

25.5.2016

מבני נתונים
פתרון תרגיל מס' 8

1. שאלה זו הופיעה במבחן מועד ב 2015

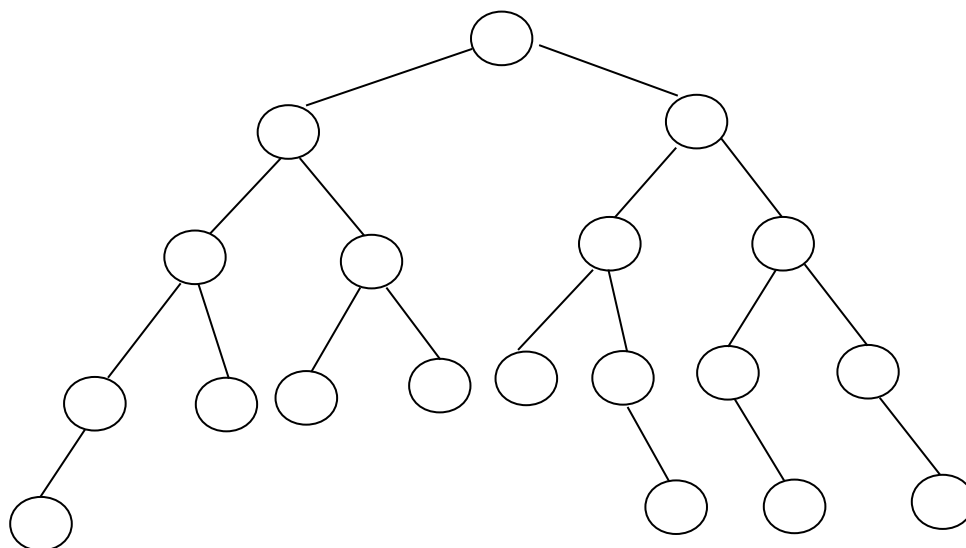
שאלה זו מתייחסת להוספה/הוצאה של איברים לעץ/מעץ AVL לפי אלגוריתמי ההוספה/הוצאה שנלמדו בכיתה.

האם קיים עץ AVL שמקיים את כל התכונות הבאות:

- גובה העץ הוא 5.
- קיימים 4 צמתים כך שאם נוסיף אותם לעץ גובה העץ יגדל ב-1.
- קיימים 4 צמתים כך שאם נוציא אותם מהעץ גובה העץ יקטן ב-1.

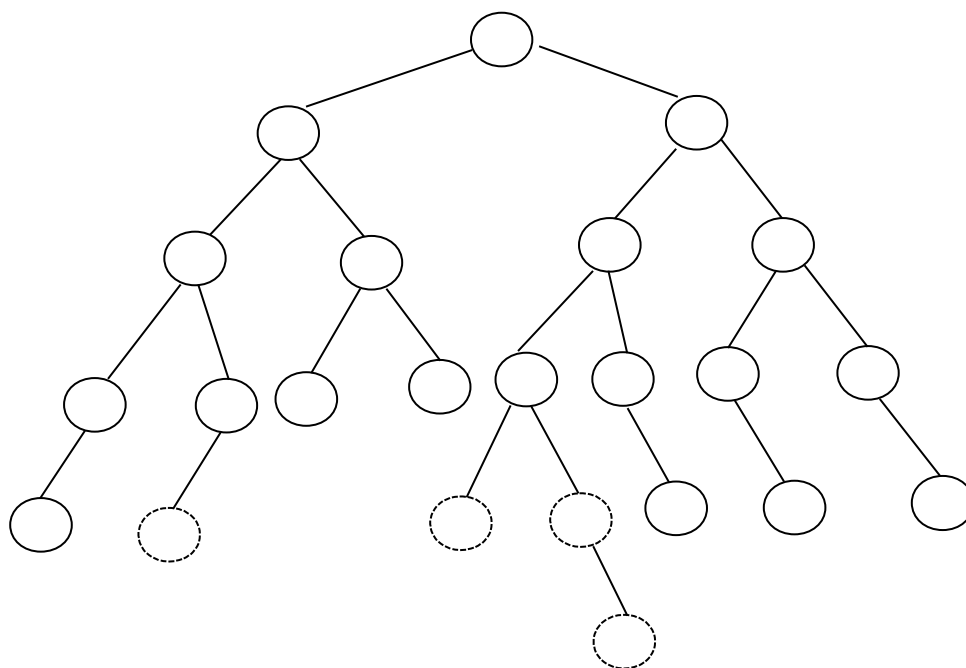
במידה וקיים עץ כזה יש לציר את העץ ולציין איזה צמתים יש להוסיף לעץ כדי שהגובה יגדל ב-1 ואיזה צמתים יש להוציא מהעץ כדי שהגובה יקטן ב-1.

במידה ולא קיים עץ כזה יש לנמק למה לא קיים עץ כזה.



העץ הנ"ל מקיים את התנאים.

לאחר הוצאת 4 הצמתים ברמה התחתונה בעץ גובה העץ יקטן ב- 1.
להלן תאור העץ שמתקבל (שגובהו גדול ב- 1 מהעץ המקורי) לאחר
הוספת 4 צמתים לעץ הנ"ל.



2.

שאלה זו מתייחסת להוצאה/הוספה של איברים בעץ AVL לפי האלגוריתמים שנלמדו בכיתה.

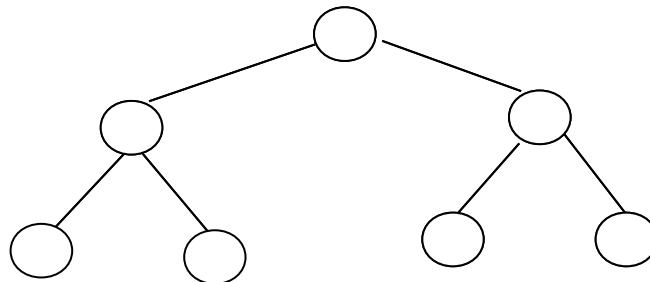
האם קיים עץ AVL שמקיים את כל 5 התנאים הבאים:

- גובה העץ הוא בדיוק 5.
- קיים צומת בעץ כך שאם מוציאים אותו מהעץ גובה העץ קטן ב-1
- קיימים ארבעה צמתים כך שכאשר מוציאים אותם מהעץ המקורי גובה העץ קטן ב-2.

אם תשובתך היא כן צייר עץ כזה.
אם תשובתך היא לא, נמק מדוע לא קיים עץ כזה.

פתרון

לא קיים עץ כזה. עץ ה-AVL הגדול ביותר בגובה 3 הוא עץ שלם שנראה כך:



ומכיל 7 צמתים.

עץ ה-AVL הקטן ביותר בגובה 5 מכיל 12 צמתים לפי הנוסחה שהראנו בכיתה. הנוסחה היא:

$$n'(h) = n'(h-1) + n'(h-2) + 1$$

כאשר $n'(h)$ מצין את מספר הצמתים בעץ AVL הקטן ביותר בגובה h .

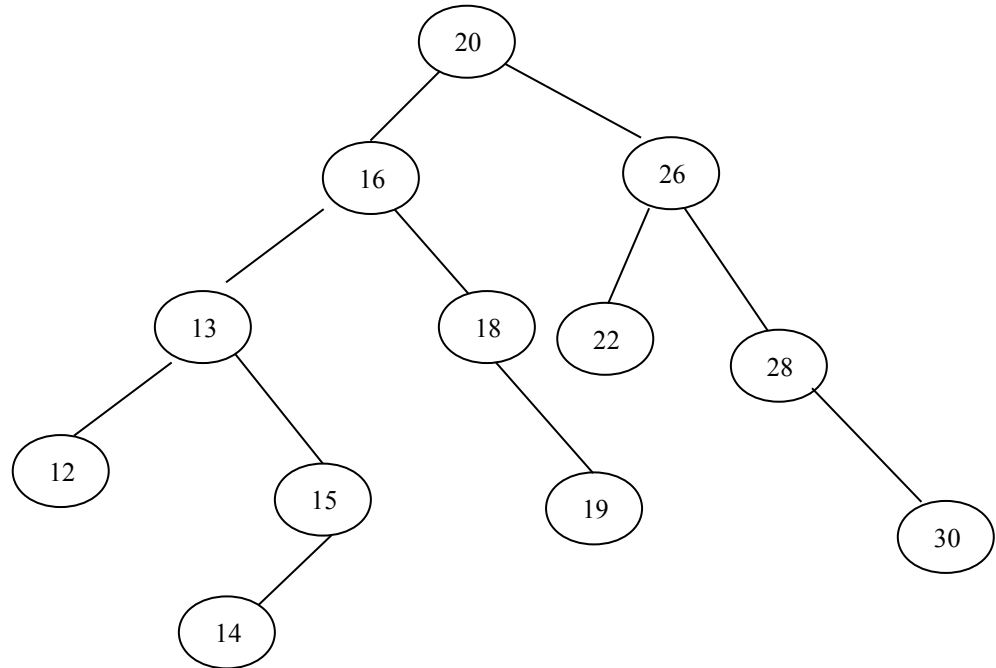
ולפי הנוסחה הזו נקבל:

$$n'(1)=1 \quad n'(2)=2 \quad n'(3)=4 \quad n'(4)=7 \quad n'(5)=12$$

לכן העץ AVL שאיתו מתחילים חייב להכיל לפחות 12 צמתים ואם מורידים ממנו 4 צמתים מקבלים עץ AVL שמכיל 8 צמתים שלא יכול להיות עץ AVL בגובה 3 כי העץ AVL הגדול ביותר בגובה 3 מכיל 7 צמתים.

3.

נתון עץ AVL T הבא:

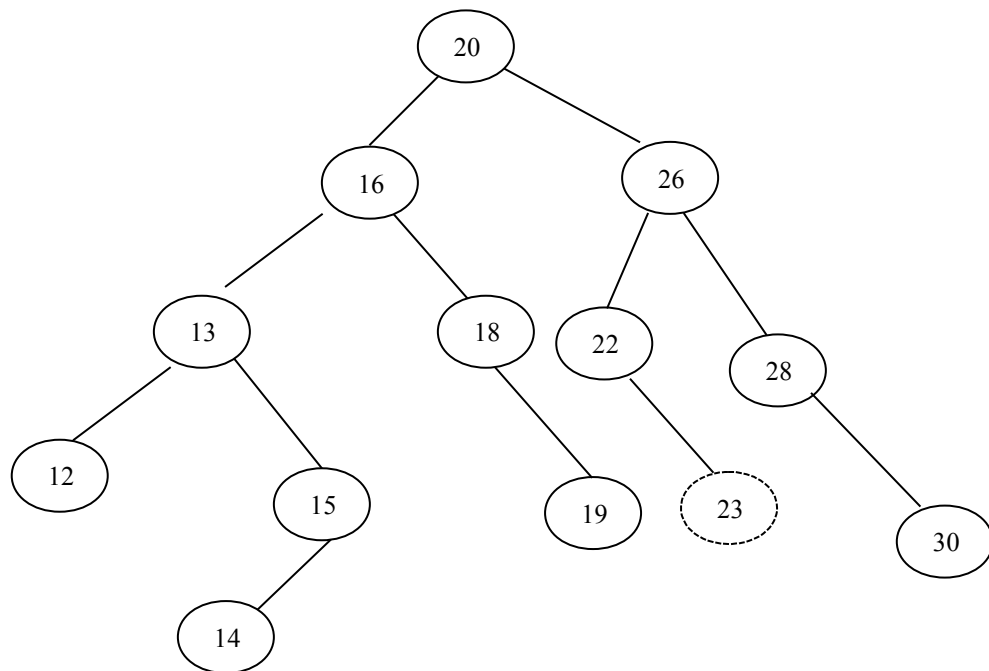


ציר את העץ T_1 שמתקבל לאחר הוספת האיברים 23-25 לעץ T הנ"ל (לפי הסדר, קודם מוסיפים את 23 אחר כך מוספים את 24 וכן הלאה עד 25). ציין/ציני איזה סוגי גלגולים בוצעו וסביב איזה צומת בוצע כל גלגול. (אין צורך לצייר את העצים שמתקבלים בשלבי הביניים).

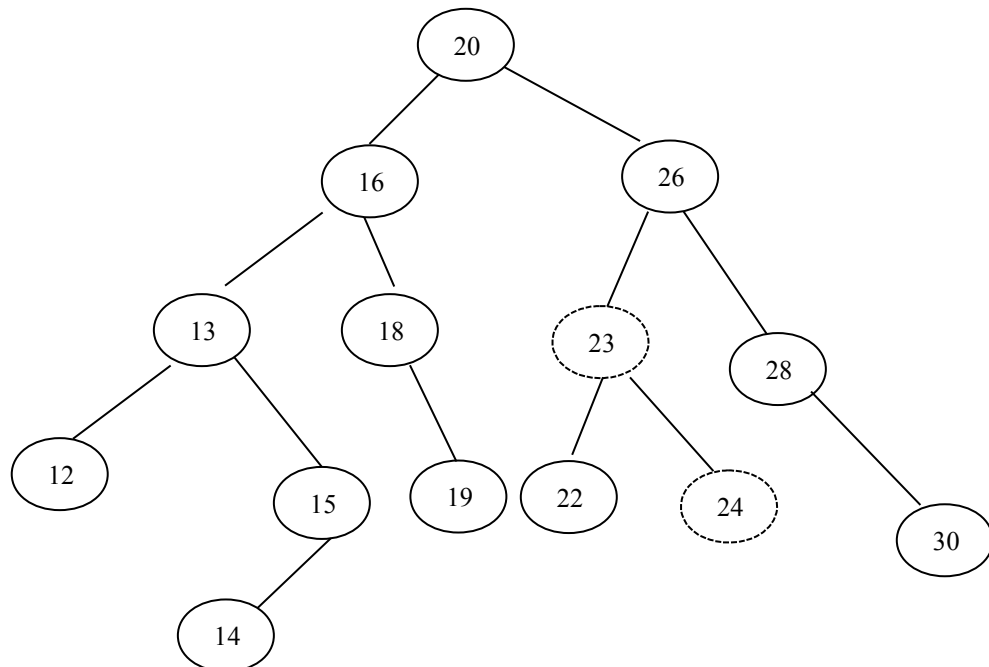
ציר את העץ T_2 שמתקבל לאחר הוצאת האיברים 20,18 מהעץ T המקורי הנ"ל (לפי הסדר, קודם מוציאים את 20 ולאחר מכן מוציאים את 18). ציין/ציני איזה סוגי גלגולים בוצעו וסביב איזה צומת בוצע כל גלגול. (אין צורך לצייר את העצים שמתקבלים בשלבי הביניים).

פתרון

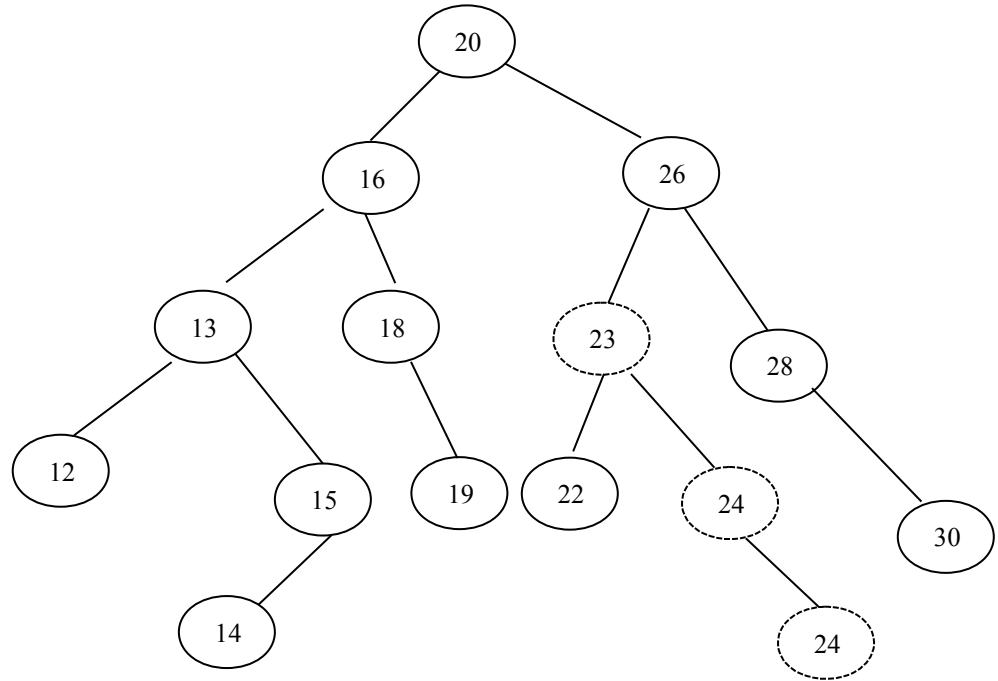
לאחר הוספת 23 העץ נראה כך ולא מתבצע גלגול:



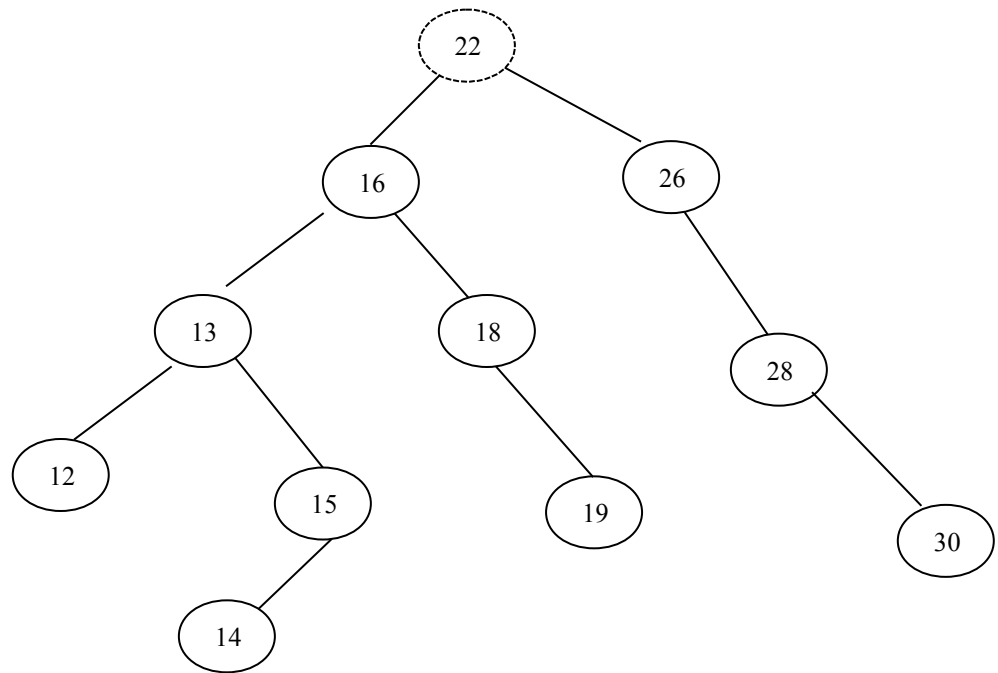
לאחר הוספת 24 העץ נראה כך ומתבצע גלגול RR סביב 22:



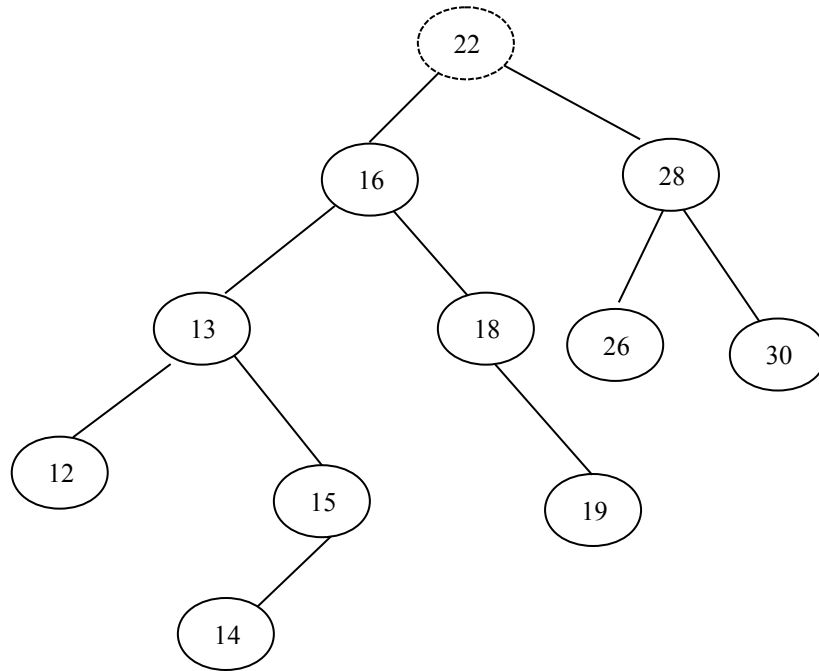
לאחר הוספת 25 העץ נראה כך ולא מתבצע גלגול, וזהו העץ T_1 :



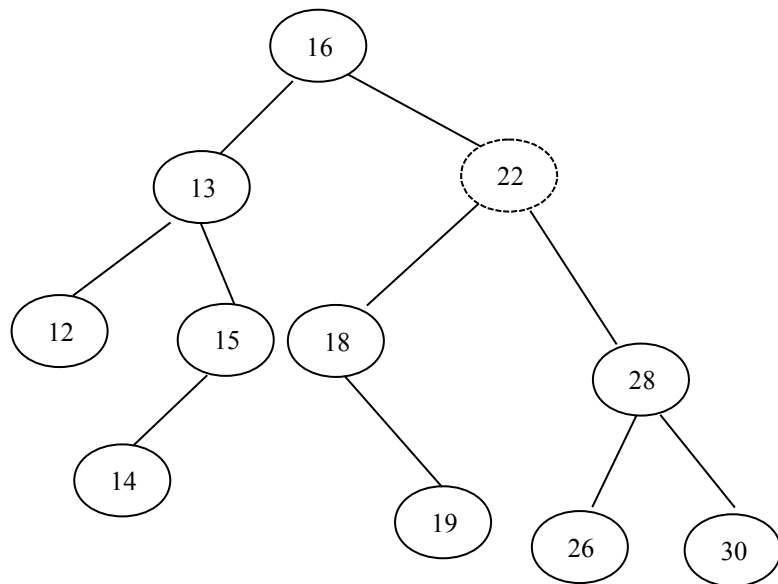
לאחר הוצאת 20 מהעץ T המקורי בשלב ראשון מוציאים את 22 ושותלים אותו במקום 20 והעץ נראה כך:



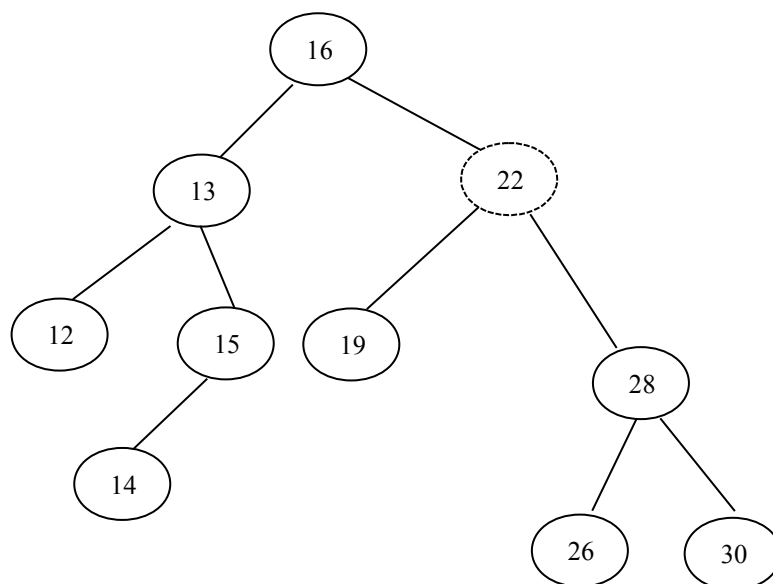
בשלב הבא מבצעים גלגול RR סביב 26 והעץ נראה כך:



בשלב הבא מבצעים גלגול LL סביב 22 והעץ נראה כך:



לאחר הוצאת 18 מהעץ האחרון לא מתבצע גלגול ומתקבל העץ T_2 הבא:

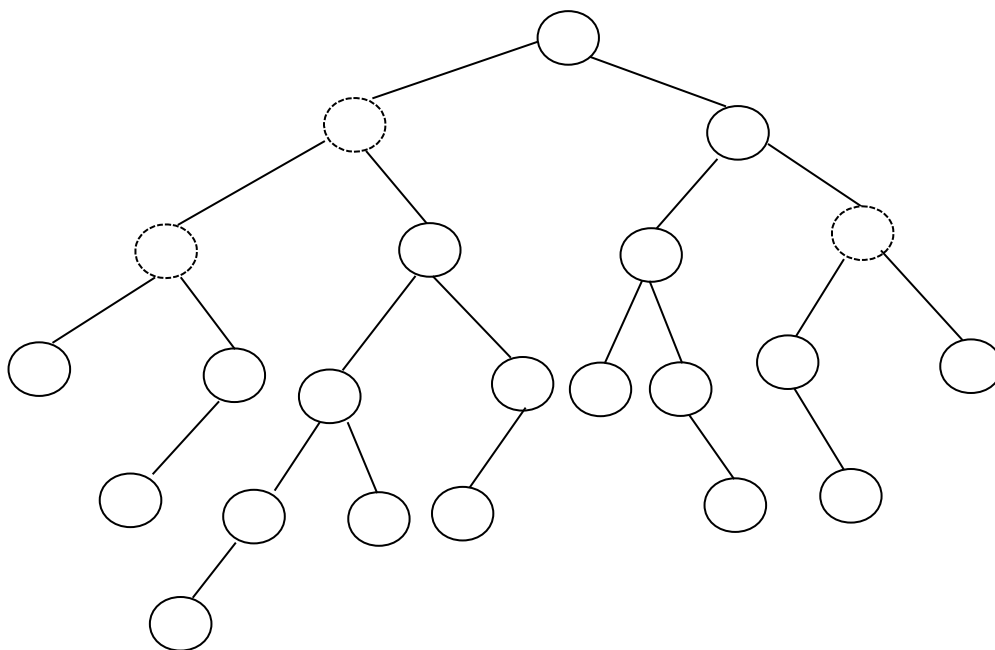


4.

האם קיימים עץ AVL T שבמהלך הוצאת האיבר הגדול ביותר בעץ קורה גלגול LR ומתקבל עץ שנשמנו T_1 , ובמהלך הוצאת האיבר הקטן ביותר בעץ T_1 קורים שני גלגולי RL.

במידה וכן צייר/י את העץ T במידה ולא, נמק/י מדוע אין הדבר אפשרי.

פתרון



העץ הנ"ל מקיים את התנאים. לאחר הוצאת הצומת הגדול ביותר יתבצע גלגול מסוג LR סביב הנכד הימני של השורש (הצומת המסומן בקו מקוקו בצד הימני של העץ). בעץ שישאר לאחר הוצאת הצומת הקטן ביותר יתבצע גלגול RL ראשון סביב הנכד השמאלי של השורש ולאחר מכן יתבצע גלגול RL שני סביב הבן השמאלי של השורש.