

21.5.2017

מבני נתונים  
פתרון תרגיל מס' 7

1. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ב 2016

הגדרה: גובה של עץ מוגדר כמספר הצמתים במסלול הארוך ביותר מהשורש לאיזשהו עלה. לדוגמה, גובה העץ בצירור של שאלה 1 הוא 5.

שאלה זו מתייחסת להוספה של איברים לעץ AVL לפי אלגוריתם ההוספה שנלמד בכיתה.

האם קיים עץ AVL T שמקיים את כל התנאים הבאים:

(1) גובה העץ הוא 4.

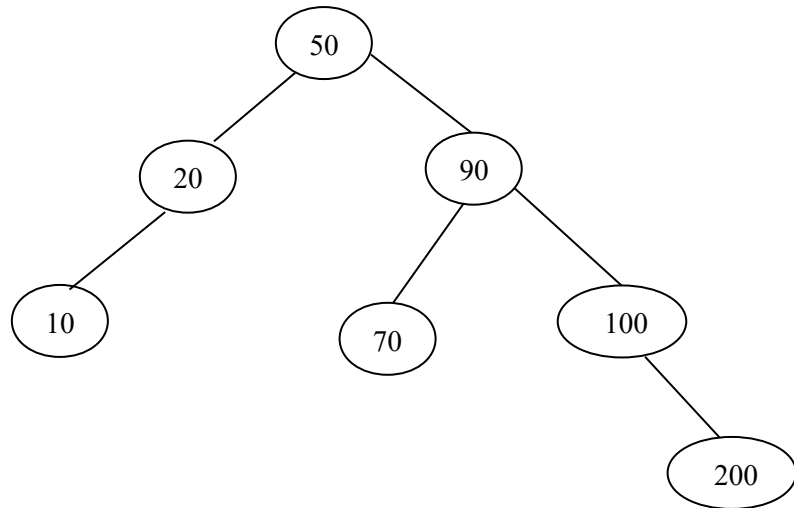
(2) אם מוסיפים לעץ 3 צמתים גדולים ביותר, קורה גלגול מסוג RR בכל אחת מההוספות. במילים אחרות: אם מוסיפים צומת גדול מכל האיברים של העץ T, מתבצע גלגול מסוג RR במהלך ההוספה ומתקבל עץ שנשמנו  $T_1$ , ואם מוסיפים צומת גדול מכל האיברים של העץ  $T_1$  מתבצע גלגול מסוג RR במהלך ההוספה, ומתקבל עץ שנשמנו  $T_2$ , ואם מוסיפים צומת גדול מכל האיברים של העץ  $T_2$ , מתבצע גלגול מסוג RR במהלך ההוספה.

(3) אם מוסיפים לעץ T המקורי (ללא ההוספות של שלב 2) 3 צמתים קטנים ביותר, קורה גלגול מסוג LL בהוספת הצומת הראשון והשלישי.

במידה וקיים עץ כזה, צייר את העץ T שמקיים את כל שלושת התנאים הנ"ל. במידה ולא קיים עץ כזה נמק מדוע אין עץ כזה.

פתרון שאלה 1

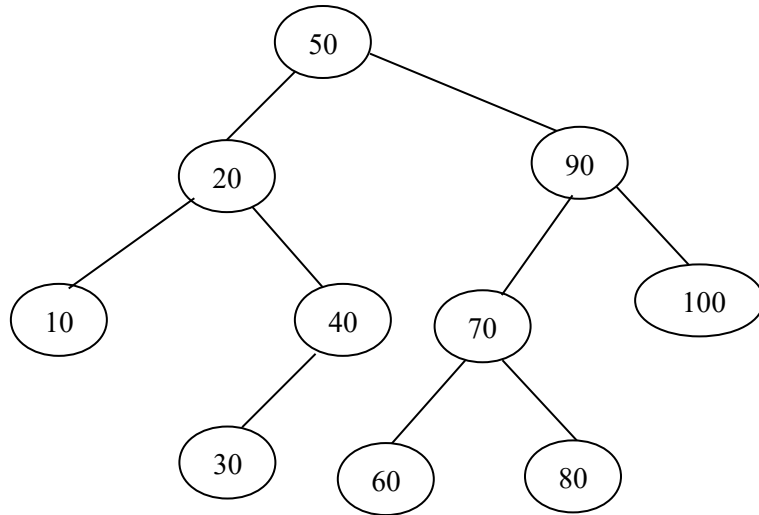
העץ הבא מקיים את כל הדרישות שבשאלה.



2. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ג 2016

שאלה זו מתייחסת להוספה של איברים בעץ AVL לפי אלגוריתם ההוספה שנלמד בכיתה.

יהי T עץ AVL שמתואר בצירור הבא :

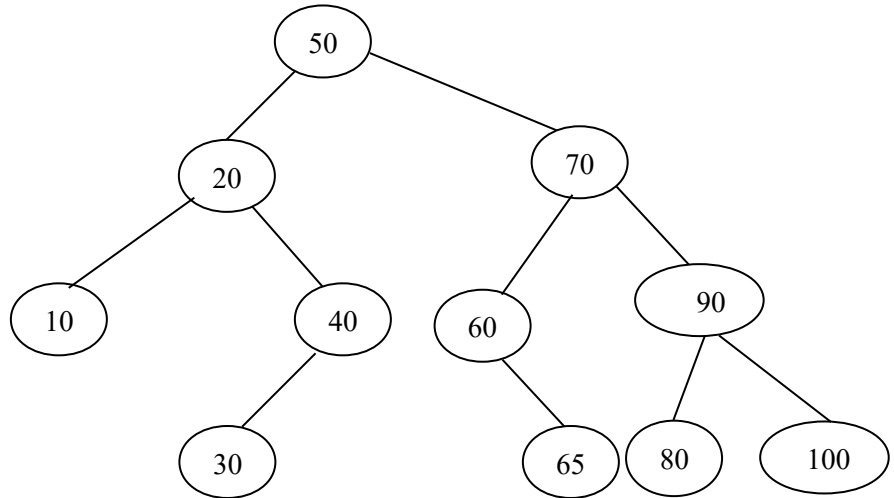


א) ציר את העץ שיתקבל לאחר הוספת הצומת 65 לעץ המקורי T. (מספיק לצייר את העץ הסופי, אין צורך לצייר את שלבי הביניים).

ב) מהו המספר הקטן ביותר של צמתים שיש להוסיף לעץ T המקורי כדי לגרום לגלגול סביב השורש של העץ (דהינו גלגול סביב הצומת 50). נמק/י את תשובתך על ידי ציון מספרי הצמתים שצריך להוסיף לעץ כדי לגרום לגלגול הנדרש.

פתרון שאלה 2 חלק א

העץ המתקבל לאחר הוספת 65 הוא:



פתרון שאלה 2 חלק ב

כדי לגרום לגלגול סביב השורש צריך להוסיף צמתים כך שתת העץ הימני של השורש יהיה עץ בגובה 5.

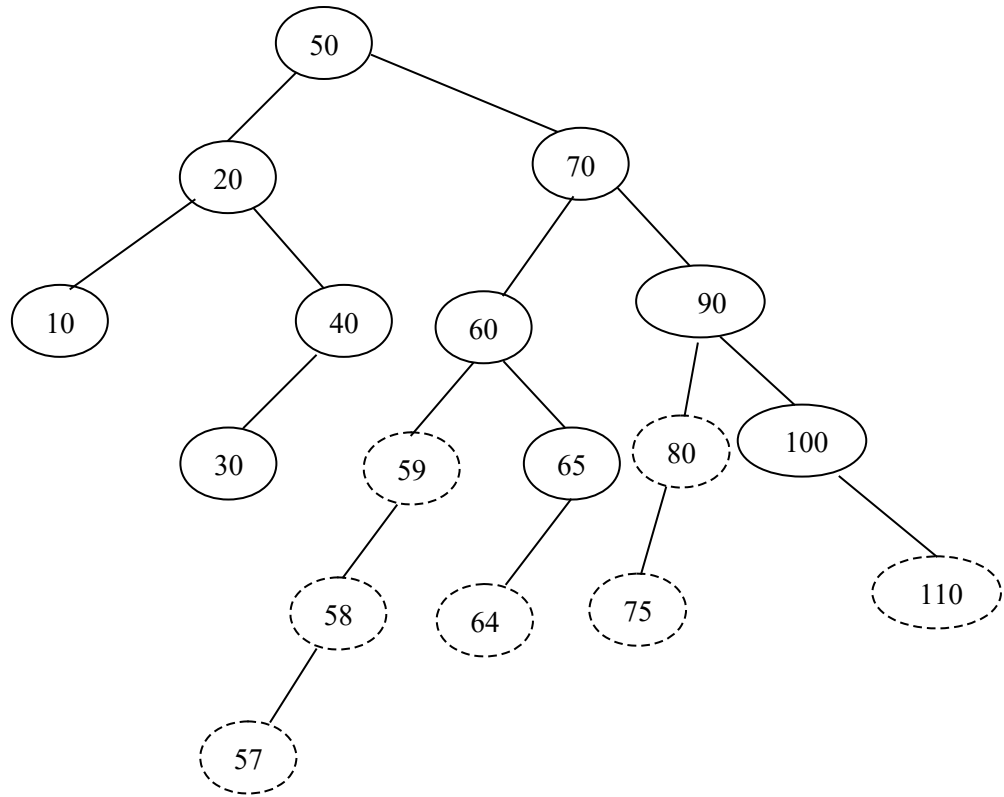
העץ AVL הקטן ביותר בגובה 5 מתקבל לפי החישוב הבא:

- העץ הקטן ביותר בגובה 1 מכיל צומת 1
- העץ הקטן ביותר בגובה 2 מכיל 2 צמתים
- העץ הקטן ביותר בגובה 3 מכיל  $2+1+1=4$  צמתים
- העץ הקטן ביותר בגובה 4 מכיל  $4+2+1=7$  צמתים
- העץ הקטן ביותר בגובה 5 מכיל  $7+4+1=12$  צמתים

תת העץ הימני של השורש מכיל 5 צמתים ולכן צריך להוסיף 7 צמתים כדי שתת העץ הימני יהיה בגובה 5. צריך להוסיף צמתים כאלו שבאמת יגרמו לתת העץ הימני להיות עץ בגובה 5 כי יש עץ AVL שמכיל 12 צמתים והוא רק בגובה 4.

למשל אפשר להוסיף את 7 הצמתים הבאים לפי הסדר משמאל לימין:

80, 59, 110, 75, 64, 58, 57



### 3.

שאלה זו מתייחסת להוצאה/הוספה של איברים בעץ AVL לפי האלגוריתמים שנלמדו בכיתה.

האם קיים עץ AVL שמקים את כל 5 התנאים הבאים:

- גובה העץ הוא בדיוק 5.
- קיים צומת בעץ כך שאם מוסיפים אותו לעץ גובה העץ גדל ב-1
- קיימים שישה צמתים כך שכאשר מוציאים אותם מהעץ המקורי גובה העץ קטן ב-2.

אם תשובתך היא כן צייר עץ כזה.  
אם תשובתך היא לא, נמק מדוע לא קיים עץ כזה.

### פתרון שאלה 3

אין עץ כזה.

להלן הנימוק.

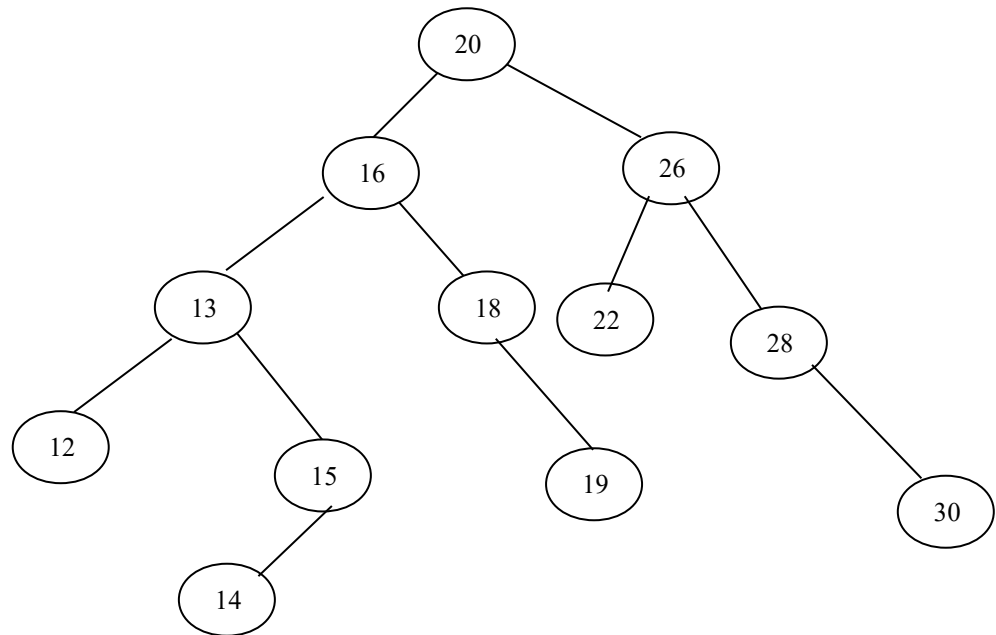
העץ AVL הכי קטן בגובה 6 מכיל  $12+7+1=20$  צמתים (לפי החישוב שהוסבר בפתרון שאלה 2).

לכן כדי שנוכל להגדיל עץ AVL בגובה 5 בצומת 1 לעץ AVL בגובה 6 העץ בגובה 5 חייב להכיל לפחות 19 צמתים.

העץ AVL הכי גדול בגובה 3 מכיל 7 צמתים.  
לכן אם נוריד מהעץ שלנו שמכיל לפחות 19 צמתים 6 צמתים נקבל עץ שמכיל 13 צמתים והוא לא יכול להיות בגובה 3 כי הוא מכיל יותר מ-7 צמתים.

.4

נתון עץ AVL  $T$  הבא:



ציר את העץ  $T_1$  שמתקבל לאחר הוספת האיברים 16.1 16.2 16.3 16.4 לעץ  $T$  הנ"ל (לפי הסדר, קודם מוסיפים את 16.1 אחר כך מוספים את 16.2 וכן הלאה עד 16.4). ציין/ציני איזה סוגי גלגולים בוצעו וסביב איזה צומת בוצע כל גלגול. (אין צורך לצייר את העצים שמתקבלים בשלבי הביניים).

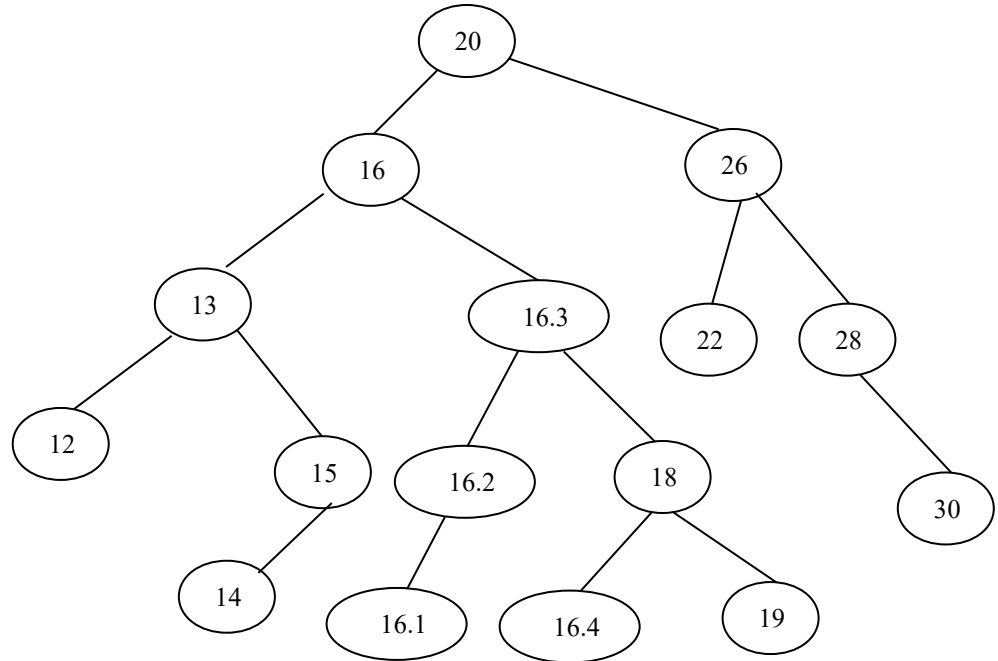
ציר את העץ  $T_2$  שמתקבל לאחר הוצאת האיבר 26 מהעץ  $T$  המקורי הנ"ל ציין/ציני איזה סוגי גלגולים בוצעו וסביב איזה צומת בוצע כל גלגול. (אין צורך לצייר את העצים שמתקבלים בשלבי הביניים).

פתרון שאלה 4

במהלך הוספת האיברים 16.1 16.2 16.3 16.4  
בוצעו 2 גלגולים:

גלגול RR סביב צומת 16.1  
גלגול RL סביב צומת 18

והתקבל העץ הבא:





לאחר הוצאת האיבר 26 מהעץ המקורי מתקבל העץ הבא:

