

רשימת חוקי לוגיקה

$$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0 \quad \underline{0,1 \text{ חוקי (1-4)}}$$

$$p \vee \bar{p} \equiv 1, p \wedge \bar{p} \equiv 0, \neg(\neg p) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי משלים (5-7)}}$$

$$\underline{0} \equiv 1, \underline{1} \equiv 0, \underline{p \vee q} \equiv \underline{p \wedge q} \quad \underline{p \wedge q} \equiv \underline{p \vee q} \quad \underline{\text{חוקי דה-מורגן (8-11)}}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p \quad \underline{\text{חוקי אידמפוטנטיות (12-13)}}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \underline{\text{חוקי פלוג (14-15)}}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי בליעה (16-17)}}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \underline{\text{חוקי קבוץ (18-19)}}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \underline{\text{חוקי חלוף (20-21)}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad \underline{(22) \text{Modus ponens}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad \underline{(23) \text{Modus tolens}}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad \underline{(24) \text{Contrapositia}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad \underline{(25) \text{Transitivity}}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad \text{פרוט(26)}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \text{cut(27)}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \text{גרירה(29)}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{שקילות(30)}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \text{רזולוציה(31)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \text{(32)}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \text{(33)nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \text{(34)nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{(35)xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \text{(36)EG}$$

$\exists R(x) \vdash R(a)$ (37)EP(x/a) בתנאי ש-a שם עצם חדש בשפה

$R(x) \vdash \forall R(x)$ (38)UG בתנאי ש-כל ההופעות של x ב-R חפשיות.

$\forall R(x) \vdash R(t)$ (39)US(x/t) באחת משתי האפשרויות הבאות:
1. t הוא קבוע כלשהו בשפה. 2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב-R של אף משתנה.

$\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))$ (40)DM

$\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))$ (41)DM

יום ו' כז סיון התשסג, 27-6-2003 .

מבחן בקורס לוגיקה ותכנות לוגי. מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.
מועד א.

משך המבחן שעתים וחצי. המבחן הוא ללא חומר עזר, למעט דפי הנוסחאות
המצורפים. המחברת משמשת לטייטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן
אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון. נסה לא לעכב
אותנו בשאלות שאיננו יכולים לענות אודותן, ולא להתלונן אחרי המבחן כי בגלל
איזושהי תשובה שקבלת מהמורה/מתרגל, הקפת אפשרות לא נכונה בשאלון.

המבחן כולל 6 שאלות. כלן חובה.

שאלות 1,2,3 הן בנושא תחשיב פסוקים ולכל אחת 6 או 7 סעיפים. סה"כ 19
סעיפים. משקל כל סעיף 2 נקודות סה"כ 38 נקודות אפשריות.

שאלות 4,5 הן שאלות מעקב בפרולוג. לכל שאלה יש 8 סעיפים במשקל 2.5
נקודות כ"א, סה"כ 40 נקודות.

שאלה 6 היא שאלת התאמה בין 3 קודים ו-6 תאורי תכניות, כל התאמה נכונה
שוה 7 נקודות ובסה"כ 21 נקודות.

בהצלחה.

שאלה 1

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \forall x \exists y (U(x, y)).$$

$$2. \forall x \forall y \forall z [(U(x, y) \wedge U(y, z)) \rightarrow U(x, z)].$$

$$3. \overline{\forall x U(x, x)}.$$

$$4. \forall x \forall y (U(x, y) \rightarrow \overline{U(y, x)}).$$

$$5. \exists x \exists y U(x, y).$$

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה. האם ניתן להוכיח כי:

א. קימים שני קבועים שונים בשפה (נניח a ו-b) כך שנובע $U(a, b)$ נכון-לא נכון.

ב. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a b ו-c) כך שנובע $U(a, b) \wedge U(b, c)$ נכון-לא נכון.

ג. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a b ו-c) כך שנובע $U(a, b) \wedge U(a, c)$ נכון-לא נכון.

ד. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (בנייה a ו-b ו-c) כך שנובע
 $U(a,b) \wedge U(a,c) \wedge (\neg U(b,c)) \wedge (\neg U(c,b))$ נכון-לא נכון.

ה. הפסוק $\forall x \exists y (U(y,x))$ נובע נכון-לא נכון.

ו. מודל מינימלי לרשימת הפסוקים שלמעלה מכיל בדיוק: 2 איברים, 3 איברים, 5 איברים, יותר מ-10 איברים. (הקף את התשובה הנכונה).

תשובה לשאלה 1

6. $U(a,b)$, 5, EP(x/a,y/b).

7. $U(b,c)$, 1, US(x/b),EP(y/c).

8. $U(a,b) \wedge U(b,c)$, 6,7,

9. $(U(a,b) \wedge U(b,c)) \rightarrow U(a,c)$, 2, US(x/a, y/b, z/c).

10. $[U(a,b) \wedge U(b,c)] \wedge [(U(a,b) \wedge U(b,c)) \rightarrow U(a,c)]$, 8,9,

11. $U(a,c)$, 10, MP,

12. $U(a,b) \wedge U(a,c)$, 6,11,

לפי מה שעשינו עד כה, א נכון- זו בדיוק טענה 6. ב נכון- זו בדיוק טענה 8. ג נכון, זו בדיוק טענה 12. בקשר ל-ד יש לנו הרגשה רעה, כי רוצים ששני הזוגות $U(c,b), U(c,b)$

לא יתקיימו, והגרירה היחידה של שלילה היא מתוך קיום הזוג ההפוך. כנ"ל לגבי ה, יש הרגשה שלילית, כיון שהמשפט היחיד של: לכל-קים היא לכל משתנה שמאלי קים משתנה ימני, ואין שום כוון הפוך.

לכן ננסה כעת למצא מודל (מינימלי). בכך גם נענה על ו. אם במודל זה ד ו-ה לא יתקיימו, אז זהו יהיה מודל נגדי להם.

לפי 6,7 קימים לפחות שלשה איברים
a,b,c

נוכל להשתמש שוב ושוב באקסיומה 1, וליצור איברים חדשים. לפי אקסיומה 3, כל איבר חדש שונה מקודמו. נקבל שרשרת אינסופית:
 $a, b, c, d, e,$

לפי 2, כל איבר מתיחס לכל מי שמופיע אחריו. לכן קבלנו את הטבעיים N עם יחס הסדר $U(x, y) \equiv x < y$. בקבוצה זו מתקיימים 1-5. d לא יכול להתקיים, כי במודל זה אם לא נכון כי $b < c$ אז כן נכון כי $c < b$. כמו כן, a לא נכון עבור $x = a$ כיון שאין מי שקטן ממנו.

שאלה 2

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \forall x \forall y \forall z [(S(x, y) \wedge S(y, z)) \rightarrow S(x, z)].$$

$$2. \forall x S(x, x).$$

$$3. \forall x \forall y (S(x, y) \rightarrow S(y, x)).$$

$$4. \exists x \exists y \overline{S(x, y)}.$$

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה. האם ניתן להוכיח כי:

א. קימים שני קבועים שונים בשפה (נניח a ו-b) כך שנובע $S(a, b)$ נכון-לא נכון.

ב. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a b ו-c) כך שנובע $S(a, b) \wedge S(b, c)$ נכון-לא נכון.

ג. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a b ו-c) כך שנובע $S(a, b) \wedge S(a, c)$ נכון-לא נכון.

ד. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a b ו-c) כך שנובע $S(a, b) \wedge S(a, c) \wedge (\neg S(b, c)) \wedge (\neg S(c, b))$ נכון-לא נכון.

ה. הפסוק $\forall x \exists y (S(y, x))$ נובע נכון-לא נכון.

1. מודל מינימלי לרשימת הפסוקים שלמעלה מכיל בדיוק: 2 איברים, 3 איברים, 5 איברים, יותר מ-10 איברים. (הקף את התשובה הנכונה).

תשובה לשאלה 2

נמשיך את המסקנות:

5. $S(a,b)$, 4, $EP(x/a,y/b)$.

6. $S(a,a)$, 3, $US(x/a)$,

7. $S(b,b)$, 3, $US(y/b)$.

נשים לב כי מצאנו מודל ל-1-4. 4 בברור מתקים, וכנ"ל גם 2. בקשר ל-1 טרנזיטיביות תמיד קימת. בקשר ל-3, סימטריה תמיד קימת. לכן זהו מודל. האם יתכן מודל יותר קטן, בעל איבר יחיד a ? אז 4 יסתר את 2 עבור (a,a) , ולכן זהו מודל מינימלי בן שני איברים. בזה ענינו על סעיף 1. נשים לב כי במודל זה אין שלשה איברים שונים, ולכן התשובות לסעיפים ב-ה הן-לא. נשים לב גם כי במודל זה סעיף א לא נכון. ה נכון לכל x על ידי הבחירה $y=x$.

שאלה 3

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \forall x \forall y \forall z (S(x, y) \rightarrow \overline{S(y, z)}).$$

$$2. \forall x \overline{S(x, x)}.$$

$$3. \exists x \exists y (S(x, y)).$$

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה. האם ניתן להוכיח כי:

א. קימים שני קבועים שונים בשפה (נניח a ו- b) כך שנובע $S(a,b)$ נכון-לא נכון.

ב. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c) כך שנובע $S(a,b) \wedge S(b,c)$ נכון-לא נכון.

ג. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c) כך שנובע $S(a,b) \wedge S(a,c)$ נכון-לא נכון.

ד. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c) כך שנובע $S(a,b) \wedge S(a,c) \wedge (\neg S(b,c)) \wedge (\neg S(c,b))$ נכון-לא נכון.

ה. הפסוק $\forall x \exists y (S(y,x))$ נובע נכון-לא נכון.

ו. מודל מינימלי לרשימת הפסוקים שלמעלה מכיל בדיוק: 2 איברים, 3 איברים, 5 איברים, יותר מ-10 איברים. (הקף את התשובה הנכונה).

תשובה לשאלה 3

4. $S(a,b)$, 3, EP(x/a, y/b),
5. $S(a,a)$, 2, US(x/a),
6. $S(b,b)$, 2, US(x/b),
7. $S(a,b) \rightarrow S(b,a)$, 1, US(x/a, y/b, x/a),
8. $S(a,b) \wedge [S(a,b) \rightarrow S(b,a)]$, 4,7,
9. $S(b,a)$, 8,MP.

נשים לב כי קבלנו מודל עבור האקסיומות 1-3, לא יתכן מודל בן פחות מ-2 איברים לפי תכונה 3. לכן מסקנה א נכונה זוהי בדיוק טענה 4, מסקנות ב, ג ו-ד שגויות כיון שיש מודל בין 2 איברים, ופסוק ה לא נכון עבור $x=a$.

שאלה 4

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

1. $\forall x \forall y \exists z [M(x, y, z) \wedge M(y, x, z)]$.
2. $\exists x \forall y [M(x, y, y) \wedge M(y, x, y)]$.
3. $\forall x \exists y \exists z [M(x, y, z) \wedge M(x, z, x) \wedge M(z, x, x)]$.
4. $\exists x \overline{M(x, x, x)}$.
5. $\forall x \forall y \forall z \forall w [\{M(x, y, z) \wedge M(x, y, w)\} \rightarrow (z = w)]$.

ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה. האם ניתן להוכיח כי:

א. קימים בשפה לפחות שני קבועים שונים. נכון-לא נכון.

ב. קימים שלשה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c) כך שנובע $M(a, b, c)$ נכון-לא נכון.

ג. קימים ארבעה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c, d) כך שנובע $M(a, b, c) \wedge M(b, c, d)$ נכון-לא נכון.

ד. קימים ארבעה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c, d) כך שנובע $M(a, b, c) \wedge M(a, c, d)$ נכון-לא נכון.

ה. קימים ארבעה קבועים שונים בשפה (נניח a, b, c, d) כך שנובע $M(a, b, c) \wedge M(a, c, d) \wedge (\neg M(b, c, d)) \wedge (\neg M(c, b, a))$ נכון-לא נכון.

ו. הפסוק $\forall x \exists y (M(y, x, x))$ נובע נכון-לא נכון.

ז. מודל מינימלי לרשימת הפסוקים שלמעלה מכיל בדיוק: 2 איברים, 3 איברים, 5 איברים, יותר מ-10 איברים. (הקף את התשובה הנכונה).

תשובה לשאלה 4

נמשיך את ההסק:

6. $M(a,a,a)$, 4, $US(x/a)$,

7. $M(a,b,c) \wedge M(a,c,a) \wedge M(c,a,a)$, 3, $US(x/a)$, $EP(y/b,z/c)$.

בשלב זה נראה כי אפשר להשתמש בתכונה 3 אינסוף פעמים, ובכל פעם נקבל איברים חדשים בשפה. ללא ספק קים לשפה זו מודל אינסופי. האם אפשר למצא מודל סופי? ברור לפי תכונה 4 כי מודל המכיל רק את a הוא בלתי אפשרי. האם יתכן מודל בין 2 איברים? כיון שמנסים מודל פרטי, מותר להשתמש בשפות עצם ישנים. ננסה שוב את 3 עם $x=a, y=z=b$ או עם $x=y=a, z=b$ או עם $x=z=a, y=b$.

אפשרות א $x=a, y=z=b$. נעשה את 7 מחדש:

7. $M(a,b,b) \wedge M(a,b,a) \wedge M(b,a,a)$, 3, $US(x/a)$, $EP(y/b,z/b)$.

8. $M(a,b,b) \wedge M(a,b,a) \rightarrow (a=b)$, 1, $US(x/a, y/b, z/b, d/a)$.

ולכן אפשרות א נופלת.

ננסה אפשרות ב $x=a, z=b$. נעשה את 7 מחדש:

7. $M(a,a,b) \wedge M(a,b,a) \wedge M(b,a,a)$, 3, $US(x/a)$, $EP(y/b,z/b)$.

נעבר שוב על 3 עבור $x=b$. רוצים לעשות את 7 בצורה שלא יסתר את שאר האקסיומות. יש 4 אפשרויות עבור y, z . אפשרות ב-א

8. $M(b,a,a) \wedge M(b,a,b) \wedge M(a,b,b)$, 3, $US(x/b)$, $EP(y/a,z/a)$.

אפשרות ב-א גוררת סתירה כי $M(b,a,a) \wedge M(b,a,b)$ סותרת את אקסיומה 5.

אפשרות ב-ב

8. $M(b,a,b) \wedge M(b,b,b) \wedge M(b,b,b)$, 3, $US(x/b)$, $EP(y/a,z/b)$.

אפשרות ב-ב גוררת אותה סתירה לאקסיומה 5 ע"י $M(b,a,a) \wedge M(b,a,b)$.

אפשרות ב-ג

8. $M(b,b,a) \wedge M(b,a,b) \wedge M(a,b,b)$, 3, $US(x/b)$, $EP(y/b,z/a)$.

אפשרות ב-ג גוררת אותה סתירה לאקסיומה 5 ע"י $M(b,a,a) \wedge M(b,a,b)$.

אפשרות ב-ד

8. $M(b,b,b) \wedge M(b,b,b) \wedge M(b,b,b)$, 3, $US(x/b)$, $EP(y/b,z/b)$.

אפשרות ב-ד אינה גוררת סתירה מידית.

ננסה אם כך את המודל $U=\{a,b\}$, $M=\{(a,b,a),(b,a,a),(a,a,b),(b,b,b)\}$ קל לראות כי 4 מתקים על ידי a , 3 מתקים גם ל a וגם ל- b כפי שבנינו, ופשוט בודקים את 1 ו-2 . 2 מתקים עבור $x=b$.

מודל זה פוסל את מסקנות ב,ג,ד,ה כיון שיש מודל בן 2 איברים. א. מתקים כי ראינו שלא יתכן מודל בין אבר אחד. ו מתקים לכל x ע"י $y=z$ שמוצב באקסיומה 3, וקים מודל בן 2 איברים.

שאלה 5

נתון הקוד הבא הרשום בשפת פרולוג:

$r(a_0,a_1)$.

$r(a_0,a_2)$.

$r(a_0,a_3)$.

$r(a_1,a_4)$.

$r(a_1,a_5)$.

$r(a_1,a_6)$.

$r(a_2,a_7)$.

$r(a_2,a_8)$.

$r(a_2,a_9)$.

$r(a_3,a_{10})$.

$r(a_3,a_{11})$.

$r(a_3,a_{12})$.

$r(a_4,a_{13})$.

$r(a_4,a_{14})$.

$r(a_5,a_{15})$.

$r(a_5,a_{16})$.

$r(a_6,a_{17})$.

$r(a_6,a_{18})$.

$s(X, Y) :- r(X, Y).$

$s(X, Y) :- r(X, Z), s(Z, Y).$

א. הבט בשאילתא $?-s(a1, A).$

הפלט הראשון כלפי המשתמש הוא $A = a1 - a2 - a3 - a4 - a5$ no

ב-המשך לסעיף א. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – כולל

השאילתא המקורית (הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש

תשובה) עד לקבלת התשובה שבסעיף א מקימים ב-1 $k=1$ ב-2 $k=2$ ב-3 $k=3$ ב-4 $k=4$

ג- המשך לסעיף א. נניח שלאחר שקבלנו את התשובה לסעיף א תקתקנו במחשב

את הסימן ; . הפלט הבא כלפי המשתמש הוא $A = a1 - a2 - a3 - a4 - a5$ no

ד-המשך לסעיף ג. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – (הכונה-

לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) מאז תקתוק הסימן ; עד

לקבלת התשובה שבסעיף ג מקימים ד-1 $k=0$ ד-2 $k=1$ ד-3 $k=2$ ד-4 $k=3$ ד-4 $k=4$.

ה. הבט בשאילתא $?-s(A, a9).$

הפלט הראשון כלפי המשתמש הוא $A = a0 - a1 - a2 - a3 - a4$ no

ו-המשך לסעיף ה. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – כולל

השאילתא המקורית(הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש

תשובה)עד לקבלת התשובה שבסעיף ה מקימים ו-1 $k=1$ ו-2 $k=2$ ו-3 $k=3$ ו-4 $k=4$.

ז- המשך לסעיף ה. נניח שלאחר שקבלנו את התשובה לסעיף ה תקתקנו במחשב

את הסימן ; . הפלט הבא כלפי המשתמש הוא $A = a0 - a1 - a2 - a3 - a4$ no

ח-המשך לסעיף ז. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – (הכונה-

לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) מאז תקתוק הסימן ; עד

לקבלת התשובה שבסעיף ז מקימים ח-1 $k \leq 10$ ו-2 $k \leq 20$ ח-3 $10 \leq k \leq 20$

. $20 \leq k \leq 30$ ח-4 $30 \leq k \leq 40$.

תשובות:

תשובה ל-א. ו-ב. רשימת השאילתות:

$s(a1, A).$

$r(a1, A).$

$A = a4$

תשובה ל-א א-1 $a4$. תשובה ל-ב, ב-2 $k=2$

תשובה ל-ג, ד.

;
 $A=a5$
 אף שאילתא חדשה
 תשובות: ג-2 ד-1
 תשובה ל-ה,ו.
 $a(A,a9)$.
 $r(A,a9)$.
 $A=a2$.
 תשובות ה-2, ו-3 .
 תשובות ל-ז,ח.
 ;
 $r(A,a9)$ fails.
 $1-r(A,Z)$
 $A=a0,Z=a1$,
 $2-s(a1,a9)$.
 $3-r(a1,a9)$.
 3 -fails.
 $4-r(a1,Z4)$.
 $Z4=a4$.
 $5-s(a4,a9)$.
 $6-r(a4,a9)$.
 6 fails.
 $7-r(a4,Z7)$.
 $Z7=a13$.
 $8-s(a13,a9)$.
 $9-r(a13,a9)$.
 9 fails.
 $10-r(a13,Z10)$.
 10 fails.
 $Z7=a14$.
 $11-s(a14,a9)$.
 $12-r(a14,a9)$ -f.
 $13-r(a14,Z13)$ -f.
 $Z4=a5$.

בשלב זה אפשר לספר מהר. $Z_4 = a^5$ יתן אותו מספר לולאות כמו $Z = a^4$ וכשל, כלומר לולאות שמספריהן 14 עד 22 ואח"כ $Z_4 = a^6$ יכשל על ידי לולאות 23 עד 31. לכן לולאות 4 ו-2 נכשלות, וחוזרים ללולאה מספר 1. $A = a^0, Z_1 = a^2$.
 $32-s(a^2, a^9)$.
 $33-r(a^2, a^9)$.
 זו שאילתא המצליחה.
 התשובות הן ז-1 a^0 , ח-4 $29 < k < 41$.

א. הבט בשאילתא $?-s(a^2, A)$.
 הפלט הראשון כלפי המשתמש הוא $A = a^1$ 1-א a^9 2-א a^8 3-א a^7 4-א no.
 ב-המשך לסעיף א. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – כולל השאילתא המקורית (הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) עד לקבלת התשובה שבסעיף א מקים ב-1 $k=1$ ב-2 $k=2$ ב-3 $k=3$ ב-4 $k=4$.
 ג- המשך לסעיף א. נניח שלאחר שקבלנו את התשובה לסעיף א תקתקנו במחשב את הסימן; הפלט הבא כלפי המשתמש הוא $A = a^1$ 1-ג a^9 2-ג a^8 3-ג a^7 4-ג no.
 ד-המשך לסעיף ג. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – (הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) מאז תקתוק הסימן; עד לקבלת התשובה שבסעיף ג מקים ד-1 $k=0$ ו-2 $k=1$ ד-3 $k=2$ ד-4 $k=4$.

ה. הבט בשאילתא $?-s(A, a^8)$.
 הפלט הראשון כלפי המשתמש הוא $A = a^1$ 1-ה a^0 2-ה a^1 3-ה a^2 4-ה no.
 ו-המשך לסעיף ה. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – כולל השאילתא המקורית (הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) עד לקבלת התשובה שבסעיף ה מקים ו-1 $k=1$ ו-2 $k=2$ ו-3 $k=3$ ו-4 $k=4$.
 ז- המשך לסעיף ה. נניח שלאחר שקבלנו את התשובה לסעיף ה תקתקנו במחשב את הסימן; הפלט הבא כלפי המשתמש הוא $A = a^1$ 1-ז a^2 2-ז a^0 3-ז a^1 4-ז no.
 ח-המשך לסעיף ז. מספר לולאות השאילתא שיסומן k שנפתחו בפועל – (הכונה-לכל שאילתא שהחלה לסרוק את הקוד בחפוש תשובה) מאז תקתוק הסימן; עד

לקבלת התשובה שבסעיף ז מקימים ח-1 $k \leq 10$ ו-2 ח-2 $10 \leq k \leq 20$ ח-3 $20 \leq k \leq 30$ ו-4 ח-4 $30 \leq k \leq 40$.

תשובות:

תשובה ל-א. ו-ב. רשימת השאלות:

$s(a2, A)$.

$r(a2, A)$.

$A = a7$

תשובה ל-א-3 $a7$. תשובה ל-ב, ב-2 $k=2$

תשובה ל-ג, ד.

;

$A = a8$

אף שאילתא חדשה

תשובות ג-2, ד-1

תשובה ל-ה, ו.

$a(A, a8)$.

$r(A, a8)$.

$A = a2$.

תשובות ה-3, ו-4.

תשובות ל-ז, ח.

;

$r(A, a8)$ fails.

$1 - r(A, Z)$

$A = a0, Z = a1$,

$2 - s(a1, a8)$.

$3 - r(a1, a8)$.

3 fails.

$4 - r(a1, Z4)$.

$Z4 = a4$.

$5 - s(a4, a8)$.

$6 - r(a4, a8)$.

6 fails.

$7 - r(a4, Z7)$.

$Z7 = a13$.

$8 - s(a13, a8)$.

$9-r(a_{13},a_8)$.
 9 fails.
 $10-r(a_{13},Z_{10})$.
 10 fails.
 $Z_7=a_{14}$.
 $11-s(a_{14},a_8)$.
 $12-r(a_{14},a_8)-f$.
 $13-r(a_{14},Z_{13})-f$.
 $Z_4=a_5$.

בשלב זה אפשר לספר מהר. $Z_4=a_5$ יתן אותו מספר לולאות כמו $Z=a_4$ וכשל, כלומר לולאות שמספריהן 14 עד 22 ואח"כ $Z_4=a_6$ יכשל על ידי לולאות 23 עד 31. לכן לולאות 4 ו-2 נכשלות, וחוזרים ללולאה מספר 1. $A=a_0, Z_1=a_2$ ונמשיך
 $32-s(a_2,a_8)$.
 $33-r(a_2,a_8)$.
 זו שאילתא המצליחה.
 התשובות הן ז-2 a_0 , ח-4 $29 < k < 41$.

שאלה 6

נתון הקוד הבא הרשום בשפת פרולוג:

$a([X],[X])$.
 $a([X|Y],W):-a(Y,Z),b(X,Z,W)$.
 $b(X,[],[X])$.
 $b(X,[Y|Z],[X,Y|Z]):-X=<Y$.
 $b(X,[Y|Z],[Y|W]):-Y<X,b(X,Z,W)$.

א. נתונה השאילתא $b(3,[1,2],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא
 1-א $A=[3,2,1]$ 2-א $A=[1,3,2]$ 3-א $A=[1,2,3]$ 4-א $A=[3,1,2]$.
 ב. המשך לסעיף א. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו
 בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה
 ראשונה) הוא: ב-1 1. ב-2 2. ב-3 3. ב-4 4.
 ג. נתונה השאילתא $a([7,5,1],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא ג-
 1 $A=[7,5,1]$ ג-2 $A=[1,7,5]$ ג-3 $A=[1,5,7]$ ג-4 $A=[7,1,5]$.

ד. המשך לסעיף ג. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה ראשונה) הוא: ד-1 8 . ד-2 9 . ד-3 10 . ד-4 11 .

ה. נתונה השאילתא $a([9,6,1,0],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא ה-1 $A=[0,1,6,9]$ ה-2 $A=[6,9,1,0]$ ה-3 $A=[0,9,1,6]$ ה-4 $A=[1,0,9,6]$.

ו. המשך לסעיף ה. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה ראשונה) הוא: ו-1 12 . ו-2 13 . ו-3 14 . ו-4 15 .

ז. נתונה השאילתא $a([9,6,4,2,0],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא ז-1 $A=[0,2,6,9,4]$ ז-2 $A=[0,2,4,6,9]$ ז-3 $A=[9,6,4,2,0]$ ז-4 $A=[2,0,9,6,4]$.

ח. המשך לסעיף ז. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה ראשונה) הוא: ח-1 16 . ח-2 17 . ח-3 18 . ח-4 19 .

תשובות ל-ז ו-ח.

1-a([9,6,4,2,0],A1).

2-a([6,4,2,0],A2).

מצב זה דומה לשאילתא של סעיפים ה,ו. לכן תוך 13 שאילתות, שמספריהן 2-14 נקבל את התשובה $A2=[0,2,4,6]$. נמשיך מכאן.

15-b(9,[0,2,4,6],W15).

16-b(9,[2,4,6],W16).

17-b(9,[4,6],W17).

18-b(9,[6],W18).

19-b(9,[],W19).

W19=[9].

W18=[6,9].

W17=[4,6,9].

W16=[2,4,6,9].

W15=[0,2,4,6,9].

A1=[0,2,4,6,9].

ז-2 ח-4.

תשובות ל-ה ו-ו.

1-a([9,6,1,0],A1).

$$2-a([6,1,0],A2).$$

מצב זה דומה לשאילתא של סעיפים ג,ד. לכן תוך 8 שאילתות, שמספריהן 2-9 נקבל את התשובה $A2=[0,1,6]$. נמשיך מכאן.

$$10-b(9,[0,1,6],W10).$$

$$11-b(9,[1,6],W11).$$

$$12-b(9,[6],W12).$$

$$13-b(9,[],W13).$$

$$W13=[9].$$

$$W12=[6,9].$$

$$W11=[1,6,9].$$

$$W10=[0,1,6,9].$$

$$A1=[0,1,6,9].$$

ה-1 ו-2.

תשובות ל-ג ו-ד.

$$1-a([7,5,1],A1).$$

$$2-a([5,1],A2).$$

$$3-a([1],A3).$$

$$A3=[1].$$

$$4-b(5,[1],W4).$$

$$5-b(5,[],W5).$$

$$W5=[5].$$

$$W4=[1,5].$$

$$A2=[1,5].$$

$$6-b(7,[1,5],W6).$$

$$7-b(7,[5],W7).$$

$$8-b(7,[],W8).$$

$$W8=[7],W7=[5,7],W6=[1,5,7].$$

$$A1=[1,5,7].$$

ג-3 ו-1.

תשובות ל-א ו-ב.

$$1-b(3,[1,2],A1).$$

$$2-b(3,[2],A2).$$

$$3-b(3,[],A3).$$

$$A3=[3].$$

$$A2=[2,3].$$

$$A1=[1,2,3].$$

א-3 ב-3 .

- א. נתונה השאילתא $b(4,[1,2,3],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא
 א-1 $A=[4,3,2,1]$ א-2 $A=[1,2,3,4]$ א-3 $A=[3,4,1,2]$ א-4 $A=[4,3,1,2]$.
 ב. המשך לסעיף א. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו
 בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה
 ראשונה) הוא: ב-1 1 . ב-2 2 . ב-3 3 . ב-4 4 .
 ג. נתונה השאילתא $a(4,[2,1],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא ג-
 1 $A=[4,2,1]$ ג-2 $A=[1,2,4]$ ג-3 $A=[2,4,1]$ ג-4 $A=[1,4,2]$.
 ד. המשך לסעיף ג. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו
 בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה
 ראשונה) הוא: ד-1 7 . ד-2 8 . ד-3 9 . ד-4 10 .
 ה. נתונה השאילתא $a([8,6,1,0],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא
 ה-1 $A=[1,0,8,6]$ ה-2 $A=[6,8,1,0]$ ה-3 $A=[0,8,1,6]$ ה-4 $A=[0,1,6,8]$.
 ו. המשך לסעיף ה. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו
 בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה
 ראשונה) הוא: ו-1 11 . ו-2 12 . ו-3 13 . ו-4 14 .
 ז. נתונה השאילתא $a([9,6,5,2,0],A)$. התשובה הראשונה כלפי המשתמש
 היא ז-1 $A=[0,2,5,6,9]$ ז-2 $A=[0,2,6,9,5]$ ז-3 $A=[9,6,5,2,0]$ ז-4
 $A=[2,0,9,6,5]$.
 ח. המשך לסעיף ז. מספר השאילתות כולל החיצונית וכולל הפנימיות שנפתחו
 בפועל (מספר הפעמים שהמחשב התחיל בפועל לסרוק את הקוד החל משורה
 ראשונה) הוא: ח-1 17 . ח-2 18 . ח-3 19 . ח-4 20 .

תשובות א-2 ב-4 ג-2 ד-2 ה-4 ו-3 ז-1 ח-3 .

שאלה 7

לפניך 3 קודים הכתובים בפרולוג, ו 6 אפיונים של תכניות. יש להתאים כל קוד
 לאפיון הנכון.

Code a

$a([X],X).$
 $a([X|Y],Z):-a(Y,Z),Z=<X.$
 $a([X|Y],X):-a(Y,Z),X<Z.$

code b

$a([],[]).$
 $a([X],[]).$
 $a([X,Y|Z],[Y|W]):-a(Z,W).$
 $b([],0).$
 $b([X|Y],Z):-b(Y,W),Z \text{ is } W+X.$
 $c(X,Y):-a(X,Z),b(Z,Y).$

code c

$a([],[],[]).$
 $a([X],[X],[]).$
 $a([X,Y|Z],[X|K],[Y|L]):-a(Z,K,L).$
 $b([X],[X]).$
 $b([X|Y],W):-b(Y,Z),c(X,Z,W).$
 $c(X,[],[X]).$
 $c(X,[Y|Z],[X,Y|Z]):-X=<Y.$
 $c(X,[Y|Z],[Y|W]):-Y<X,c(X,Z,W).$
 $d([X],[X]).$
 $d([X|Y],W):-d(Y,Z),e(X,Z,W).$
 $e(X,[],[X]).$
 $e(X,[Y|Z],[X,Y|Z]):-Y=<X.$
 $e(X,[Y|Z],[Y|W]):-X<Y,e(X,Z,W).$
 $f(X,Y,Z):-a(X,V,W),b(V,Y),d(W,Z).$

. תשובות: a- 4 b- 5 c- 2

Code a

$a([X],X).$
 $a([X|Y],Z):-a(Y,Z),X=<Z.$
 $a([X|Y],X):-a(Y,Z),Z<X.$

code b

$a([],[])$.

$a([X],[X])$.

$a([X,Y|Z],[X|W]):-a(Z,W)$.

$b([],0)$.

$b([X|Y],Z):-b(Y,W),Z \text{ is } W+X$.

$c(X,Y):-a(X,Z),b(Z,Y)$.

code c

$a([],[],[])$.

$a([X],[X],[])$.

$a([X,Y|Z],[X|K],[Y|L]):-a(Z,K,L)$.

$b([X],[X])$.

$b([X|Y],W):-b(Y,Z),c(X,Z,W)$.

$c(X,[],[X])$.

$c(X,[Y|Z],[X,Y|Z]):-X=<Y$.

$c(X,[Y|Z],[Y|W]):-Y<X,c(X,Z,W)$.

$d([X],[X])$.

$d([X|Y],W):-d(Y,Z),e(X,Z,W)$.

$e(X,[],[X])$.

$e(X,[Y|Z],[X,Y|Z]):-Y=<X$.

$e(X,[Y|Z],[Y|W]):-X<Y,e(X,Z,W)$.

$f(X,Y,Z):-a(X,V,W),b(W,Y),d(V,Z)$.

תשובות: a- 3 b- 6 c- 1 .

אפיונים

אפיון 1 : התכנית בעלת 3 שדות. $code(X,Y,Z)$ כאשר X הוא קלט ובו סדרה של מספרים, Y הוא פלט הכולל את איברי X אשר מופיעים במקומות הזוגיים,

לאחר שמינו אותם בסדר עולה, ו-Z פלט הכולל את איברי X אשר מופיעים במקומות האי זוגיים, לאחר שמינו אותם בסדר יורד.
דוגמא: $\text{-code}([1,6,3,4,5,2],P,Q)$.
 $P=[2,4,6],Q=[5,3,1]$

אפיון 2 : התכנית בעלת 3 שדות. $\text{code}(X,Y,Z)$ כאשר X הוא קלט ובו סדרה של מספרים, Y הוא פלט הכולל את איברי X אשר מופיעים במקומות האיזוגיים, לאחר שמינו אותם בסדר עולה, ו-Z פלט הכולל את איברי X אשר מופיעים במקומות הזוגיים, לאחר שמינו אותם בסדר יורד.
דוגמא: $\text{-code}([5,2,3,4,1,6],P,Q)$.
 $P=[1,3,5],Q=[6,4,2]$

אפיון 3 : התכנית בעלת 2 שדות $\text{code}(X,Y)$ כך ש-X הוא קלט הכולל סדרה של מספרים, ו-Y הוא פלט הכולל את האיבר המקסימלי בסדרה X.
דוגמא: $\text{-code}([1,2,3,4],X)$.
 $X=4$

אפיון 4 : התכנית בעלת 2 שדות $\text{code}(X,Y)$ כך ש-X הוא קלט הכולל סדרה של מספרים, ו-Y הוא פלט הכולל את האיבר המינימלי בסדרה X.
דוגמא: $\text{-code}([1,2,3,4],X)$.
 $X=1$

אפיון 5 : התכנית בעלת 2 שדות $\text{code}(X,Y)$ כך ש-X הוא קלט הכולל סדרה של מספרים, ו-Y פלט הכולל את סכום המספרים המופיעים במקומות הזוגיים בלבד: דוגמא: $\text{-code}([1,2,3,4],X)$.
 $X=6=2+4$.

אפיון 6 : התכנית בעלת 2 שדות $\text{code}(X, Y)$ כך ש- X הוא קלט הכולל סדרה של מספרים, ו- Y פלט הכולל את סכום המספרים המופיעים במקומות האיזוגיים בלבד: דוגמא: $\text{code}([1,2,3,4], X)$.
 $X=4=1+3$.