יום ג, ג סיון התשסו- 30-5-2006

השלמה לשעור ההשלמה אתמול

נושא ראשון: טענה (תכונה 7 של העתקות לינאריות)

נתונים שדה F, מרחבים וקטוריים W,V, והעתקה לינארית $f:V\rightarrow W$. אז הטענות הבאות שקולות:

א. f חד חד ערכית.

ב. Ker(f)={0}.

הוכחה א□ב

לפי ההגדרה Ker(f) היא התמונה ההפוכה של 0 על ידי f ולפי תכונה 1, f(0)=0 ולכן 0□Ker(f). כיון ש-f חד חד ערכית, אז התמונה ההפוכה של כל אבר ב-W היא אבר יחיד ב-V, ולכן Ker(f)={0}.

ב□א

נראה את אחת ההגדרות השקולות של חד חד ערכיות: $(f(x)=f(y))\rightarrow(x=y)$.

(f(x)=f(y))→(f(x)-f(y)=0)→ (f(x-y)=0)→ (x-y□Ker(f)={0})→ (x-y=0)→ (x=y).

2.בענין השמות של כל מיני תתי מרחבים הקשורים למטריצה A□$M_{m,n}$(F).

לאחרונה נאמרו בכתה מספר שמות הקשורים בתתי מרחבים הקשורים במטריצות A.

אם נוצר בלבול אני מתנצל.

נתונה מטריצה A. את ההעתקה הלינארית f(v)=Av נסמן על ידי f=L כלומר f(v)=L(v).

למרחב הוקטורי של כל הפתרונות של המשואה המטריצאלית Ax=0 נקרא מרחב הפתרונות (של המשואה ההומוגנית). זהו תת מרחב של R^n . בצורה הקנונית, הוא קשור לעמודות שבהן יש פרמטרים. עבור L נקרא למרחב זה בשם החדש Ker(L).

למרחב הוקטורי של כל ה b ים המתקבלים מהמשואה המטריצאלית Ax=b עבור כל x נקרא מרחב העמודות של A או המרחב הנפרש על ידי עמודות A. זהו תת מרחב של R^m . בצורה הקנונית, הוא קשור לעמודות שבהן אין פרמטרים. עבור L נקרא למרחב זה בשם החדש Im(L).

המשפט החדש אותו נוכיח dim(Ker(L))+dim(Im(L))=dim(V) הופך להיות במקרה פרטי זה המשפט אותו הוכחנו: דרגת A + ממד מרחב הפתרון שוה ל-n.