



**מבחן סוף בקורס לוגיקה ותכנות לוגי.**

מועד א יום ב יא אב התשע"ב, 31-7-2012.

- מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.
- משך המבחן שעתים וחצי.
- המבחן הוא ללא חומר עזר וללא מחשבוני, למעט דפי הנוסחאות המצורפים.
- המחברת משמשת לטיוטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון, או על ידי כתיבת תשובה בשאלון.
- המבחן כולל 4 שאלות. על כלן יש לענות בגוף השאלון.
- שאלה ראשונה בת משקל של 26 נקודות ועוסקת במודלים.
- שאלה שניה בת משקל 27 נקודות. ועוסקת בתחשיב פסוקים.
- שאלה 3 שאלת מעקב בפרולוג בת 21 סעיפים, כל אחד שווה נקודה סה"כ 21 נקודות.
- שאלה 4 כוללת כתיבת קוד פרולוג ומשקלה 26 נקודות

**בהצלחה.**

שאלה 1, אודות מודלים.

נתונה רשימה של פסוקים:

1.  $\exists X[s(X)]$ .

2.  $\exists X[m(X)]$ .

3.  $\exists X[t(X)]$ .

4.  $\exists X \exists Y \exists Z [k(X, Y, Z) \wedge s(X) \wedge m(Y) \wedge t(Z)]$ .

א. כתוב כאן מודל מינימלי בעל עולם לא ריק המקיים את תכונות 1-4.

נביט על התכונה הבאה:

$$5. \forall X [s(X) \rightarrow \overline{m(X)} \wedge \overline{t(X)}].$$

ב. כתוב כאן מודל מינימלי. המקום את תכונות 1-5.

נביט על התכונה הבאה

$$6. \forall X [m(X) \rightarrow \overline{s(X)} \wedge \overline{t(X)}].$$

ג. כתוב כאן מודל מינימלי אשר מקים את תכונות 1-6.

נביט על התכונות הבאות:

$$7. \forall X [s(X) \rightarrow \{\exists Y \exists Z \exists W (Y \neq Z \wedge m(Y) \wedge m(Z) \wedge t(W) \wedge k(X, Y, W) \wedge k(X, Z, W))\}].$$

$$8. \forall X [m(X) \rightarrow \{\exists Y \exists Z \exists W (Z \neq W \wedge s(Y) \wedge t(Z) \wedge t(W) \wedge k(Y, X, Z) \wedge k(Y, X, W))\}].$$

ד. כתוב כאן מודל מינימלי אשר מקים את תכונות 1-8.

נביט על התכונה הבאה:

$$9. \forall X [t(X) \rightarrow \{\{\forall Y \forall Z \forall W (m(Y) \wedge m(Z) \wedge s(W) \wedge k(W, Y, X) \wedge k(W, Z, X))\} \rightarrow Y = Z\}].$$

ה. כתוב כאן מודל מינימלי אשר מקים את תכונות 1-9.

שאלה 2, אודות טעונים תקפים.

הבט ברשימת ההנחות הבאות:

$$1. \exists X \exists Y [k(X, Y) \wedge (\forall Z \{l(Y, Z) \vee \overline{m(X, Y, Z)}\})].$$

$$2. \forall X \forall Y (l(X, Y) \rightarrow n(X, Y)).$$

$$3. \forall X \forall Y \forall Z (n(Y, Z) \rightarrow (m(X, Y, Z))).$$

ובמסקנה:

$$\exists X \forall Y (l(X, Y) \leftrightarrow n(X, Y)).$$

האם יש למסקנה טעון תקף? אם כן הוכח, אם לא תן מודל נגדי.

תשובה:

שאלה 3, פרולוג.  
הבט בקוד הבא

```
h([],[],[]).%1
h([X],[X],[]).%2
h([X,Y|Z],[X|A],[Y|B]):-h(Z,A,B).%3
m([],[],[]).%4
m([X],[],[X]).%5
m([X|Y],[Z|W],[X,Z|A]):-m(Y,W,A).%6
z([X],X,[]).%7
z([X|Y],R,[X|T]):-z(Y,R,T).%8
sl(X,Y):-h(X,A,B),z(A,C,D),m([C|D],B,Y).%9
```

ונתונה השאילתא:

```
sl([1,2,3,4,5,6,7,8,9],A).
```

זכור כי תנועה היא פתיחת שאילתא פנימית או חיצונית אשר מבצעת חפוש לאורך הקוד עוצרת מול שורת קוד מתאימה, פותחת שאילתא פנימית אחרת ומבצעת טעינה. לכל סעיף,

כתוב את השאלתא המתאימה, ומול איזו שורת קוד היא עוצרת. באם התכנית כלה עצרה והדפיסה, הנח שהקלד הסימן ; ושהתכנית המשיכה לרוץ. אם התכנית סימה אחרי  $k$  שאלתות ושואלים אותך על שאלתא  $k+m$  כתוב-'אין כזו שאלתא-התכנית סימה'.

1-תנועה ראשונה.

2. תנועה שניה.

3-תנועה שלישית.

4. תנועה רביעית.

5-תנועה חמישית.

6. תנועה שישית.

7-תנועה שביעית.

8. תנועה שמינית.

9. תנועה תשיעית.

10. תנועה עשירית.

11-תנועה אחד עשר.



12. תנועה שנים עשר.

13. תנועה שלש עשר.

14. תנועה ארבעה עשר.

15. תנועה חמישה עשר.

16. תנועה ששה עשר.

17. תנועה שבעה עשר.

18- מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? אם אין כזה רשום שאין.

19- כתוב את מספרי שורות הקוד מולם התכנית לא עצרה כלל.

20- כתוב את מספרי שורות הקוד מולם התכנית עצרה פעם אחת בדיוק.

21- כתוב את מספרי שורות הקוד מולם התכנית עצרה פעמים בדיוק.

רשם כאן קוד פרולוג אשר מקבל כקלט רשימה סדורה של איברים, ומחזיר שרשרת של אותם איברים, שבה שבה האיברים במקומות הזוגיים (שני רביעי וכן הלאה) הוזזו ימינה בינם לבין עצמם (האחרון מהם נהיה ראשון בהם), והאיברים במקומות האי זוגיים (ראשון שלישי וכן הלאה), נשארו במקומותיהם.

דוגמא

$\text{mevukash}([a,b,c,d,e,f,g,h],X).$

$X=([a,h,c,b,e,d,g,f]).$

דוגמא

$\text{mevukash}([a,b,c,d,e,f,g],X).$

$X=([a,f,c,b,e,d,g]).$

רשימת חוקי לוגיקה

$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0$  חוקי 0,1 (1-4)

$p \vee \bar{p} \equiv 1, p \wedge \bar{p} \equiv 0, \neg(\bar{p}) \equiv p$  חוקי משלים (5-7)

$\bar{\bar{p}} \equiv p, \overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \wedge \bar{q}, \overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$  חוקי דה-מורגן (8-11)

$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p$  חוקי אידמפוטנטיות (12-13)

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), \quad p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \underline{\text{חוקי פלוג (14-15)}}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי בליעה (16-17)}}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, \quad p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \underline{\text{חוקי קבוצה (18-19)}}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, \quad p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \underline{\text{חוקי חלופה (20-21)}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad \underline{(22) \text{Modus ponens}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad \underline{(23) \text{Modus tolens}}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad \underline{(24) \text{Contrapositia}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad \underline{(25) \text{Transitivity}}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad \underline{(26) \text{פרוט}}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \underline{\text{cut(27)}}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \underline{\text{exportatia(28)}}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \underline{\text{גרירה(29)}}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \underline{\text{שקילות(30)}}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \underline{\text{חזלוציה(31)}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \underline{\text{(32)}}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \underline{\text{(33)nand}}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \underline{\text{(34)nor}}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \underline{\text{(35)xor}}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \underline{(36)EG}$$

$$\exists R(x) \vdash R(a) \quad \underline{(37)EP(x/a)}$$

בתנאי ש-a שם עצם חדש בשפה

$$R(x) \vdash \forall R(x) \quad \underline{(38)UG}$$

בתנאי ש-כל הופעות של x ב-R חפשיות.

$$\forall R(x) \vdash R(t) \quad \underline{(39)US(x/t)}$$

באחת משתי האפשרויות הבאות:

1. t הוא קבוע כלשהו בשפה.
2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב-R של אף משתנה.

$$\underline{\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))} \quad \underline{(40)DM}$$

$$\underline{\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))} \quad \underline{(41)DM}$$

$$[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c] \quad \underline{(42)}$$

א. ננסה מודל בן אבר יחיד  $a$ . אז קים  $s(a), m(a), t(a), k(a,a,a)$ ,

$$U = \{a\}, s(a), m(a), t(a), k(a,a,a).$$

ב. נוספה הנחה 5, האומרת כי אם פרט מקיים את יחס  $s$  הוא אינו מקיים את היחסים  $m, t$  ולכן נקבל מודל בן שני איברים

$$U = \{a,b\}, s(a), m(b), t(b), k(a,b,b).$$

ג.

$$U = \{a,b,c\}, s(a), m(b), t(c), k(a,b,c).$$

ד.

$$U = \{a,b,c,d,e\}, s(a), m(b), m(c), t(d), t(e) k(a,b,d), k(a,b,e), k(a,c,d), k(a,c,e)$$

ה. תכונה 7 סותרת את תכונה 9, ולכן אין אף מודל המקיים את תכונות 1-9.

שאלה 2, אודות טעונים תקפים.

הבט ברשימת ההנחות הבאות:

1.  $\exists X \exists Y [k(X, Y) \wedge (\forall Z \{l(Y, Z) \vee \overline{m(X, Y, Z)}\})]$ .
2.  $\forall X \forall Y (l(X, Y) \rightarrow n(X, Y))$ .
3.  $\forall X \forall Y \forall Z (n(Y, Z) \rightarrow (m(X, Y, Z)))$ .

ובמסקנה:

$$\exists X \forall Y (l(X, Y) \leftrightarrow n(X, Y)).$$

האם יש למסקנה טעון תקיף? אם כן הוכח, אם לא תן מודל נגדי.

## תשובה 2

1.  $\exists X \exists Y [k(X, Y) \wedge (\forall Z \{l(Y, Z) \vee \overline{m(X, Y, Z)}\})]$ .
2.  $\forall X \forall Y (l(X, Y) \rightarrow n(X, Y))$ .
3.  $\forall X \forall Y \forall Z (n(Y, Z) \rightarrow (m(X, Y, Z)))$ .
- 
4.  $k(a, b) \wedge (l(b, W) \vee \overline{m(a, b, W)})$ , 1,  $EP(X / a, Y / b), US(Z / W)$ .
5.  $l(b, W) \vee \overline{m(a, b, W)}$ , 4
6.  $m(a, b, W) \rightarrow l(b, W)$ , 5
7.  $l(b, W) \rightarrow n(b, W)$ , 2,  $US(X / b, Y / W)$ .
8.  $n(b, W) \rightarrow m(a, b, W)$ , 3,  $US(X / a, Y / b, Z / W)$ .
9.  $(n(b, W) \rightarrow m(a, b, W)) \wedge (m(a, b, W) \rightarrow l(b, W))$ , 8, 6.
10.  $n(b, W) \rightarrow l(b, W)$ , 9, *tran*.
11.  $(l(b, W) \rightarrow n(b, W)) \wedge (n(b, W) \rightarrow l(b, W))$ , 7, 10.
12.  $(l(b, W) \leftrightarrow n(b, W))$ , 11.
13.  $\exists X \forall Y (l(X, Y) \leftrightarrow n(X, Y))$ , 12,  $UG(b / X), US(W / Y)$ .

## תשובה 3



א-תנועה ראשונה

$sl([1,2,3,4,5,6,7,8,9],X)$

עוצרת בשורה 9

ב-תנועה שניה

$h([1,2,3,4,5,6,7,8,9],A2,B2)$

עוצרת בשורה 3

ג-תנועה שלישית

$h([3,4,5,6,7,8,9],A3,B3)$

עוצרת בשורה 3

ד-תנועה רביעית

$h([5,6,7,8,9],A4,B4)$

עוצרת בשורה 3

ה-תנועה חמישית

$h([7,8,9],A5,B5)$

עוצרת בשורה 3

ו-תנועה שישית

$h([9],A5,B5)$

עוצרת בשורה 2

מתבצעות טעינות  $A=[1,3,5,7,9], B=[2,4,6,8]$ .

ז-תנועה שביעית

$z([1,3,5,7,9], C7, D7)$

עוצרת בשורה 8

ח-תנועה שמינית

$z([3,5,7,9], C8, D8)$

עוצרת בשורה 8

ט-תנועה תשיעית

$z([5,7,9], C9, D9)$

עוצרת בשורה 8

י-תנועה עשירית

$z([7,9], C10, D10)$

עוצרת בשורה 8

יא-תנועה אחד עשר

$z([9], C10, D10)$

עוצרת בשורה 7

מתבצעות השמות  $C=9, D=[1,3,5,7]$

יב-תנועה שנים עשר

$m([9,1,3,5,7],[2,4,6,8],Y12)$

עוצרת בשורה 6

יג-תנועה שלש עשר

$m([1,3,5,7],[4,6,8],Y13)$

עוצרת בשורה 6

יד-תנועה ארבע עשר

$m([3,5,7],[6,8],Y14)$

עוצרת בשורה 6

טו-תנועה חמישה עשר

$m([5,7],[8],Y15)$

עוצרת בשורה 6

טז-תנועה שישה עשר

$m([7],[],Y16)$

עוצרת בשורה 5

מתבצעות השמות  $Y=[9,2,1,4,3,6,5,8,7]$

יז-תנועה שבע עשר

התכנית סימה, אין תנועה

יח-הפלט כלפי המשתמש הוא  $Y=[9,2,1,4,3,6,5,8,7]$

יט- התכנית לא עוצרת בשורות 1,4 כלל.

כ- התכנית עוצרת פעם אחת בשורות 2,5,7,9.

כא-אין שורה בה התכנית עוצרת פעמיים

תשובה 4

הקוד:

$h([],[],[]).\%1$

$h([X],[X],[]).\%2$

$h([X,Y|Z],[X|A],[Y|B]):-h(Z,A,B).\%3$

$m([],[],[]).\%4$

$m([X],[],[X]).\%5$

$m([X|Y],[Z|W],[X,Z|A]):-m(Y,W,A).\%6$

$z([X],X,[]).\%7$

$z([X|Y],R,[X|T]):-z(Y,R,T).\%8$

$s(X,Y):-h(X,A,B),z(B,C,D),m(A,[C|D],Y).\%9$

מבצע את האלגוריתם הדרוש.