<u>דוגמאות שהוצגו בכיתה בהרצאה 3</u>

<u>דוגמה 5 (עמוד 21 בחוברת)</u>

עבור ניתוח קטע הקוד הבא:

```
s=0
for (i=1; i ≤ n; i++) {
     for (j=i; j ≤ m; j++) {
          s=s+i+j
     }
}
```

במקרה הזה מנתחים לשני מקרים.

עבור n>m נקבל:

$T(n,m)=C1+C2n+C3x=C1+C2n+C3m(m+1)/2=\Theta(n+m^2)$

i=1: m
i=2: m-1

i=m: 1
x=1+2+...m=m(m+1)/2

עבור n<=m נקבל:

$T(n,m)=C1+C2n+C3x=C1+C2n+C3(mn-(n-1)n/2)=\Theta(nm)$

i=1: m
i=2: m-1

i=n: m-(n-1)
x=mn-(1+2+...n-1)=mn-(n-1)n/2

דוגמה 6 (עמוד 23 בחוברת)

עבור ניתוח קטע הקוד הבא:

```
P(n,m)
----
s=1
for (i=1; i ≤ n; i++) {
     for (j=1; j ≤ m; j++) {
          s=s+B(i+j)
     }
}

B(x)
----
sum=0
for (i=1; i ≤ x²; i++) {
     sum++
}
```

ננתח תחילה את תוכנית העזר ונקבל מהגדרה 2 של θ:

$TB(x)=C1+C2x^2=\Theta(x^2)$ $TB(x)<=D2x^2$ $TB(x)>=D1x^2$

כעת ננתח את התכנית הראשית:

$$
\begin{aligned}
T(n,m)=&C1+C2n+C3nm+\\
&TB(1+1)+TB(1+2)....TB(1+m)+\\
&TB(2+1)+TB(2+2)....TB(2+m)+\\
&....\\
&TB(n+1)+TB(n+2)....TB(n+m)<=\\
&D2(1+1)^2+D2(1+2)^2...D2(1+m)^2\\
&....\\
&D2(n+1)^2+D2(n+2)^2...D2(n+m)^2<=\\
&3D2(1^2+1^2+1^2+2^2....1^2+m^2+\\
&...\\
&n^2+1^2+n^2+2^2....n^2+m^2)=\\
&3D2(m(1^2+2^2+...n^2)+n(1^2+2^2+...m^2))=\Theta(mn^3+nm^3)
\end{aligned}
$$

$\rightarrow T(n,m)=O(mn^3+nm^3)$

$$T(n,m)=C1+C2n+C3nm+$$

$$TB(1+1)+TB(1+2)\ldots.TB(1+m)+$$

$$TB(2+1)+TB(2+2)\ldots.TB(2+m)+$$

$$\ldots.$$

$$TB(n+1)+TB(n+2)\ldots.TB(n+m)>=$$

$$D1(1+1)^2+D1(1+2)^2\ldots D1(1+m)^2$$

$$\ldots.$$

$$D1(n+1)^2+D1(n+2)^2\ldots D1(n+m)^2>=$$

$$D1(1^2+1^2+1^2+2^2\ldots.1^2+m^2+$$

$$\ldots$$

$$n^2+1^2+n^2+2^2\ldots.n^2+m^2)=$$

$$D1(m(1^2+2^2+\ldots n^2)+n(1^2+2^2+\ldots m^2))=\Theta(mn^3+nm^3)$$

$$-> T(n,m)=\Omega(mn^3+nm^3)$$

דוגמה 1 (עמוד 28 בחוברת)

עבור ניתוח קטע הקוד הבא:

```
A(i)
----
if (i == 1)
     { return 1 }
else
     { return i * A(i-1) }
```

נקבל את נוסחת הנסיגה הבאה:

T(n)<=C1+T(n-1)

ונשים לב ש-:

T(1)<=C1

מהנוסחה הנ"ל נפעל בשיטת ההצבה כדי למצוא את הנוסחה הכללית.

T(n-1)<=C1+T(n-2)

T(n)<=C1+ C1+T(n-2)
T(n)<=2C1+T(n-2)

T(n-2)<=C1+T(n-3)

T(n)<=C1+ C1+C1+T(n-3)

T(n)<=3C1+T(n-3)

לכן נסיק שהנוסחה הכללית היא:

T(n)<=iC1+T(n-i)

עכשיו נציב i כזה בנוסחה הכללית כך שמה שבתוך ה T יהפוך להיות 1.
i=n-1

T(n)<=(n-1)C1+T(1)=(n-1)C1+T(1)<=(n-1)C1+C1=Θ(n)
->T(n)=O(n)

לכוון השני נקבל מקטע הקוד את נוסחת הנסיגה הבאה:

T(n)>=1+T(n-1)

ונשים לב ש-:

T(1)>=1

נמשיך באותה שיטה כמו קודם לקבלת נוסחה כללית:

T(n-1)>=1+T(n-2)

T(n)>=1+1+T(n-2)
T(n)>=2+T(n-2)

הנוסחה הכללית היא:

$T(n)>=i+T(n-i)$
$i=n-1$

$T(n)>=(n-1)+T(1)=(n-1)C1+T(1)>=(n-1)C1+C1=\Theta(n)$
$->T(n)=\Omega(n)$

<u>דוגמה 2 (עמוד 31 בחוברת)</u>

עבור קטע הקוד של חיפוש בינארי שמוצג בחוברת מתקבלת נוסחת הנסיגה הבאה:

$T(n)<=C1+T(n/2)$

$T(1)<=C1$

נמשיך בשיטת ההצבה,

$T(n/2)<=C1+T(n/2^2)$

$T(n)<=C1+C1+T(n/2^2)$

$T(n)<=2C1+T(n/2^2)$

ונקבל את הנוסחה הכללית:

$T(n)<=iC1+T(n/2^i)$

$n/2^i=1$
$n=2^i$
$\log_2(n)=\log_2(2^i)$
$\log_2(n)=i$

$T(n)<=\log_2(n)C1+T(1)<=\log_2(n)C1+C1=\Theta(\log n)$

$->T(n)=O(\log n)$

באופן דומה מתוך הנוסחה:

$T(n)>=1+T(n/2)$

נקבל בסוף ש-

...
$->T(n)=\Omega(\log n)$

<u>דוגמה 3 (עמוד 36 בחוברת)</u>

התכנית merge(A,B) מקבלת מערכים ממוינים A ו- B ומחזירה מערך ממוין C שמתקבל מהאיחוד של A ו- B.

לדוגמה:

נניח שהמערך A שגודלו n הוא:

30 50 70

נניח שהמערך B שגודלו m הוא:

35 40 65 75

התכנית יוצרת את המערך C שגודלו n+m:

30 35 40 50 65 70 75

סיבוכיות הזמן של התכנית היא $\theta(n+m)$.

<u>דוגמה 4 (עמוד 36 בחוברת)</u>

התכנית מיון מידוג מקבלת מערך לא ממוין A וממינת אותו.

לדוגמה אם התכנית מקבלת את המערך A הבא:

40 20 50 10

התכנית מחלקת אותו לשני חלקים שווים וממינת כל אחד מהם לחוד. דהנו התכנית יוצרת את המערכים B ו- C הבאים:

B: 20 40

C: 10 50

ואז התכנית מחזירה את המערך הממוין A על ידי קריאה לתכנית merge(A,B), דהינו התכנית מבצעת:

```
return merge(A,B)
```

הפסיאודו קוד של התכנית מיון מידוג נראה כך:

```
sort(A)
-------
if n=1 or 2 return in correct order
B=sort(A[1:n/2])
C=sort(A[n/2+1:n])
retrn merge(B,C)
```

לניתוח הסיבוכיות של התכנית נשתמש בנוסחת הנסיגה הבאה:

$T(n)<=C1+T(n/2)+T(n/2) +Dn$

ששקולה לנוסחת הנסיגה הבאה:

$T(n)<=C1+2T(n/2)+Dn$

נמשיך בשיטת ההצבה כפי שמוסבר בחוברת בעמודים 38-39.