

## השלמה לשעור לוגיקה

ברצוני להודות לאלכס וניצן שהעירו לי על שגיאה.

נביט בטענה הבאה:

$$[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c] \equiv$$

כדי להוכיח את הטענה נעבר להצגתה על ידי אחודים וחתוכים:

$$[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c] \equiv \neg[a \wedge (\underline{b} \vee c)] \vee [\neg(\underline{a} \vee \underline{b}) \vee c]$$

$$\equiv [\underline{a} \vee (\underline{b} \wedge \underline{c})] \vee [(a \wedge \underline{b}) \vee c] \equiv [\underline{a} \vee (a \wedge \underline{b})] \vee [(b \wedge \underline{c}) \vee c] \equiv$$

$$[(\underline{a} \vee a) \wedge (\underline{a} \vee \underline{b})] \vee [(b \vee c) \wedge (\underline{c} \vee c)] \equiv (\underline{a} \vee \underline{b}) \vee (b \vee c) \equiv 1$$

וכעת נשתמש בזהות זו לפתור את התרגיל השגוי של סמי.

תרגילים נוספים של סמי, HW4 תרגיל 3, סעיפים א, ב, ג.

בכל מערכת יש לבדוק אם היא כן או לא ספיקה, כלומר אם יש לה מודל, או שנובעת ממנה סתירה.

א.

$$\exists x[Ax \wedge \underline{Bx}], \forall x[Bx \rightarrow Cx], \forall x[Ax \rightarrow Cx]$$

ב.

$$\exists x[Dx \wedge Fx], \forall x[Fx \rightarrow (Ex \vee \underline{Dx})], \forall x[Dx \rightarrow \underline{Ex}]$$

ג.

$$\forall x[\underline{Rx}], \exists x[Qx \rightarrow Rx], \exists x[Px \rightarrow Rx], \forall x[Px \vee Qx]$$

תשובות סעיף א.

1.  $\exists x[Ax \wedge \underline{Bx}]$ .
2.  $\forall x[Bx \rightarrow Cx]$ .
3.  $\forall x[Ax \rightarrow Cx]$ .
4.  $Aa \wedge \underline{Ba}$ , 1, EP(x/a).
5.  $Aa$ , 4, perut.
6.  $\underline{Ba}$ , 4, perut.
7.  $Aa \rightarrow Ca$ , 3, US(x/a).
8.  $Ca$ , 5,7,MP.

לא רואים שום מסקנה נוספת. ננסה מודל בן אבר יחיד.  $U = \{a\}$ . נראה  
מה  $a$  מקיים.  $A = C = \{a\}$ ,  $B = \emptyset$ . זהו מודל כדרוש ולכן המערכת  
ספיקה.

סעיף ב.

1.  $\exists x[Dx \wedge Fx]$ .
2.  $\forall x[Fx \rightarrow (Ex \vee \underline{Dx})]$ .
3.  $\forall x[Dx \rightarrow \underline{Ex}]$ .
4.  $Da \wedge Fa$ , 1, EP(X/a).
5.  $Da$ , 4, perut.
6.  $Fa$ , 4, perut.
7.  $Fa \rightarrow (Ea \vee \underline{Da})$ , 2, US(X/a).
8.  $Ea \vee \underline{Da}$ , 6,7,MP.
9.  $Da \rightarrow Ea$ , 8, (Ax 29).
10.  $Ea$ , 5,9,MP.
11.  $Da \rightarrow \underline{Ea}$ , 3, US(X/a).
12.  $\underline{Ea}$ , 5,11,MP.
13.  $Ea \wedge \underline{Ea}$ , 10,12, contradiction

1.  $\forall x[\underline{R}x]$ .
2.  $\exists x[Qx \rightarrow Rx]$ .
3.  $\exists x[Px \rightarrow Rx]$ .
4.  $\forall x[Px \vee Qx]$ .
5.  $Qa \rightarrow Ra$ , 2, EP(X/a).
6.  $Pb \rightarrow Rb$ , 3, EP(X/b).
7.  $\underline{Ra}$ , 1, US(X/a).
8.  $\underline{Qa}$ , 5,7, MT.
9.  $\underline{Rb}$ , 1, US(X/b).
10.  $\underline{Pb}$ , 6,9, MT.
11.  $Pa \vee Qa$ , 4, US(X/a).
12.  $\underline{Qa} \rightarrow Pa$ , 11, (AX 29).
13.  $Pa$ , 8,12, MP.
14.  $Pb \vee Qb$ , 4, US(X/b).
15.  $\underline{Pb} \rightarrow Qb$ , 14, (AX 29).
16.  $Qb$ , 10,15, MP.

נאסף את המסקנות מסעיפים 7,8,9,10,13,16 ונבנה את המודל  
 $U=\{a,b\}$ ,  $P=\{a\}$ ,  $Q=\{b\}$ ,  $R=\emptyset$ .  
 ואכן זהו מודל כדרוש.