

רשימת חוקי לוגיקה

$$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0 \quad \underline{0,1 \text{ חוקי}(1-4)}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p, \neg(\neg p) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי משלים}(5-7)}$$

$$\underline{0} \equiv 1, \underline{1} \equiv 0, \underline{p \vee q} \equiv \underline{p \wedge q}, \underline{p \wedge q} \equiv \underline{p \vee q} \quad \underline{\text{חוקי דה-מורגן}(8-11)}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p \quad \underline{\text{חוקי אידמפוטנטיות}(12-13)}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \underline{\text{חוקי פלוג}(14-15)}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי בליעה}(16-17)}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \underline{\text{חוקי קבוץ}(18-19)}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \underline{\text{חוקי חלוף}(20-21)}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad \underline{(22) \text{Modus ponens}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad \underline{(23) \text{Modus tolens}}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad \underline{(24) \text{Contrapositia}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad \underline{(25) \text{Transitivity}}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad \text{פרוט(26)}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \text{cut(27)}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \text{גרירה(29)}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{שקילות(30)}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \text{רזולוציה(31)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \text{(32)}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \text{(33)nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \text{(34)nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{(35)xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \text{(36)EG}$$

$\exists R(x) \vdash R(a)$ (37)EP(x/a) בתנאי ש-a שם עצם חדש בשפה

$R(x) \vdash \forall R(x)$ (38)UG בתנאי ש-כל ההופעות של x ב-R חפשיות.

$\forall R(x) \vdash R(t)$ (39)US(x/t) באחת משתי האפשרויות הבאות:
1. t הוא קבוע כלשהו בשפה. 2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב-R של אף משתנה.

$\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))$ (40)DM

$\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))$ (41)DM

יום א ט מרחשון התשס"ה, 24-10-2004 .

מבחן בקורס לוגיקה ותכנות לוגי. מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.
מועד ג.

משך המבחן שעתים וחצי. המבחן הוא ללא חומר עזר, למעט דפי הנוסחאות
המצורפים. המחברת משמשת לטייטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן
אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה, או כתיבת תשובה קצרה בגוף
השאלון. נסה לא לעכב אותנו בשאלות שאיננו יכולים לענות אודותן, ולא
להתלונן אחרי המבחן כי בגלל איזושהי תשובה שקבלת מהמורה/מתרגל, הקפת
אפשרות לא נכונה בשאלון.

המבחן כולל 3 שאלות. כלן חובה.

שאלה 1 היא בנושא תחשיב פסוקים ולה 23 סעיפים במשקל 2 נקודות כ"א.
סה"כ 46 נקודות.

שאלה 2 היא בנושא פרולוג ולה 20 סעיפים במשקל 2 נקודות כ"א. סה"כ 40
נקודות.

שאלה 3 היא בנושא פרולוג ולה 2 סעיפים במשקל 7 נקודות כ"א. סה"כ 14
נקודות.

בהצלחה.

שאלה 1

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \exists x \exists y [K(x, y)].$$

$$2. \forall x \exists y [K(x, y)].$$

$$3. \forall x \forall y [K(x, y) \rightarrow \overline{K(y, x)}].$$

השאלות הבאות מתיחסות לאקסיומות 1-3 בלבד. השפה פרושה אקסיומות 1-3.

- א. קים לשפה מודל בן אבר אחד נכון-לא נכון.
- ב. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.
- ג. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני שלשה איברים לשפה הוא : ג-0 אין בכלל מודל כזה, ג-1 יש מודל יחיד כזה, ג-2 שני מודלים כאלה, ג-3 שלשה מודלים כאלה, ג-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.
- ד. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני ארבעה איברים לשפה הוא : ד-0 אין בכלל מודל כזה, ד-1 יש מודל יחיד כזה, ד-2 שני מודלים כאלה, ד-3 שלשה מודלים כאלה, ד-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.

נוסיף כעת את אקסיומה 4.

$$4. \forall x \exists y [S(x, y)].$$

מעכשיו השפה כוללת את אקסיומות 1-4 .

- ה. קים לשפה מודל בן אבר אחד נכון-לא נכון.
ו. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.
ז. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני שלשה איברים לשפה הוא : ז-0 אין בכלל מודל כזה, ז-1 יש מודל יחיד כזה, ז-2 שני מודלים כאלה, ז-3 שלשה מודלים כאלה, ז-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.
ח. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני ארבעה איברים לשפה הוא : ח-0 אין בכלל מודל כזה, ח-1 יש מודל יחיד כזה, ח-2 שני מודלים כאלה, ח-3 שלשה מודלים כאלה, ח-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.
ט. המודל בעל מספר האיברים הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-3 אך לא את השפה 1-4 מספר איבריו הוא: ט-0 אין בכלל מודל כזה, ט-1 יש מודל בעל אבר אחד, ט-2 מודל בן שני איברים, ט-3 בן שלשה איברים, ט-4 מודל בן יותר משלשה איברים.

נוסיף כעת את אקסיומה 5.

$$5. \forall x \forall y \forall z \forall w [(K(x, y) \wedge S(x, z) \wedge S(y, w)) \rightarrow K(w, z)].$$

מעכשיו השפה כוללת את אקסיומות 1-5 .

- י. קים לשפה מודל בן אבר אחד נכון-לא נכון.
יא. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.
יב. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני שלשה איברים לשפה הוא : יב-0 אין בכלל מודל כזה, יב-1 יש מודל יחיד כזה, יב-2 שני מודלים כאלה, יב-3 שלשה מודלים כאלה, יב-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.

יג. מספר המודלים שאינם איזומורפיים בני ארבעה איברים לשפה הוא : יג-0
 אין בכלל מודל כזה, יג-1 יש מודל יחיד כזה, יג-2 שני מודלים כאלה, יג-3 שלשה
 מודלים כאלה, יג-4 יש יותר משלשה מודלים שאינם איזומורפיים.
 יד. המודל בעל מספר האיברים הקטן ביותר אשר מקים את השפה 1-4 אך לא את
 השפה 1-5 מספר איבריו הוא: יד-0 אין בכלל מודל כזה, יד-1 יש מודל בעל אבר
 אחד כזה, יד-2 מודל בן שני איברים, יד-3 מודל בן שלשה איברים, יד-4 מודל בן
 יותר משלשה איברים.

הבט ברשימת הפסוקים הבאה: עבור כל פסוק רשום האם הוא מתקיים בכל מודל
 של השפה 1-5 (ואז הקף את התשובה כן), או, שקים מודל של השפה שבו הפסוק
 לא מתקיים (ואז הקף את התשובה –לא).

$$ל \quad \forall x [K(x, x) \rightarrow \exists y K(y, x)] - ו$$

$$ל \quad \exists x [K(x, x) \rightarrow \forall y K(y, x)] - ז$$

$$ל \quad \forall x \forall y [(K(x, S) \rightarrow K(y, S)) \rightarrow (K(x, M) \rightarrow K(y, M))]. - ז$$

$$זל \quad \forall x \forall y [(K(x, K) \rightarrow K(x, K)) \rightarrow (K(y, K) \rightarrow K(y, K))]. - ז$$

$$זל \quad \forall x \forall y [K(x, y) \rightarrow K(y, x) \rightarrow (K(y, x) \rightarrow K(x, y))]. - ז$$

ל. $\exists y \exists x \exists z [(y, K) \wedge (x, K) \wedge (y \neq x)]$.

ז. $\exists y \exists x [(y, K) \wedge (y \neq x)]$.

ח. $\exists x \exists y \exists z [(x, K) \wedge (y, K) \wedge (z, K) \wedge (x \neq z) \wedge (x \neq y)]$.

ט. $\exists x \exists y \exists z [(x, K) \wedge (y, K) \wedge (z, K) \wedge (x \neq z) \wedge (x \neq y)]$.

תשובות:

א. מודל בן אבר אחד $U=\{a\}$ צריך לקיים את $K(a,a)$ לפי אקסיומה 1, ומצד שני אסור לו לקיים את $K(a,a)$ לפי אקסיומה 3, ולכן התשובה היא א-לא.

ב. מודל בן שני אברים $U=\{a,b\}$ לא יכול לקיים את $K(a,a)$ כפי שראינו בסעיף א, ולכן לפי אקסיומה 1 הוא צריך לקיים $K(a,b)$. לפי אקסיומה 2 צריך להתקיים $K(b,-)$. אם ננסה $K(b,b)$ נקבל סתירה לאקסיומה 3, וגם אם ננסה $K(b,a)$ נקבל סתירה לאקסיומה 3, ולכן התשובה היא ב-לא.

ג. מודל בן שלשה אברים $U=\{a,b,c\}$ לא יכול לקיים את $K(a,a)$ כפי שראינו בסעיף א, ולכן לפי אקסיומה 1 הוא צריך לקיים $K(a,b)$. לפי אקסיומה 2 צריך להתקיים $K(b,-)$. אם ננסה $K(b,b)$ נקבל סתירה לאקסיומה 3, וגם אם ננסה $K(b,a)$ נקבל סתירה לאקסיומה 3, ולכן ננסה $K(b,c)$. כעת לפי אקסיומה 2

מתקים $K(c,-)$. ברור כי $K(c,c)$, $K(c,b)$ יגרמו סתירה, אבל $K(c,a)$ לא יגרם סתירה. לכן יש מודל יחיד והתשובה היא ג-1.

ד. לפי הסעיפים הקודמים, בהנתן $U=\{a,b,c,d\}$, צריך להתקים $K(a,b), K(b,c)$, וכעת צריך להתקים $K(c,-)$. אפשרות א היא $K(c,d)$, ואז $K(d,-)$ יכול להיות $K(d,a)$ או $K(d,b)$.

נניח כי $K(d,a)$. כעת אפשר להוסיף את $K(a,c)$ או את $K(c,a)$, את $K(b,d)$ או את $K(d,b)$. כל הוספה של יחס כזה היא איזומורפית ולכן נקבל שלשה מודלים שונים.

המודלים: $U=\{a,b,c,d\}$

מודל ראשון $K=\{(a,b),(b,c),(c,d),(d,a)\}$

מודל שני $K=\{(a,b),(b,c),(c,d),(d,a),(a,c)\}$

מודל שלישי $K=\{(a,b),(b,c),(c,d),(d,a),(a,c),(b,d)\}$

נניח כי $K(d,b)$. נקבל מודל רביעי: $K=\{(a,b),(b,c),(c,d),(d,b)\}$. לכן קבלנו כבר יותר משלשה מודלים והתשובה היא ד-4.

נוסיף את אקסיומה 4. האקסיומה מדברת על יחס חדש S , ואינה יוצרת קשר בין S ובין היחס K . לכן כל מודל של אקסיומות 1-3 הוא גם של 1-4 על ידי תוספת הדרישה (למשל-לכל x , $S(x,x)$). ובאותו אופן, כל מודל של 1-4 הופך למודל של 1-3 על ידי מחיקת היחס S . לכן נקבל את התשובות:

ה-לא, ו-לא, ז-1, ח-4, ט-0. סך הכל עד עתה: א-לא, ב-לא, ג-1, ד-4, ה-לא, ו-לא, ז-1, ח-4, ט-0.

נוסיף את אקסיומה 5. ברור כי אין אף מודל בן אבר אחד או שנים, ולכן התשובות הן י-לא, יא-לא.

נביט על S . חייב להתקים $S(a,-), S(b,-), S(c,-)$ לפי אקסיומה 4.

נניח כי $S(a,a), S(b,b)$. אז לפי אקסיומה 5, נכונות $K(a,b)$ חייבת לגרום $K(b,a)$ בסתירה לאקסיומה 3. לכן במודל זה מספר האיברים עם $S(x,x)$ לא

יכול להיות יותר מאחד. נניח כי $S(a,a), S(b,c), S(c,b)$. אקסיומה 4 מתקימת. נביט על אקסיומה 5.

$$K(a,b), S(a,a), S(b,c) \rightarrow K(c,a)$$

$$K(b,c), S(b,c), S(c,b) \rightarrow K(b,c)$$

$$K(c,a), S(c,b), S(a,a) \rightarrow K(a,b)$$

וזהו מודל של 1-5.

ננסה על בסיס אותו מודל של 1-3 בן שלשה איברים, לבנות מודל אחר על ידי $S(a,a), S(b,c), S(c,a)$ ונקבל:

$$K(c,a), S(c,a), S(a,a) \rightarrow K(a,a)$$

וקבלנו סתירה. לכן אין מודל נוסף המקיים $S(a,a), S(b,c)$ והאפשרות הבאה היא $S(a,a), S(b,a)$, אבל אז נקבל את הסתירה

$$K(a,b), S(a,a), S(b,a) \rightarrow K(a,a)$$

לכן יש מודל יחיד המקיים $S(a,a)$ או $(S(b,b), S(c,c))$, ולכן, אם יש מודל אחר, עליו לקיים שלכל x , לא נכון כי $S(x,x)$.

ננסה למצוא כזה מודל, על ידי $S(a,b)$. $S(b,b)$ יעביר אותנו למודל הקודם, ולכן נותר לנסות $S(b,a)$ או $S(b,c)$. במקרה של $S(a,b), S(b,a)$ נקבל או $S(c,c)$ שיעביר אותנו למודל הקודם, או $S(c,a)$ שביחד עם $K(c,a)$ יגרר סתירה, או $S(c,b)$ שביחד עם $K(b,c)$ יגרר סתירה. לכן יש מודל יחיד של שלשה איברים ואת התשובה יב-1.

ננסה לראות אם המודלים בני ארבעה איברים של 1-4 ניתנים להרחבה למודלים של 1-5. נביט במודל: $K = \{(a,b), (b,c), (c,d), (d,a)\}$

מהו S שיתאים? ננסה $S(a,a)$. אז מ- $K(a,b)$ נובע כי חייב להתקיים $S(b,d)$. מ- $K(b,c)$ נובע $S(c,c)$ ומ- $K(c,d)$ נובע $S(d,b)$. השלמנו מודל של 1-4 למודל של 1-5.

ננסה להשלים על ידי S אחר, למשל $S(a,b)$. אז מ- $K(a,b)$ נובע $S(b,a)$. מ- $K(b,c)$ נובע $S(c,d)$ ובצורה דומה נובע $S(d,c)$. זהו מודל שני המתבסס על המודל בן ארבעה איברים לשפה 1-3.

ננסה השלמה שלישיית $S(a,c)$. אז נובע כי $S(b,b)$ ולכן נקבל מודל איזומורפי ל- $S(a,a)$.

ננסה השלמה של המודל $K = \{(a,b), (b,c), (c,d), (d,a), (a,c)\}$ אי אפשר להגדיר $S(a,a)$ כי ל- $K(a,b), K(a,c)$ לא נצליח למצוא איברים הקטנים מ- a . לא נצליח על ידי $S(a,b)$. כן נצליח על ידי $S(a,c), S(b,b), S(c,a), S(d,d)$. לכן נקבל יג-4.

כדי למצוא מודל של 1-4 שאינו מודל של 1-5, נביט במודל היחיד בן שלשה איברים אשר מקיים $S(a,a), S(b,b), S(c,c)$. לכן נקבל יד-3. ולסכום:

א-לא, ב-לא, ג-1, ד-4, ה-לא, ו-לא, ז-1, ח-4, ט-0, י-לא, יא-לא, יב-1, יג-4, יד-3.

נביט על טו. תכונה זו לא מתקיימת במודל בן שלשה איברים ולכן טו-לא. גם טז לא מתקיימת במודל בן שלשה איברים ולכן טז-לא. יז מתקיים בכל המודלים שעשינו עד עתה, אבל נביט במודל הבא:

$U = \{1,2,3,4,5,6\}$ $K = \{(1,2), (2,3), (3,1), (4,5), (5,6), (6,1)\}$. כיון שאלו שתי שרשראות באורך 3, אקסיומות 1-3 מתקיימות. נגדיר את S על ידי $S = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,4), (5,6), (6,5)\}$. אז גם אקסיומות 4,5 מתקיימות, אבל תכונה יז לא מתקיימת על ידי $x=1, y=6, z=5$.

יח לא מתקיימת על ידי $K = \{(a,b), (b,c), (c,d), (d,a), (a,c)\}$.

יט לא מתקיים במודל בן שלשת האיברים.

כ תמיד מתקיים בכל מודל שאינו ריק, כי נבחר אבר a ויש b כך ש- $K(a,b)$ ויש c כך ש- $K(b,c)$.

כא תמיד מתקיים כי אחרת לכל a מתקיים $S(a,a)$ ואז $K(a,b)$ יגרר $K(b,a)$ וסתירה.

עבור כב נבחר איבר a כך $S(a,b), a \neq b$. אם יש אבר c כך ש- $S(c,c)$ אז נבחר בו בתור z, w וכב מתקיימת. אם לכל c מתקיים $S(c,d), d \neq c$, ויש c, d השונים מ- a אז נבחר אותם עבור z, w ושוב כב מתקיימת. לכן המקרה היחיד הסותר את כב הוא שלכל x מתקיים $S(x,a)$. נבחר z כלשהו, ונביט על כל w כך ש- $K(z,w)$. אז $S(z,a), S(w,a)$ גורר כי $K(a,a)$ סתירה. לכן כב תמיד מתקיימת.

כג לא מתקים אפילו במודל של שלשה איברים, כיון שלא קים x כך שלכל z במודל זה, $S(x,z)$.

ולכן לסכום א-לא, ב-לא, ג-1, ד-4, ה-לא, ו-לא, ז-1, ח-4, ט-0, י-לא, יא-לא, יב-1, יג-4, יד-3, טו-לא, טז-לא, יז-לא, יח-לא, יט-לא, כ-כן, כא-כן, כב-כן, כג-לא.

שאלה 2

נתון הקוד הבא:

$a(0,1)$.

$a(X,Y)$: -Z is X-1, $a(Z,W)$, Y is $X*W$.

$b(N,K,B)$: - $a(N,MO)$, $a(K,M1)$, NMK is $N-K$, $a(NMK,M2)$, $B1$ is $MO/M1$, B is $B1/M2$.

ונתונה השאילתא: $?-b(5,2,B)$.

הרץ את הקוד במחברתך. זכור, שאילתא היא יחס אשר מושווה מול הקוד. ענה על השאלות הבאות בשאלון:

א- עד להופעת התשובה הראשונה כלפי המשתמש מספר השאילתות שנפתחו הוא:

ב- התשובה הראשונה כלפי המשתמש היא:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.

ג- השאילתא שבוצעה ראשונה היא:

ד- השאילתא הראשונה עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
ה- השאילתא שבוצעה שניה היא:

ו- השאילתא השניה עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
ז- השאילתא שבוצעה שלישית היא:

ח- השאילתא השלישית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
ט- השאילתא שבוצעה רביעית היא:

י- השאילתא הרביעית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
יא- השאילתא שבוצעה חמישית היא:

יב- השאילתא החמישית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
יג- השאילתא שבוצעה שישית היא:

יד- השאילתא השישית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
טו- השאילתא שבוצעה שביעית היא:

טז- השאילתא השביעית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
יז- השאילתא שבוצעה שמינית היא:

יח- השאילתא השמינית עצרה מול שורת קוד מספר:

אם לא היתה השאילתא הבאה ענה על שני הסעיפים הבאים במלה –אין.
ט- השאילתא שבוצעה תשיעית היא:

כ- השאילתא התשיעית עצרה מול שורת קוד מספר:

תשובות:

- השאילתא הראשונה היא המקורית ועצרה מול שורה 3.
שאילתא 2 היא $a(5, Y2)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 3 היא $a(4, Y3)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 4 היא $a(3, Y4)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 5 היא $a(2, Y5)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 6 היא $a(1, Y6)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 7 היא $a(0, Y7)$ עצרה מול שורה 1.
שאילתא 8 היא $a(2, Y8)$ עצרה מול שורה 2.
שאילתא 9 היא $a(1, Y9)$ עצרה מול שורה 2.

קל לראות כי $a(5,120), a(2,2), a(3,6)$ ולכן $b(5,2,10)$. התשובה כלפי
המשתמש היא $B=10$.

שאלה 3

נתון הקוד הבא:

$a([X],[X])$.

$a([X|Y],W):-a(Y,Z),b(Z,X,W)$.

$b([],X,[X])$.

$b([A|B],X,[A|C]):-b(B,X,C)$.

$c([X],[Y]):-Y \text{ is } X+1.$

$c([X|Y],[Z|W]):-Z \text{ is } X+1, c(Y,W).$

$d(X,W):-a(X,Y),c(Y,Z),a(Z,W).$

ונתונה השאילתא $?-d([1,2,3,4],X).$

חשוב על השאלה במחברתך וענה על השאלות הבאות במחברתך:

א. מהי התשובה הראשונה כלפי המשתמש?

ב. כמה לולאות נפתחו עד לזמן שנתנה התשובה הראשונה?

תשובה לשאלה 3

נבצע מעקב לשאילתא תוך מספור הלולאות הנפתחות:

1-d([1,2,3,4],X). shura 7

2-a([1,2,3,4],W2). shura 2

3-a([2,3,4],W3). shura 2

4-a([3,4],W4). shura 2

5-a([4],W5). shura 1

6-b([4],3,W6). shura 4

7-b([],3,W7). shura 3

8-b([4,3],2,W8). shura 4

9-b([3],2,W9). shura 4

10-b([],2,W10). shura 3

11-b([4,3,2],1,W11). shura 4

12-b([3,2],1,W12). shura 4

13-b([2],1,W13). shura 4

14-b([],1,W14). shura 3

15-c([4,3,2,1],W15). shura 6

16-c([3,2,1],W16). shura 6

17-c([2,1],W17). shura 6

18-c([1],W18). shura 5

19-a([5,4,3,2],W19).

ברור כי שאילתא 19 תשתמש באותו מספר שאילתות בינים כמו שאילתא 2. כיון ששאילתות 2-14 ענו על שאילתא 2, הרי ששאילתות 19-31 תענינה על שאילתא 19. לכן, כיון שאז תסתים השאילתא החיצונית, נצטרך 31 שאילתות סך הכל עבור השאילתא החיצונית. כיון ש-a מבצעת הפוך רכיבי הוקטור, נקבל את התשובות הבאות:

א. התשובה היא $X=[2,3,4,5]$

ב. מספר הלולאות הוא 31.