

רשימת חוקי לוגיקה

$$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0 \quad \underline{0,1 \text{ חוקי}(1-4)}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p, \neg(\neg p) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי משלים}(5-7)}$$

$$\underline{0} \equiv 1, \underline{1} \equiv 0, \underline{p \vee q} \equiv \underline{p \wedge q}, \underline{p \wedge q} \equiv \underline{p \vee q} \quad \underline{\text{חוקי דה-מורגן}(8-11)}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p \quad \underline{\text{חוקי אידמפוטנטיות}(12-13)}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \underline{\text{חוקי פלוג}(14-15)}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי בליעה}(16-17)}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \underline{\text{חוקי קבוץ}(18-19)}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \underline{\text{חוקי חלוף}(20-21)}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad \underline{(22) \text{Modus ponens}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad \underline{(23) \text{Modus tolens}}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad \underline{(24) \text{Contrapositia}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad \underline{(25) \text{Transitivity}}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad \text{פרוט(26)}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \text{cut(27)}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \text{גרירה(29)}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{שקילות(30)}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \text{רזולוציה(31)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \text{(32)}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \text{(33)nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \text{(34)nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{(35)xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \text{(36)EG}$$

$\exists R(x) \vdash R(a)$  (37) EP(x/a) בתנאי ש-a שם עצם חדש בשפה

$R(x) \vdash \forall R(x)$  (38) UG בתנאי ש-כל ההופעות של x ב-R חפשיות.

$\forall R(x) \vdash R(t)$  (39) US(x/t) באחת משתי האפשרויות הבאות:  
1. t הוא קבוע כלשהו בשפה. 2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב-R של אף משתנה.

$\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))$  (40) DM

$\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))$  (41) DM

$[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c]$  (42)

יום א יב סיון התשסה, 19-6-2005 .

מבחן סופי בקורס לוגיקה ותכנות לוגי. מועד א. מורה : גיורא דולה. מתרגל :  
רענן שכטר.

משך המבחן שעתים וחצי. המבחן הוא ללא חומר עזר, למעט דפי הנוסחאות  
המצורפים. המחברת משמשת לטייטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן  
אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון. נסה לא לעכב  
אותנו בשאלות שאיננו יכולים לענות אודותן, ולא להתלונן אחרי המבחן כי בגלל  
איזושהי תשובה שקבלת מהמורה/מתרגל, הקפת אפשרות לא נכונה בשאלון.  
המבחן כולל 4 שאלות:

שאלה 1 בת 5 סעיפים משקל כל סעיף 3 נקודות סה"כ 15 נקודות.

שאלה 2 בת 6 סעיפים משקל כל סעיף 3 נקודות סה"כ 18 נקודות.

שאלה 3 בת 17 סעיפים: משקל כל סעיף 3 נקודות סה"כ 51 נקודות

שאלות 1-3 הן אודות פרולוג.

שאלה 4 היא על תחשיב פסוקים והיא בת 10 סעיפים. משקל כל סעיף 3 נקודות  
וסהכ 30 נקודות.

סהכ 114 נקודות ב 38 סעיפים.

בהצלחה.

בכל השאלות הבאות מספר כל לולאה לפי הסדר שבו בוצעה (אך לא בהכרח לפי הסדר שבו הוצהרה)

שאלה 1 טור א  
הבט בקוד הבא:

$p([], [], [])$ .  
 $p([A], [], [A])$ .  
 $p([A|D], [B|E], [A, B|C]) :- p(D, E, C)$ .

ובשאלתא הבאה:

$?-p([k,l,m,n,o], [f,g,h,i,j], X)$ .

והרץ אותה במחברתך. ענה על השאלות הבאות:

א-מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? תשובה:

ב-כמה לולאות פתוחות (שאילתות שעצרו מול שורות של הקוד) יש בשעה שמודפסת התשובה הראשונה?

ג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 1. אם אין כאלו כתוב אין.

ד- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 2. אם אין כאלו כתוב אין.

ה- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 3. אם אין כאלו כתוב אין.

תשובה לשאלה 1 טור א

נעקב אחר בצוע התכנית.

?1- $p([k,l,m,n,o],[f,g,h,i,j],X)$ . line 3,  $A1=k$ ,  $B1=f$ ,

$D1=[l,m,n,o],E1=[g,h,i,j],X=[k,f|C1]$ .

?2-  $p([l,m,n,o],[g,h,i,j],C1)$ . line 3,  $A2=l$ ,  $B2=g$ ,

$D2=[m,n,o],E2=[h,i,j],C1=[l,g|C2]$ .

?3-  $p([m,n,o],[h,i,j],C2)$ . line 3,  $A3=m$ ,  $B3=h$ ,

$D3=[n,o],E2=[i,j],C2=[m,h|C3]$ .

?4-  $p([n,o],[i,j],C3)$ . line 3,  $A4=n$ ,  $B4=i$ ,

$D4=[o],E4=[j],C3=[n,i|C4]$ .

?5-  $p([o],[j],C4)$ . line 3,  $A5=o$ ,  $B5=j$ ,  $D5=[ ]$ ,  $E5=[ ]$ ,  $C4=[o,j|C5]$ .

?6-  $p([ ],[ ],C5)$ . line 1,  $C5=[ ]$ ,  $C4=[o,j]$ ,  $C3=[n,i,o,j]$ ,

$C2=[m,h,n,i,o,j]$ ,  $C1=[l,g,m,h,n,i,o,j]$ ,  $X=[k,f,l,g,m,h,n,i,o,j]$ .

ולכן, נוכל לענות. א- התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא

.6. ב-מספר הלולאות הפתוחות בשעת ההדפסה הוא

ג-רק שאילתא 6 עצרה בשורה 1, ד- אף שאילתא לא עצרה בשורה 2, שאילתות

1,2,3,4,5 עצרו בשורה 3.

שאלה 1 טור ב  
הבט בקוד הבא:

$p([ ], [ ], [ ]) .$   
 $p([ ], [A], [A]) .$   
 $p([B|E], [A|D], [A, B|C]) : -p(E, D, C) .$

ובשאלתא הבאה:

$?-p([k, l, m, n, o], [f, g, h, i, j], X) .$

והרץ אותה במחברתך. ענה על השאלות הבאות:

א-מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? תשובה:

ב-כמה לולאות פתוחות (שאלות שעצרו מול שורות של הקוד) יש בשעה שמודפסת התשובה הראשונה?

ג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 1. אם אין כאלו כתוב אין.

ד- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 2. אם אין כאלו כתוב אין.

ה- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 3. אם אין כאלו כתוב אין.

תשובה לשאלה 1 טור ב

הקוד זהה לקוד של הטור הקודם, למעט העובדה שהחלפנו בין השדות הראשון והשני. לכן נקבל:

א- התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא  $X=[f, k, g, l, h, m, i, n, j, o]$ . ב-מספר הלולאות הפתוחות בשעת ההדפסה הוא 6. ג-רק שאילתא 6 עצרה בשורה 1, ד-אף שאילתא לא עצרה בשורה 2, שאילתות 1,2,3,4,5 עצרו בשורה 3.

שאלה 2 טור א

הבט בקוד הבא בשפת פרולוג.

$a([X],[ ])$ .  
 $a([X|Y],Z):-a(Y,W),b(X,W,Z)$ .  
 $b(X,[ ],[X])$ .  
 $b(X,[Y|Z],[Y|W]):-b(X,Z,W)$ .

ובשאילתא הבאה:

$?-a([1,2,3,4,5],M)$ .

והרץ אותה במחברתך. ענה על השאלות הבאות:

א-מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? תשובה:

ב-כמה לולאות פתוחות (שאילתות שעצרו מול שורות של הקוד) יש בשעה שמודפסת התשובה הראשונה?

ג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 1. אם אין כאלו כתוב אין.

ד- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 2. אם אין כאלו כתוב אין.

ה- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 3. אם אין כאלו כתוב אין.

ו- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 4. אם אין כאלו כתוב אין.

שאלה 2 טור ב

הבט בקוד הבא בשפת פרולוג.



$a([X],[X])$ .

$a([X|Y],Z):-a(Y,W),b(X,W,Z)$ .

$b(X,[],[X])$ .

$b(X,[Y|Z],[Y|W]):-b(X,Z,W)$ .

ובשאלתא הבאה:

?-a([1,2,3,4],M).

והרץ אותה במחברתך. ענה על השאלות הבאות:

א-מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? תשובה:

ב-כמה לולאות פתוחות (שאלות שעצרו מול שורות של הקוד) יש בשעה שמודפסת התשובה הראשונה?

ג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 1. אם אין כאלו כתוב אין.

ד- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 2. אם אין כאלו כתוב אין.

ה- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 3. אם אין כאלו כתוב אין.

ו- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 4. אם אין כאלו כתוב אין.

תשובה לשאלה 2 טור א

נעקב אחר בצוע התכנית.

?1-a([1,2,3,4,5],M), line 2.  $X_1=1$ ,  $Y_1=[2,3,4,5]$ ,  $M=Z_1$ ,

?2-a([2,3,4,5],W1), line 2.  $X_2=2$ ,  $Y_2=[3,4,5]$ ,  $W_1=Z_2$ ,

?3-a([3,4,5],W2), line 2.  $X_3=3$ ,  $Y_3=[4,5]$ ,  $W_2=Z_3$ ,

?4-a([4,5],W3), line 2.  $X_4=4$ ,  $Y_4=[5]$ ,  $W_3=Z_4$ ,

?5-a([5],W4), line 1.  $W_4=[]$ ,

?6-b(4,[ ],W3), line 3.  $W3=[4]$ ,  
 ?7-b(3,[4],W2), line 4.  $X7=3$ ,  $Y7=4$ ,  $Z7=[ ]$ ,  $W2=[4|W7]$ ,  
 ?8-b(3,[ ],W7), line 3.  $W7=[3]$ ,  $W2=[4,3]$ ,  
 ?9-b(2,[4,3],W1), line 4.  $X9=2$ ,  $Y9=4$ ,  $Z9=[3]$ ,  $W1=[4|W9]$ ,  
 ?10-b(2,[3],W9), line 4.  $X10=2$ ,  $Y10=3$ ,  $Z10=[ ]$ ,  $W9=[3|W10]$ ,  
 ?11-b(2,[ ],W10), line 3.  $W10=[2]$ ,  $W9=[3,2]$ ,  $W1=[4,3,2]$ ,  
 ?12-b(1,[4,3,2],Z1), line 4.  $X12=1$ ,  $Y12=4$ ,  $Z12=[3,2 ]$ ,  
 $Z1=[4|W12]$ ,  
 ?13-b(1,[3,2],W12), line 4.  $X13=1$ ,  $Y13=3$ ,  $Z13=[2]$ ,  
 $W12=[3|W13]$ ,  
 ?14-b(1,[2],W13), line 4.  $X14=1$ ,  $Y14=2$ ,  $Z14=[ ]$ ,  $W13=[2|W14]$ ,  
 ?15-b(1,[ ],W14), line 3.  $W14=[1]$ ,  $W13=[2,1]$ ,  $W12=[3,2,1]$ ,  
 $Z1=[4,3,2,1]$ ,  $M=[4,3,2,1]$ .

ולכן נקבל תשובות. א- $M=[4,3,2,1]$ , ב. 15 לולאות פתוחות בשעת הדפסת  
 התשובה, ג. השאילתא ה-5 עצרה בשורה ראשונה, ד- השאילתות שמספריהן  
 1,2,3,4 עצרו בשורה 2, ה-השאילתות שמספריהן 6,8,11,15 עצרו בשורה 3,  
 השאילתות שמספריהן 7,9,10,12,13,14 עצרו בשורה 4.

תשובה לשאלה 2 טור ב

נעקב אחר בצוע התכנית.

?1-a([1,2,3,4],M). line 2.  $X1=1$ ,  $Y1=[2,3,4]$ ,  $M=Z1$ ,  
 ?2-a([2,3,4],W1), line 2.  $X2=2$ ,  $Y2=[3,4]$ ,  $W1=Z2$ ,  
 ?3-a([3,4],W2), line 2.  $X3=3$ ,  $Y3=[4]$ ,  $W2=Z3$ ,  
 ?4-a([4],W3), line 1.  $W3=[4]$ ,  
 ?5-b(3,[4],W2), line 4.  $X5=3$ ,  $Y5=4$ ,  $Z5=[ ]$ ,  $W2=[4|W5]$ ,  
 ?6-b(3,[ ],W5), line 3.  $W5=[3]$ ,  $W2=[4,3]$ ,  
 ?7-b(2,[4,3],W1), line 4.  $X7=2$ ,  $Y7=4$ ,  $Z7=[3]$ ,  $W1=[4|W7]$ ,  
 ?8-b(2,[3],W7), line 4.  $X8=2$ ,  $Y8=3$ ,  $Z8=[ ]$ ,  $W7=[3|W8]$ ,  
 ?9-b(2,[ ],W8), line 3.  $W8=[2]$ ,  $W7=[3,2]$ ,  $W1=[4,3,2]$ ,

?10-b(1,[4,3,2],Z1), line 4. X10=1, Y10=4, Z10=[3,2],  
 Z1=[4|W10],  
 ?11-b(1,[3,2],W10), line 4. X11=1, Y11=3, Z11=[2],  
 W10=[3|W11],  
 ?12-b(1,[2],W11), line 4. X12=1, Y12=2, Z12=[ ], W11=[2|W12],  
 ?13-b(1,[ ],W12), line 3. W12=[1], W11=[2,1], W10=[3,2,1],  
 Z1=[4,3,2,1],M=[4,3,2,1].

ולכן נקבל תשובות. א-M=[4,3,2,1], ב. 13 לולאות פתוחות בשעת הדפסת  
 התשובה, ג. השאילתא ה-4 עצרה בשורה ראשונה, ד- השאילתות שמספריהן  
 1,2,3 עצרו בשורה 2, ה-השאילתות שמספריהן 6,9,13 עצרו בשורה 3,  
 השאילתות שמספריהן 5,7,8,10,11,12 עצרו בשורה 4.

נשים לב כי העץ של טור ב זהה כמעט לגמרי לעץ של טור א, למעט שני עלים,  
 שמספריהם בטור א הם 5,6. לכן המספור של כל השאילתות מעבר למספר 4,  
 ירד ב-2.

שאלה 3

הבט בקוד הבא:

```
a([X],[ ]).%1
a([X|Y],Z):-b(Y,Z).%2
b([X],[ ]).%3
b([X|Y],Z):-c(Y,Z).%4
c([X],[X]).%5
c([X|Y],[X|Z]):-a(Y,Z).%6
d([ ],[ ]).%7
d([X|Y],Z):-d(Y,U),e(X,U,Z).%8
e(X,[ ],[X]).%9
e(X,[Y|Z],[Y|U]):-e(X,Z,U).%10
f([ ],[ ]).%11
f([X|Y],[X|Z]):-g([X|Y],Z).%12
g([ ],[ ]).%13
g([X|Y],[X|Z]):-f(Y,Z).%14
```

$h(X, Y) := a(X, Z), d(Z, U), f(U, Y).$  % 15

ובשאלתא הבאה:

$h([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12], M).$

והרץ אותה במחברתך. ענה על השאלות הבאות:

א-מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? תשובה:

ב-כמה לולאות פתוחות (שאלות שעצרו מול שורות של הקוד) יש בשעה שמודפסת התשובה הראשונה?

ג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 1. אם אין כאלו כתוב אין.

ד- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 2. אם אין כאלו כתוב אין.

ה- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 3. אם אין כאלו כתוב אין.

ו- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 4. אם אין כאלו כתוב אין.

ז- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 5 אם אין כאלו כתוב אין.

ח- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 6. אם אין כאלו כתוב אין.

ט- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 7. אם אין כאלו כתוב אין.

י- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 8 אם אין כאלו כתוב אין.

יא- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 9. אם אין כאלו כתוב אין.

יב- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 10 אם אין כאלו כתוב אין.

יג- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 11 אם אין כאלו כתוב אין.

יז- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 12. אם אין כאלו כתוב אין.

יח- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 13 אם אין כאלו כתוב אין.

יט- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 14. אם אין כאלו כתוב אין.

יז- כתוב את מספרי הלולאות שעצרו בשורה 15. אם אין כאלו כתוב אין.

תשובה:

נעקב אחר בצוע התכנית.

?1-  $h([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],M)$ . line 15, $M=Y1$ .

?2-  $a([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z1)$ . line

2, $X2=1,Y2=[2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z1=Z2$ .

?3-  $b([2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z2)$ . line

4, $X3=2,Y3=[3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z2=Z3$ .

?4-  $c([3,4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z3)$ . line

6, $X4=3,Y4=[4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z3=[3|Z4]$ .

?5-  $a([4,5,6,7,8,9,10,11,12],Z4)$ . line

2, $X5=4,Y5=[5,6,7,8,9,10,11,12],Z4=Z5$ .

?6-  $b([5,6,7,8,9,10,11,12],Z5)$ . line

4, $X6=5,Y6=[6,7,8,9,10,11,12],Z5=Z6$ .

?7-  $c([6,7,8,9,10,11,12],Z6)$ . line

6, $X7=6,Y7=[7,8,9,10,11,12],Z6=[6|Z7]$ .

?8-  $a([7,8,9,10,11,12],Z7)$ . line 2, $X8=7,Y8=[8,9,10,11,12],Z7=Z8$ .

?9-  $b([8,9,10,11,12],Z8)$ . line 4, $X9=8,Y9=[9,10,11,12],Z8=Z9$ .

?10-  $c([9,10,11,12],Z9)$ . line

6, $X10=9,Y10=[10,11,12],Z9=[9|Z10]$ .

?11-  $a([10,11,12],Z10)$ . line 2, $X11=10,Y11=[11,12],Z10=Z11$ .

?12-  $b([11,12],Z11)$ . line 4, $X12=11,Y12=[12],Z11=Z12$ .

?13-  $c([12],Z12)$ . line

5, $Z12=[12],Z11=[12],Z10=[12],Z9=[9,12],Z8=[9,12],Z7=[9,12]$ ,

$Z_6=[6,9,12].Z_5=[6,9,12],Z_4=[6,9,12],Z_3=[3,6,9,12]=Z_2=Z_1.$

?14-  $d([3,6,9,12],U_1).$

נשים לב כי הקוד של היחסים d,e דומה מאד לקוד של היחסים a,b שבשאלה הקודמת (בכל הטורים). ולכן נוכל לעקב יותר בקלות:

?14-  $d([3,6,9,12],U_1).line\ 8,X_{14}=3,Y_{14}=[6,9,12],$

?15-  $d([6,9,12],U_{14}).line\ 8,X_{15}=6,Y_{15}=[9,12],$

?16-  $d([9,12],U_{15}).line\ 8,X_{16}=9,Y_{15}=[12],$

?17-  $d([12],U_{16}).line\ 8,X_{17}=12,Y_{16}=[ ],$

?18-  $d([ ],U_{17}).line\ 7,U_{17}=[ ].$

?19-  $e(12,[ ],U_{16}).line\ 9,U_{16}=[12].$

?20-  $e(9,[12],U_{15}).line\ 10,X_{20}=9,Y_{20}=12,Z_{20}=[ ],U_{15}=[12|U_{20}].$

?21-  $e(9,[ ],U_{20}).line\ 9,U_{20}=[9],U_{15}=[12,9].$

?22-  $e(6,[12,9],U_{14}).line$

$10,X_{22}=6,Y_{22}=12,Z_{22}=[9],U_{14}=[12|U_{22}].$

?23-  $e(6,[9],U_{22}).line\ 10,X_{23}=6,Y_{23}=9,Z_{23}=[ ],U_{22}=[9|U_{23}].$

?24-  $e(6,[ ],U_{23}).line\ 9,U_{23}=[6],U_{22}=[9,6],U_{14}=[12,9,6].$

?25-  $e(3,[12,9,6],U_1).line$

$10,X_{25}=12,Y_{25}=[9,6],Z_{25}=[9,6],U_1=[12|U_{25}].$

?26-  $e(3,[9,6],U_{25}).line\ 10,X_{26}=3,Y_{26}=9,Z_{26}=[6],U_{25}=[9|U_{26}].$

?27-  $e(3,[6],U_{26}).line\ 10,X_{27}=3,Y_{27}=6,Z_{27}=[ ],U_{26}=[6|U_{27}].$

?28-  $e(3,[ ],U_{27}).line$

$9,U_{27}=[3],U_{26}=[6,3],U_{25}=[9,6,3],U_1=[12,9,6,3].$

?29-  $f([12,9,6,3],Y_1).line\ 12,X_{29}=12,Y_{29}=[9,6,3],Y_1=[12|Z_{29}].$

?30-  $g([12,9,6,3],Z_{29}).line\ 14,X_{30}=12,$

$Y_{30}=[9,6,3],Z_{29}=[12|Z_{30}].$

?31-  $f([9,6,3],Z_{30}).line\ 12,X_{31}=9,Y_{31}=[6,3],Z_{30}=[9|Z_{31}].$

?32-  $g([9,6,3],Z_{31}).line\ 14,X_{32}=9,Y_{32}=[6,3],Z_{31}=[9|Z_{32}].$

?33-  $f([6,3],Z_{32}).line\ 12,X_{33}=6,Y_{33}=[3],Z_{32}=[6|Z_{33}].$

?34-  $g([6,3],Z_{33}).line\ 14,X_{34}=6,Y_{34}=[3],Z_{33}=[6|Z_{34}].$

?35-  $f([3],Z_{34}).line\ 12,X_{35}=3,Y_{35}=[ ],Z_{34}=[3|Z_{35}].$

?34-  $g([3],Z_{35}).line\ 14,X_{36}=3,Y_{36}=[ ],Z_{35}=[3|Z_{36}].$

?35-  $f([ ],Z_{36}).line\ 11,Z_{36}=[$

$],Z_{35}=[3],Z_{34}=[3,3],Z_{33}=[6,3,3],Z_{32}=[6,6,3,3],$

$Z_{31}=[9,6,6,3,3],Z_{30}=[9,9,6,6,3,3],Z_{29}=[12,9,9,6,6,3,3],Y_1=[12,12,$

$9,9,6,6,3,3]=M.$

וכעת נוכל לענות. א-התשובה היא  $M=[12,12,9,9,6,6,3,3]$ . ב-35 לולאות פתוחות. ג-שורה 1 אין. ד-שורה 2 2,5,8,11. ה-שורה 3-אין. ו-שורה 4 - 3,6,9,12

#### שאלה 4

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \exists X \exists Y [K(X, Y)].$$

$$2. \forall X \forall Y [K(X, Y) \rightarrow \overline{K(Y, X)}].$$

$$3. \forall X \forall Y \forall Z [\{K(X, Y) \wedge K(Y, Z) \wedge K(Z, W) \wedge (W = X)\} \rightarrow (X = Y)].$$

השאלות הבאות מתייחסות לשפה של 1-3. ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. קים מודל לשפה זו. נכון-לא נכון.

ב. קים לשפה זו מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.

ג. קים לשפה זו מודל בן שלשה איברים. נכון-לא נכון.

ד. קים לשפה זו מודל בן ארבעה איברים. נכון-לא נכון.

ה. בכל מודל של השפה מתקים הפסוק הבא:

$$\forall X \forall Y \forall Z [K(X, Z) \wedge K(Y, Z) \rightarrow (X = Y)].$$

נכון-לא נכון.

ו. בכל מודל של השפה מתקים הפסוק הבא:

$$\forall X \forall Y \forall Z [K(X, Y) \wedge K(X, Z) \rightarrow (Y = Z)].$$

נכון-לא נכון.

נוסיף לשפה את הדרישה הבאה.

$$4. \forall X \exists Y [K(X, Y)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה 1-4. ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

ז. המודל הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-3 אך לא את השפה 1-4 מספר איבריו הוא: 0-0 (אין כזה מודל), א-1, ב-2, ג-3, ד-4, ה-5, ו-6, ז-7, ח-8, ט-יותר מ-8.

ח. בכל מודל של השפה מתקים הפסוק הבא:



$$\forall X \forall Y \forall Z [K(X, Z) \wedge K(Y, Z) \rightarrow (X = Y)].$$

נכון-לא נכון.

ט. בכל מודל של השפה מתקים הפסוק הבא:

$$\forall X \forall Y \forall Z [K(X, Y) \wedge K(X, Z) \rightarrow (Y = Z)].$$

נכון-לא נכון.

י. המודל הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-4 מספר איבריו הוא: 0-0 (אין כזה מודל), א-1, ב-2, ג-3, ד-4, ה-5, ו-6, ז-7, ח-8, ט-יותר מ-8.

נוסיף לשפה את הדרישה הבאה.

$$5. \forall X \forall Y \forall Z [K(X, Z) \wedge K(Y, Z) \rightarrow (X = Y)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה 1-5. ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

יא. המודל הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-4 אך לא את השפה 1-5 מספר איבריו הוא: 0-0 (אין כזה מודל), א-1, ב-2, ג-3, ד-4, ה-5, ו-6, ז-7, ח-8, ט-יותר מ-8.

יב. בכל מודל של השפה מתקים הפסוק הבא:

$$\forall X \forall Y \forall Z [K(X, Y) \wedge K(X, Z) \rightarrow (Y = Z)].$$

נכון-לא נכון.

יג. המודל הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-5 מספר איבריו הוא: 0-0 (אין כזה מודל), א-1, ב-2, ג-3, ד-4, ה-5, ו-6, ז-7, ח-8, ט-יותר מ-8.

נוסיף את האקסיומה

$$6. \forall X \forall Y \forall Z [K(X, Y) \wedge K(X, Z) \rightarrow (Y = Z)].$$

יד. המודל הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-5 אך לא את השפה 1-6 מספר איבריו הוא: 0-0 (אין כזה מודל), א-1, ב-2, ג-3, ד-4, ה-5, ו-6, ז-7, ח-8, ט-9, י-10, יא-יותר מ-10.

תשובה לשאלה 4

נביט על אקסיומה 1. קימים  $a \sqsubseteq b$  כך ש  $K(a, b)$ . לפי אקסיומה 2 נדרוש כי  $K(b, a)$  לא נכון. מה אודות  $K(a, a), K(b, b)$ ? הם לא יכולים להתקים לפי אקסיומה 2. לכן קבלנו מודל יחיד אשר מקים את אקסיומות 1-2. האם המודל מקים את אקסיומה 3? עלינו להציב במקום  $x, y, z, w$  את  $a, b$  סהכ 16 הצבות. אם  $x=y=z=w=a$  אז מה שלפני החץ הוא שקר, ולכן הגרירה אמיתית. כנ"ל אם כלם שווים  $b$ . ננסה לעשות את הארבעה שונים נניח כי  $x=a, y=b$  אז מה שלא

נבחר עבור  $z$  נקבל כי מה שלפני החץ לא נכון, ולכן הגרירה נכונה. לכן קבלנו לשפה מודל יחיד בן שני איברים.

$$U=\{a,b\}, K=\{(a,b)\}$$

ננסה למצוא מודלים נוספים. נביט במודלים הבאים בני שני איברים:

$$U=\{a,b,c\}, K=\{(a,b),K(a,c)\}$$

$$U=\{a,b,c\}, K=\{(a,c),K(b,c)\}$$

ולכן קבלנו עוד שני מודלים לשפה 1-3. נמצא מודל בן 4 איברים:

$$U=\{a,b,c,d\}, K=\{(a,b),K(b,c),K(c,d)\}$$

קל לראות כי גם המודלים בני 3 ו-4 איברים הם אכן מודלים לשפה.

כעת נענה על השאלות. א,ב,ג,ד-כן, המודל השני (הראשון בן שלשה איברים) סותר את ו והשלישי ( השני בן שלשה איברים) סותר את ה, ולכן נסכמ:א,ב,ג,ד-, כן, ה,ו-לא.

נוסיף את אקסיומה 4. כל המודלים הקודמים נופלים. במודל הראשון אין  $K(b,-)$  ( בשני והשלישי אין  $K(c,-)$  וברביעי אין  $K(d,-)$ . ננסה לשפץ את המודלים. אם למודל בין שני האיברים נוסיף את היחס  $K(b,a)$  נקבל סתירה לאקסיומה 2. אם במודל הראשון בן שלשה איברים ננסה לשפץ על ידי תוספת של  $K(b,c)$ , עדין נצטרך את  $K(c,-)$  ולא נוכל לשים אף איבר, ולכן המודל איננו ניתן לשפוך. ננסה את לשפץ את המודל האחר בעל שלשה איברים. שוב יש בעיה עם  $K(c,-)$ . את המודל בן ארבעת האיברים כן ניתן לשפץ על ידי הוספת  $K(d,-)$ ? הוספת  $K(d,c)$  סותרת את אקסיומה 2, הוספת  $K(d,b)$  סותרת את אקסיומה 3, ולכן המודל היחיד האפשרי בן ארבעה איברים הוא:

$$U=\{a,b,c,d\}, K=\{(a,b),K(b,c),K(c,d), K(d,a)\}$$

לכן נוכל לענות חלקית על הסעיפים הבאים.

ז-2, י-5. ננסה לבנות מודלים אשר יסתרו את שאלות ה,ט.

$$U=\{a,b,c,d,e\}, K=\{(a,b),K(b,c),K(c,d), K(d,a),K(e,a)\}$$

$$U=\{a,b,c,d,b'\}, K=\{(a,b),K(b,c),K(c,d), K(d,a),K(a,b'),K(b',c)\}$$

המודל הראשון מבין השניים שהוספנו סותר את תכונה ח על ידי בחירת  $x=d, y=e, z=a$ . המודל השני גם הוא סותר את ח על ידי בחירת  $x=b, z=b', z=c$ , אבל סותר גם את ט על ידי בחירת  $x=a, y=b, z=b'$ . לכן נסכם ז-2, ח, ט-לא י-5.

כעת נביט על השפה 1-5. המודל בן 5 האיברים של השפה 1-4 מקים גם את אקסיומה 5. לכן נקבל יג-5. שני המודלים בני 6 האיברים שנזכרו עבור השפה 1-5 לא מקימים את 1-6, ולכן נקבל יא-6. נבנה מודל של 1-5 אשר איננו מקים את השפה 1-6. האיברים יהיו  $\{0,1,2,3,4,\dots,i,2i,3i,\dots\}$ , המספרים המרוכבים במישור ונגדיר יחס  $K(x,y) \equiv (x < y)$ . אז  $x=0, y=1, z=i$  מקימים את הנחות אקסיומה 6 אך לא את מסקנתה. לכן יב-לא. נשים לב כי מודל של 1-5 אשר אינו מקים את אקסיומה 6, חייב להיות אינסופי, כי כל סגירת שרשרת במקום סופי תגרור סתירה לאקסיומה 5, ולכן נקבל יז-יא. ולסכום עד כאן. א,ב,ג,ד,-כן, ה,ו-לא. ז-2, ח,ט-לא י-5. יא-6, יב-לא, יג-5, יד-יא.

חלוקה לטורים:

טור א: א, ג, ה, ז, ט, י, יא, יב, יג, יד. תשובות כן, כן, לא, 2, לא, 5, 6, לא, 5, יא.

טור ב: ב, ד, ו, ז, ח, י, יא, יב, יג, יד. תשובות: כן, כן, לא, 2, לא, 5, 6, לא, 5, יא. (אותן תשובות).