



מבחן סוף בקורס לוגיקה ותכנות לוגי.

מועד ב יום ב יח אלול התשס"ו, 11-9-2006 .

- מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.
- משך המבחן שעתים וחצי.
- המבחן הוא ללא חומר עזר וללא מחשבוני, למעט דפי הנוסחאות המצורפים.
- המחברת משמשת לטיוטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון, או על ידי כתיבת תשובה בשאלון.
- המבחן כולל 4 שאלות. על כלן יש לענות בגוף השאלון.
- שאלה ראשונה בת 5 סעיפים השוים 8 נקודות כל-אחד, סה"כ 40 נקודות ועוסקת במודלים.
- שאלה שנייה בת משקל 25 נקודות. ועוסקת בלוגיקה.
- שאלה 3 שאלת מעקב בפרולוג בת 20 סעיפים, כל אחד שווה נקודה סה"כ 20 נקודות.
- שאלה 4 כוללת כתיבת קוד פרולוג ומשקלה 20 נקודות

בהצלחה.

שאלה 1. מודלים.

נתונה רשימה של פסוקים:

$$1. \exists X \exists Y \exists Z (K(X, Y, Z)).$$

$$2. \forall X \forall Y \forall Z [K(X, Y, Z) \rightarrow \{\overline{K(X, Z, Y)} \wedge \overline{K(Y, Z, X)} \wedge \overline{K(Y, X, Z)} \wedge \overline{K(Z, X, Y)} \wedge \overline{K(Z, Y, X)}\}].$$

$$3. \forall X \forall Y \exists Z \exists W [(K(X, Z, W) \wedge (X \neq Y)) \rightarrow \overline{K(Y, Z, W)}].$$

$$4. \forall X \forall Y \forall Z \forall W \forall U \forall V [(K(X, Z, W) \wedge K(Y, U, V)) \rightarrow (\exists P \exists Q (K(X, P, Q) \wedge K(Y, P, Q)))].$$

א. כתוב כאן מודל מינימלי. המקימים את תכונות 1-4.

נביט על התכונה הבאה:

$$5. \exists U \exists V \exists W \exists X \exists Y \exists Z (K(U, V, W) \wedge K(X, Y, Z) \wedge (U \neq X)).$$

ב. כתוב כאן מודל מינימלי. המקימים את תכונות 1-5.

ג. כתוב כאן מודל מינימלי אשר מקימים את תכונות 1-4 אך לא את תכונות 1-5.

נביט על התכונה הבאה:

$$6. \exists U \exists V \exists W \exists X \exists Y \exists Z \exists P \exists Q \exists R (K(U, V, W) \wedge K(X, Y, Z) \wedge K(P, Q, R) \wedge (P \neq X) \wedge (U \neq X) \wedge (P \neq U)).$$

ד. כתוב כאן מודל מינימלי. המקימים את תכונות 1-6.

ה. כתוב כאן מודל מינימלי אשר מקים את תכונות 1-5 אך לא את תכונות 1-6.

שאלה 2. לוגיקה

הוכח כי המערכת המכילה את הקשרים אחוד וחתוך (\wedge, \vee) איננה מערכת שלמה.

שאלה 3, פרולוג.

הבט בקוד הבא

$a([X],[X]).\% 1$
 $a([X,Y],[X]).\% 2$
 $a([X,Y,Z],[X]).\% 3$
 $a([X,Y,Z|W],[X|K]):-a(W,K).\% 4$
 $b([X],[]).\% 5$
 $b([X,Y],[Y]).\% 6$
 $b([X,Y,Z],[Y]).\% 7$
 $b([X,Y,Z|W],[Y|K]):-b(W,K).\% 8$
 $c([X],[]).\% 9$
 $c([X,Y],[]).\% 10$
 $c([X,Y,Z],[Z]).\% 11$
 $c([X,Y,Z|W],[Z|K]):-c(W,K).\% 12$
 $d([],[],[],[]).\% 13$
 $d([],[],[X],[X]).\% 14$
 $d([X],[],[Y],[X,Y]).\% 15$
 $d([X|A],[Y|B],[Z|C],[X,Y,Z|D]):-d(A,B,C,D).\% 16$
 $e(X,Y):-a(X,U),b(X,V),c(X,W),d(V,W,U,Y).\% 17$

ונתונה השאילתא:

$e([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11],A).$

זכור כי תנועה היא פתיחת שאילתא פנימית או חיצונית אשר מבצעת חפוש לאורך הקוד ועוצרת מול שורת קוד מתאימה. לכל סעיף, כתוב את השאילתא המתאימה, ומול איזו

שורת קוד היא עוצרת. באם התכנית כלה עצרה והדפיסה, הנח שתקתק הסימן ; ושהתכנית המשיכה לרוץ.

1-תנועה ראשונה.

2. תנועה שניה.

3-תנועה שלישית.

4. תנועה רביעית.

5-תנועה חמישית.

6. תנועה שישית.

7-תנועה שביעית.

8. תנועה שמינית.

9. תנועה תשיעית.

10. תנועה עשירית.

11-תנועה אחד עשר.

12. תנועה שנים עשר.

13-תנועה שלש עשר.

14. תנועה ארבע עשר.

15-תנועה חמש עשר.

16. תנועה שש עשר.

17. תנועה שבע עשר.

18. תנועה שמונה עשר.

19. תנועה תשעה עשר.

20. מהו הפלט הראשון כלפי המשתמש? אם אין כזה רשום שאין.

רשם כאן קוד פרולוג בן 4 שורות אשר מבצע בדיוק את מה שמבצע הקוד הנתון בשאלה.

תשובות

א-1 מודל מינימלי:

$$R(a,k,l), U=\{a,k,l\}.$$

1-ב,ג אקסיומה 5 דורשת שתהינה שתי שלשות שונות. המודל הקודם נופל ומקבלים מודל מינימלי:

$$R(a,k,l), R(a,m,n), R(b,m,n), R(b,l,k), U=\{a,b,k,l,m,n\}$$

1-ד,ה המודל הקודם נופל ומקבלים מודל מינימלי:

$$R(a,k,l), R(a,m,n), R(b,m,n), R(b,l,k), R(c,m,n), R(c,n,l), U=\{a,b,k,l,m,n\}$$

2. באינדוקציה על עומק העץ, תמיד יוצא $f(0,0)=1, f(1,1)=1$ ולמשל אי אפשר לקבל את הקשרים של שפר על ידי המערכת.

תשובה 3

תנועה ראשונה

$$e([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11], A).$$

עוצרת בשורה 17.

תנועה שניה

$a([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 4

תנועה שלישית

$a([4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 4

תנועה רביעית

$a([7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 4

תנועה חמישית

$a([10,11],A)$.

עוצרת בשורה 2

תנועה ששית

$b([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 8

תנועה שביעית

$b([4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 8

תנועה שמינית

$b([7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 8

תנועה תשיעית

$b([10,11],A)$.

עוצרת בשורה 6

תנועה עשירית

$c([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 12

תנועה 11

$c([4,5,6,7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 12

תנועה 12

$c([7,8,9,10,11],A)$.

עוצרת בשורה 12

תנועה 13

$c([10,11],A)$.

עוצרת בשורה 10

תנועה 14

$d([2,5,8,11],[3,6,9],[1,4,7,10],Y)$.

עוצרת בשורה 16

תנועה 15

$d([5,8,11],[6,9],[4,7,10],Y)$.

עוצרת בשורה 16

תנועה 16

$d([8,11],[9],[7,10],Y)$.

עוצרת בשורה 16

תנועה 17

$d([11],[],[10],Y)$.

עוצרת בשורה 15

פלט ראשון למשתמש:

$A=[2,3,1,5,6,4,8,9,7,11,10]$.

תשובה 4

$f([X],[X]).\%1$

$f([X,Y],[Y,X]).\%2$

$f([X,Y,Z],[Y,Z,X]).\%3$

$f([X,Y,Z|W],[Y,Z,X|U]):-f(W,U).\%4$

תשובה אחרת (יותר טובה-תודה ללינור):

$f([],[]).\%1$

$f([X],[X]).\%2$

$f([X,Y],[Y,X]).\%3$

$f([X,Y,Z|W],[Y,Z,X|U]):-f(W,U).\%4$

רשימת חוקי לוגיקה

$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0$ חוקי (1-4) 0,1

$p \vee \neg p \equiv 1, p \wedge \neg p \equiv 0, \neg(\neg p) \equiv p$ חוקי משלים (5-7)

$0 \equiv 1, 1 \equiv 0, p \vee q \equiv p \wedge q, p \wedge q \equiv p \vee q$ חוקי דה-מורגן (8-11)

$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p$ חוקי אידמפוטנטיות (12-13)

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ חוקי פלוג (14-15)

$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p$ חוקי בליעה (16-17)

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ חוקי קבוץ (18-19)

$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p$ חוקי חלוף (20-21)

$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q$ (22) Modus ponens

$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p$ (23) Modus tolens

$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p]$ (24) Contrapositia

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ (25) Transitivity

$(p \wedge q) \rightarrow p, (p \wedge q) \rightarrow q$ (26) פרוט

$[(p \vee q) \wedge \bar{p}] \rightarrow q$ cut (27)

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \text{גרירה(29)}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{שקילות(30)}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \text{חולוציה(31)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \text{(32)}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \text{(33)nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \text{(34)nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{(35)xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \text{(36)EG}$$

$$\exists R(x) \vdash R(a) \quad \text{בתנאי ש-} a \text{ שם עצם חדש בשפה} \quad \text{(37)EP(x/a)}$$

(38)UG $R(x) \vdash \forall R(x)$ בתנאי ש-כל ההופעות של x ב- R חפשיות.

(39)US(x/t) $\forall R(x) \vdash R(t)$ באחת משתי האפשרויות הבאות:

1. t הוא קבוע כלשהו בשפה. 2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב- R של אף משתנה.

(40)DM $\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))$

(41)DM $\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))$

(42) $[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c]$