתכל על העץ הבא (גורמי האיזון רשומים מעל הצמתים).



- לאחר הקריאה לתוכנית $P1(T,1)$ יודפסו הצמתים: 2 1 6 9 7 8
- לאחר הקריאה לתוכנית $P1(T,2)$ יודפסו הצמתים: 2 9 7 1
- לאחר הקריאה לתוכנית $P1(T,3)$ לא יודפס אף צומת.

2.

נתון עץ בינארי T שמספר הצמתים בו הוא n וגובהו h ובנוסף מתקיים:
לכל צומת x בעץ T גורם האיזון של x קטן בערכו המוחלט מ-6.
במילים אחרות, לכל צומת x בעץ T מתקיים: $|\text{balance}(x)| < 6$
כאשר $\text{balance}(x)$ מוגדר כמו בשאלה 1. הוכח ש- $h = \theta(\log n)$.

בהצלחה !