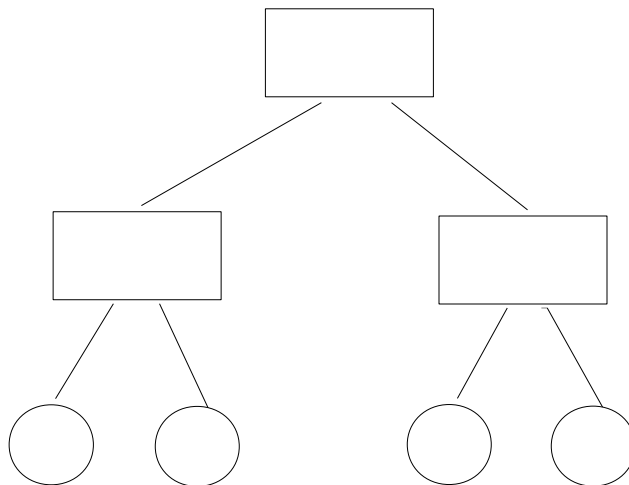


30.5.2016

מבני נתונים
פתרון תרגיל מס' 9

1. שאלה זו הופיע במבחן מועד א 2015

שאלה זו מתייחסת להוספה של איברים לעץ B לפי אלגוריתם ההוספה שנלמד בכיתה.
יהי T עץ B שבו $t=2$ שמתואר בצירור הבא (גובה העץ 3):

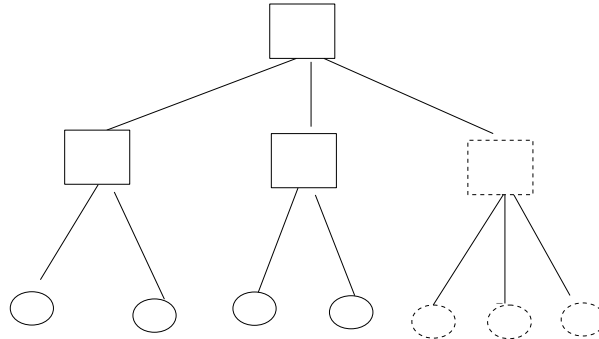


מהו המספר הקטן ביותר של איברים שיש להוסיף לעץ (אחד אחרי השני) כדי לקבל עץ שגובהו 4 ומספר הבנים של השורש שלו הוא 3.

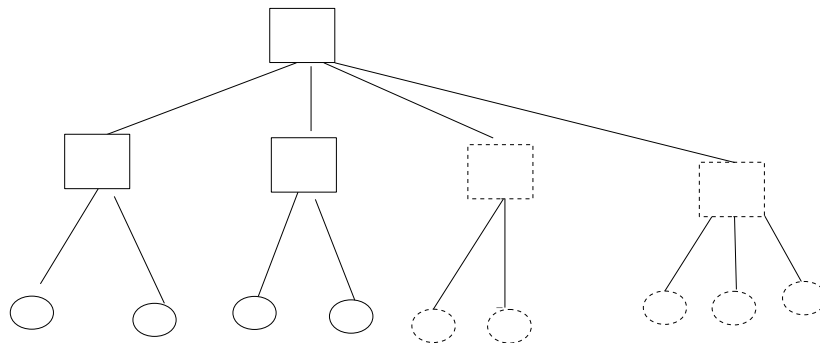
נמק את תשובתך על ידי ציור העץ T וציון הצמתים שצריך להוסיף לעץ כדי לקבל עץ שגובהו 4 ומספר הבנים של השורש שלו הוא 3.

פתרון

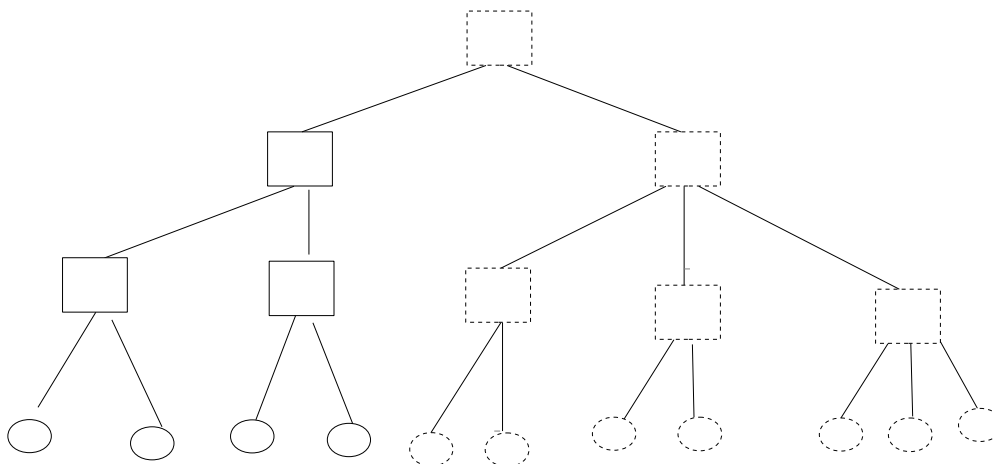
נוסיף איברים לצד הימני של העץ עד שנגיע לעץ שגובהו 4 ולשורש יש 3 בנים. בשלב ראשון נוסיף 3 צמתים גדולים ביותר ונקבל את העץ הבא:



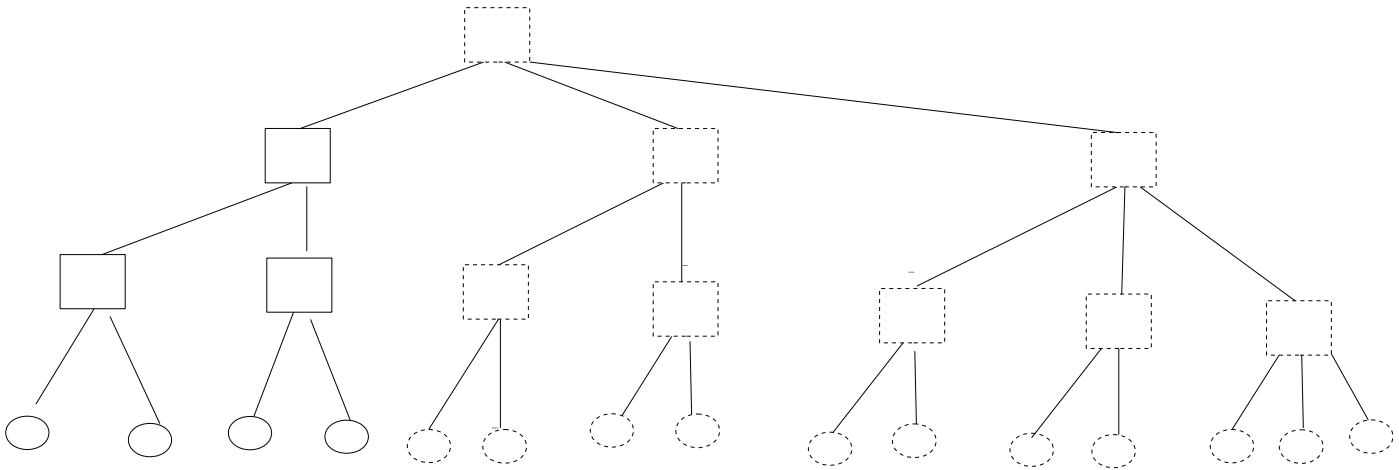
מהשלב הזה כל הוספת 2 צמתים גדולים ביותר גורמת ליצירת צומת דמה נוספת. נוסיף 2 צמתים גדולים ביותר ונקבל את העץ הבא:



נוסיף 2 צמתים גדולים ביותר נוספים ונקבל את העץ הבא:



נוסיף עוד פעמיים 2 צמתים גדולים ביותר ונקבל את העץ הבא שגובהו גדול ב-1 מגובה העץ המקורי ומספר הבנים של השורש הוא 3.

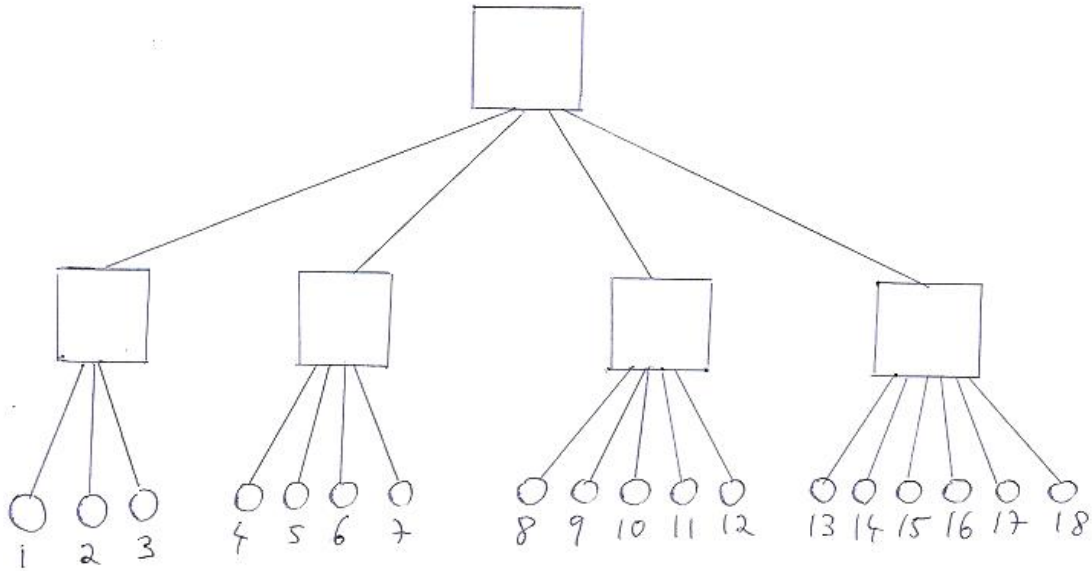


לכן בסך הכל הוספנו: $3+2+2+2+2=11$ צמתים לעץ המקורי.

2. שאלה זו הופיע במבחן מועד ג 2015

שאלה זו מתייחסת להוצאה של איברים מעץ B לפי אלגוריתם ההוצאה שנלמד בכיתה.

יהי T עץ B שבו $t=3$ שמתואר בציור הבא (גובה העץ 3):

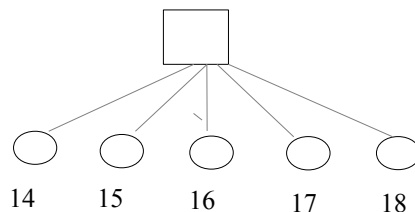


מהו המספר הקטן ביותר של איברים שיש להוציא מהעץ (אחד אחרי השני) כדי לקבל עץ שגובהו 2.

נמק/י את תשובתך על ידי ציון הצמתים שצריך להוציא מהעץ T כדי לקבל עץ שגובהו 2, וציור העץ הסופי שמתקבל לאחר הוצאת הצמתים שצינת מהעץ T.

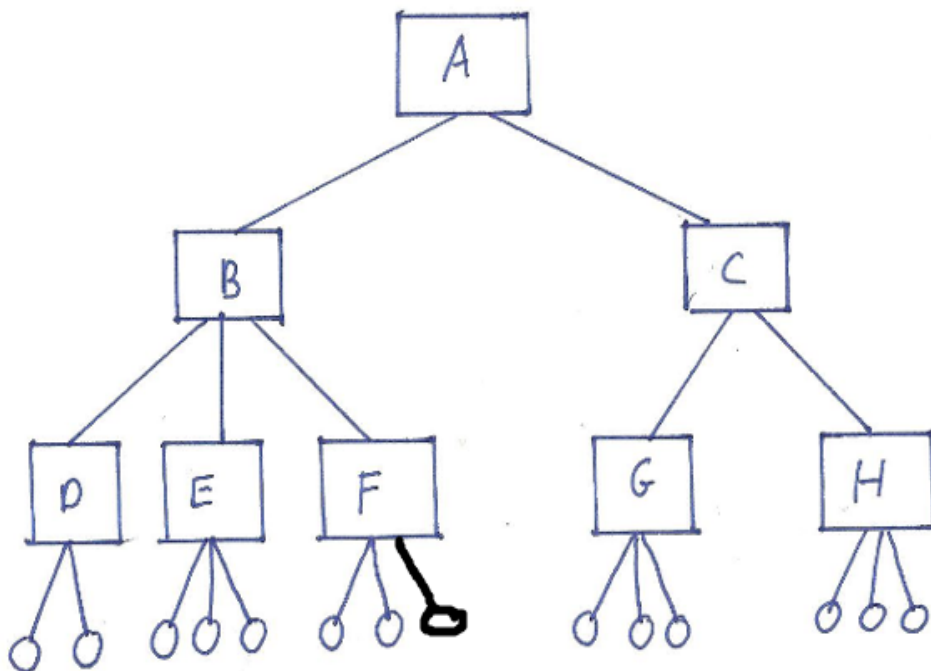
פתרון

בעץ B לשורש מותר שיהיו רק 2 בנים. לכן צריך להוציא איברים עד שלשורש יהיה רק בן אחד שהוא צומת דמה ואז גם השורש יבוטל וגובה העץ יקטן ב-1. באלגוריתם ההוצאה לפני שמבטלים צומת דמה בודקים אם אפשר להשאיל בנים מאח קרוב שלו. ולכן כל עוד יש יותר מ-5 איברים בעץ לשורש יהיו לפחות 2 בנים שהם צמתי דמה. ולכן כדי שגובה העץ יקטן ב-1 חייבים להוציא איברים עד שישארו 5 צמתים בעץ. ולכן המספר הקטן ביותר של איברים שיש להוציא מהעץ כדי שהגובה יקטן ב-1 הוא 13. למשל אפשר להוציא את איברים 1-13 מהעץ. העץ שישאר יראה כך:



3.

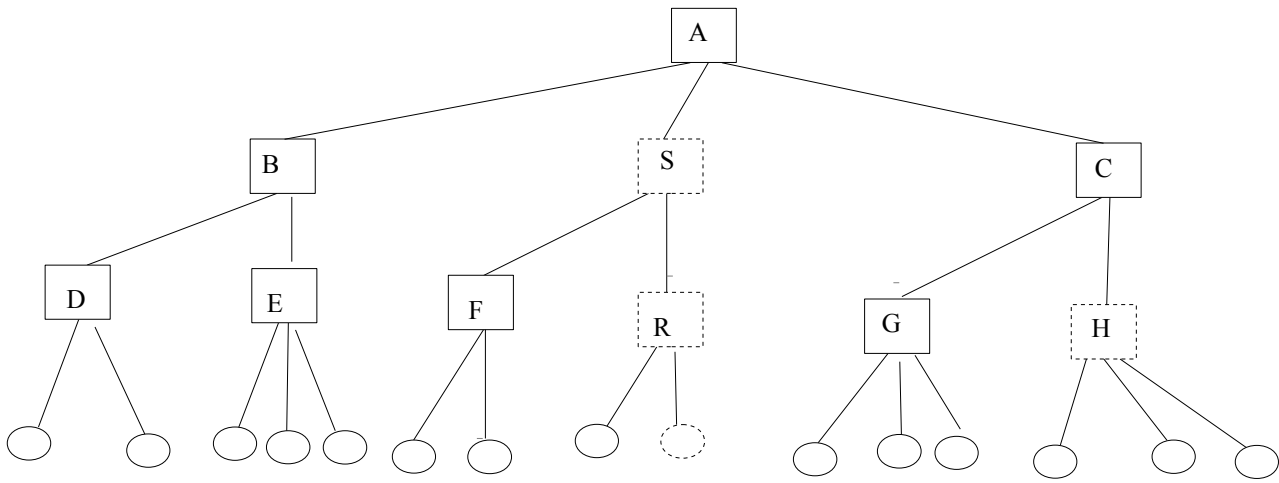
שאלה זו מתייחסת להוספה של איברים לעץ 2-3 לפי אלגוריתם ההוספה שנלמד בכיתה.
יהי T עץ 2-3 שמתואר בציור הבא:



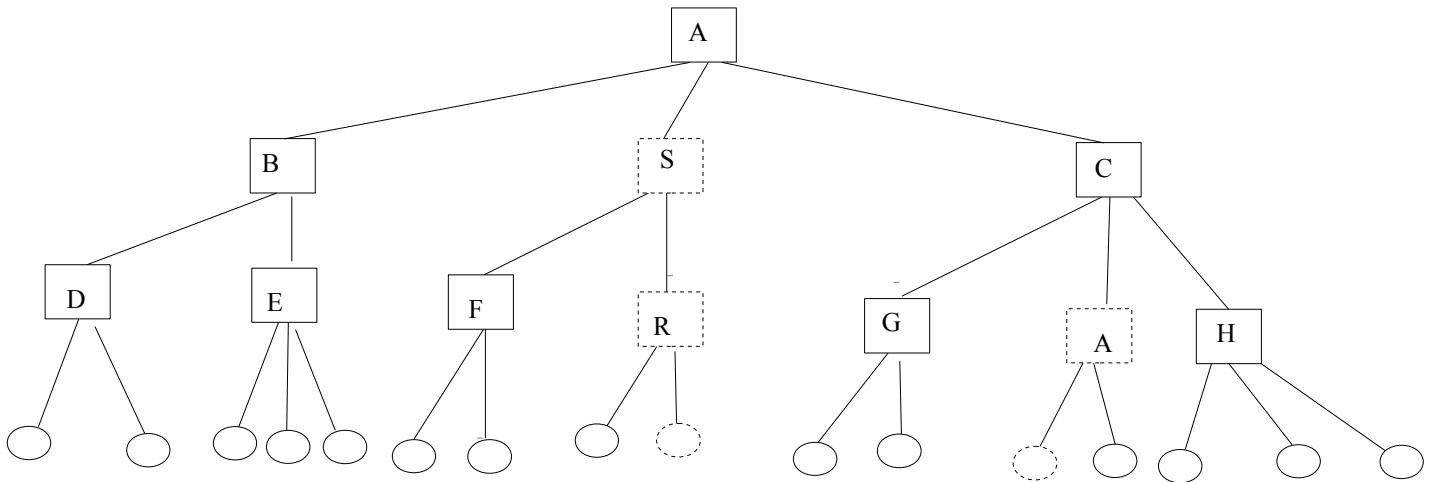
מהו המספר הקטן ביותר של איברים שיש להוסיף לעץ (אחד אחרי השני) כדי שגובה העץ יגדל ב-1. נמק את תשובתך על ידי ציור העץ וציון הצמתים שצריך להוסיף לעץ כדי שגובהו יגדל ב-1.

פתרון

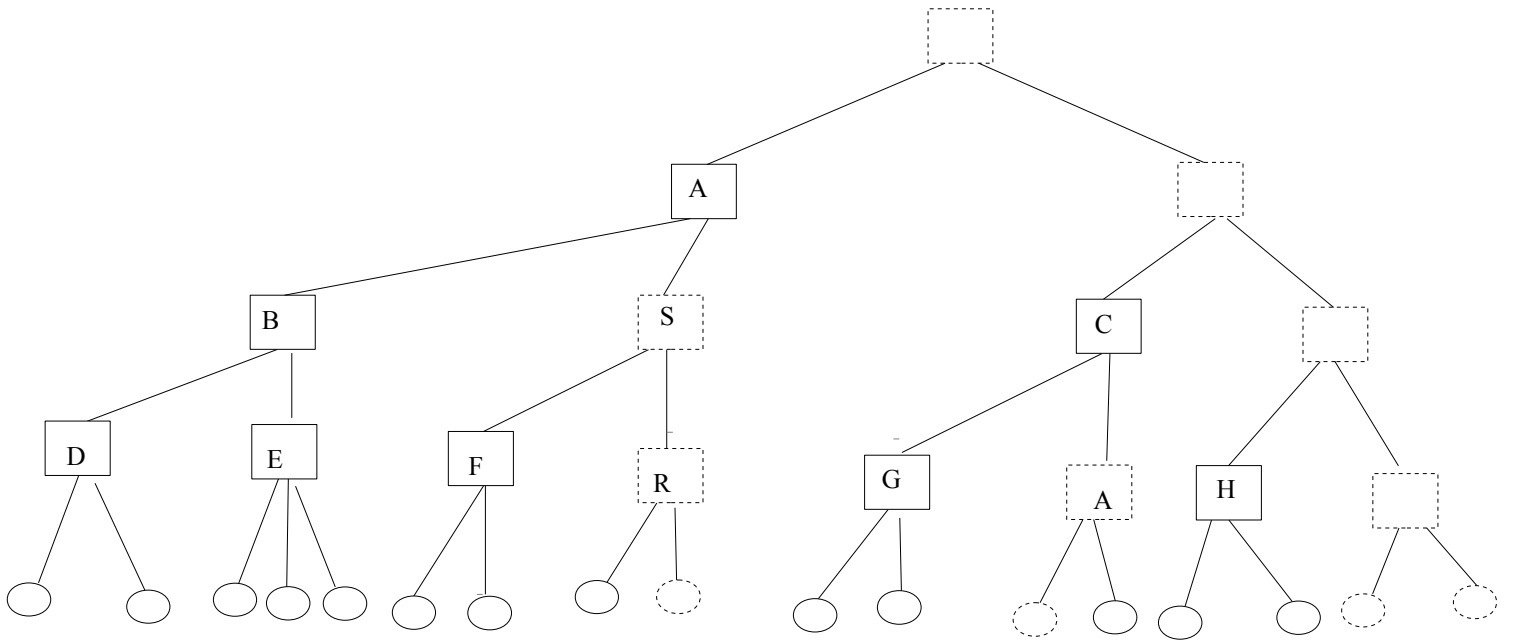
נוסיף תחילה איבר אחד מתחת צומת F ונקבל את העץ הבא:



נוסיף צומת אחת מתחת G ונקבל את העץ הבא:



נוסיף צומת 1 מתחת H ונקבל את העץ הבא:



בסך הכל הוספנו 3 צמתים וגובה העץ גדל ב-1.

4.

שאלה זו מתייחסת להוספה/הוצאה של איברים בעץ 2-3 לפי אלגוריתמי ההוספה וההוצאה שנלמדו בכיתה.

האם קיימים עץ 2-3 שמקיים את שלושת התנאים הבאים:

(1) מספר צמתי הדמה בעץ T (דהינו צמתים שאינם עלים) הוא בדיוק 11.

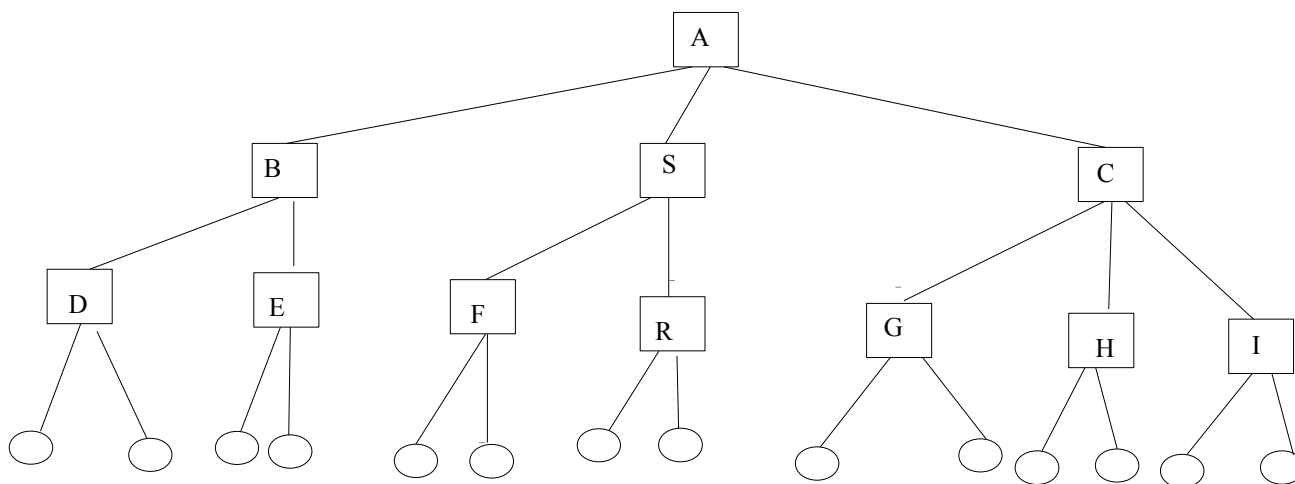
(2) קיימים 2 איברים שאם נוסיף אותם לעץ T (המקורי) גובה העץ יגדל ב-1.

(3) קיימים 6 איברים שנמצאים בעץ T (המקורי) כך שאם נוציא אותם מהעץ T (המקורי) גובה העץ יקטן ב-1.

במידה וקיימים עץ כזה יש לצייר אותו ולנמק מדוע הוא מקיים את כל התנאים. במידה ולא קיימים עץ כזה יש לנמק מדוע אין עץ כזה.

פתרון

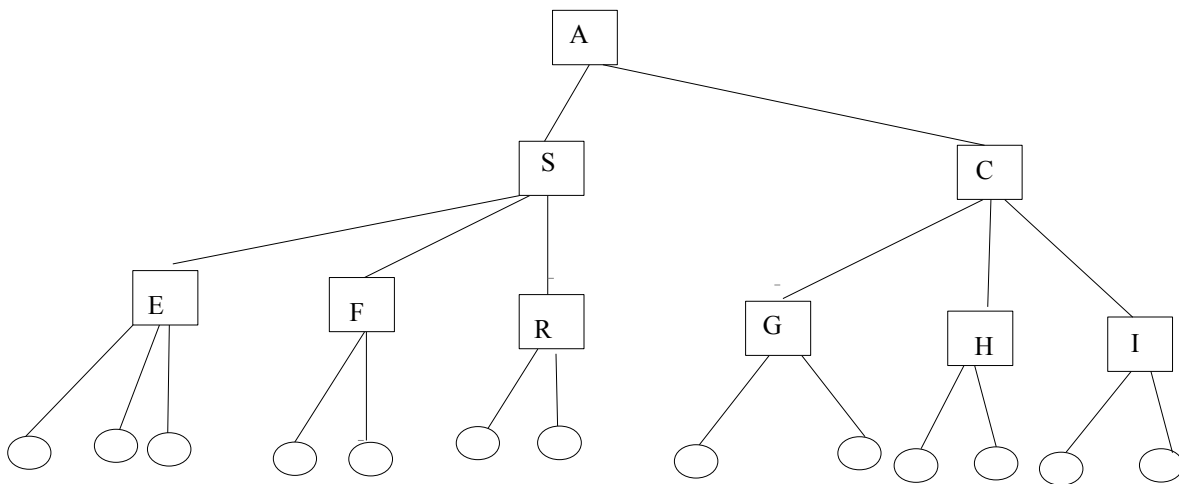
קיימים עץ כזה. העץ שבציור הבא מקיים את כל התנאים הנ"ל.



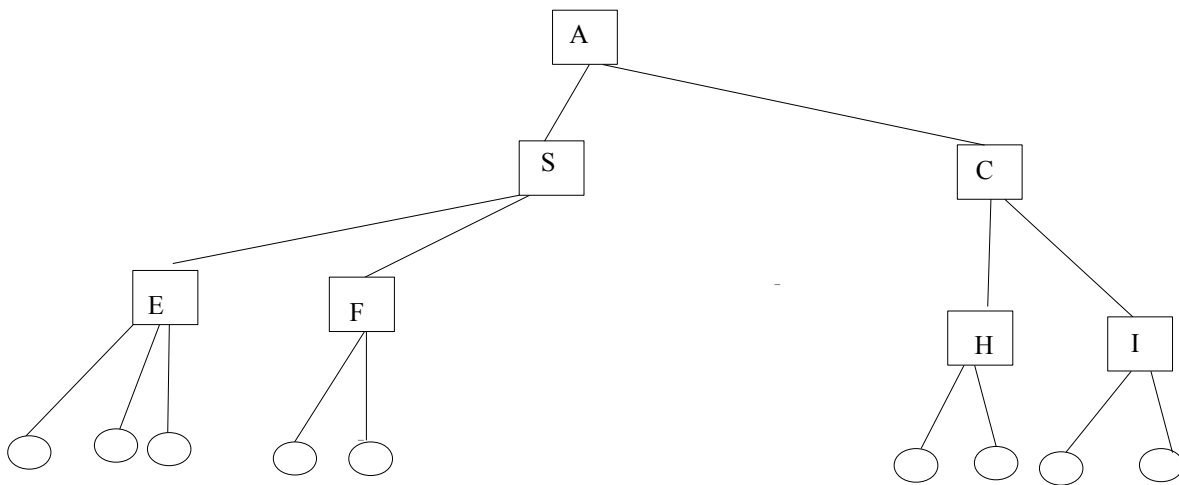
אם נוסיף 2 איברים גדולים ביותר (דהינו מתחת I) גובה העץ יגדל ב-1.

נראה כיצד אפשר להקטין את גובה העץ ב-1 על ידי הוצאת 6 איברים.

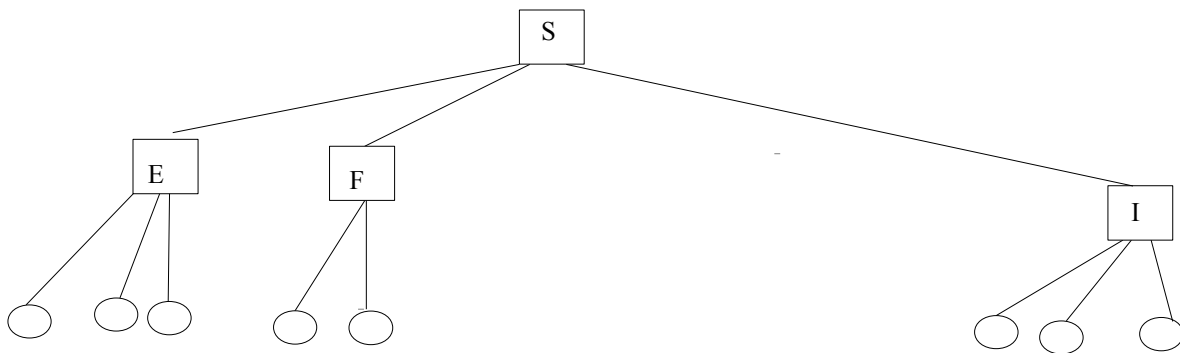
תחילה נוציא את האיבר הקטן ביותר בעץ ונקבל את העץ הבא:



נוציא עוד 4 איברים, 2 איברים מתחת R ושני איברים מתחת G ונקבל את העץ הבא:



נוציא איבר אחד מתחת H ונקבל את העץ הבא שגובהו קטן ב-1 מהעץ המקורי:



סה"כ הוצאנו 6 איברים וגובה העץ קטן ב-1.