

רשימת חוקי לוגיקה

$$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0 \quad \underline{0,1 \text{ חוקי (1-4)}}$$

$$p \vee \bar{p} \equiv 1, p \wedge \bar{p} \equiv 0, \neg(\bar{p}) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי משלים (5-7)}}$$

$$\underline{0} \equiv 1, \underline{1} \equiv 0, \underline{p \vee q} \equiv \underline{p \wedge q} \quad \underline{p \wedge q} \equiv \underline{p \vee q} \quad \underline{\text{חוקי דה-מורגן (8-11)}}$$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p \quad \underline{\text{חוקי אידמפוטנטיות (12-13)}}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \underline{\text{חוקי פלוג (14-15)}}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \underline{\text{חוקי בליעה (16-17)}}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \underline{\text{חוקי קבוץ (18-19)}}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \underline{\text{חוקי חלוף (20-21)}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad \underline{(22) \text{Modus ponens}}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad \underline{(23) \text{Modus tolens}}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad \underline{(24) \text{Contrapositia}}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad \underline{(25) \text{Transitivity}}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad \text{פרוט(26)}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \text{cut(27)}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad \text{גרירה(29)}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{שקילות(30)}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad \text{רזולוציה(31)}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad \text{(32)}$$

$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad \text{(33)nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad \text{(34)nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad \text{(35)xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad \text{(36)EG}$$

$\exists R(x) \vdash R(a)$ (37)EP(x/a) בתנאי ש-a שם עצם חדש בשפה

$R(x) \vdash \forall R(x)$ (38)UG בתנאי ש-כל ההופעות של x ב-R חפשיות.

$\forall R(x) \vdash R(t)$ (39)US(x/t) באחת משתי האפשרויות הבאות:
1. t הוא קבוע כלשהו בשפה. 2. t הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב-R של אף משתנה.

$\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x))$ (40)DM

$\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x))$ (41)DM

יום ה ז סיון התשסד, 27-5-2004 .

מבחן אמצע בקורס לוגיקה ותכנות לוגי. מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.

משך המבחן שעתים וחצי. המבחן הוא ללא חומר עזר, למעט דפי הנוסחאות המצורפים. המחברת משמשת לטייטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון. נסה לא לעכב אותנו בשאלות שאיננו יכולים לענות אודותן, ולא להתלונן אחרי המבחן כי בגלל איזושהי תשובה שקבלת מהמורה/מתרגל, הקפת אפשרות לא נכונה בשאלון. המבחן כולל 3 שאלות בנות 31 סעיפים סה"כ. כל סעיף הוא בעל ערך של 3 נקודות. ציון מקסימלי אפשרי: 91/91 .

בהצלחה.

שאלה 1

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

$$1. \forall X [M(X, X) \wedge O(X, X)]$$

$$2. \forall X \forall Y [M(X, Y) \rightarrow M(Y, X)].$$

$$3. \forall X \forall Y [O(X, Y) \rightarrow O(Y, X)].$$

$$4. \exists X \exists Y [M(X, Y) \wedge \overline{O(X, Y)}].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה של 1-4. ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.

א. קים מודל לשפה זו. נכון-לא נכון.

ב. קים לשפה זו מודל בן אבר אחד. נכון-לא נכון.

ג. בכל מודל של השפה ישנם לפחות שני קבועים שונים (נניח a, b) כך שנובע $M(a,b) \wedge O(a,b)$ נכון-לא נכון.

ד. בכל מודל של השפה קימים לפחות שלשה קבועים שונים (נניח a, b, c) כך שנובע $M(a,b) \wedge M(a,c)$ נכון-לא נכון.

ה. קים מודל אחד לפחות של השפה שבו קימים לפחות שלשה קבועים שונים (נניח a, b, c) כך שנובע $M(a,b) \wedge M(a,c)$ נכון-לא נכון.

ו. קים מודל אחד לפחות של השפה שבו קימים לפחות שני קבועים שונים (נניח a, b) כך שנובע $M(a,b) \wedge O(a,b)$ נכון-לא נכון.

נוסיף לשפה את הדרישה הבאה.

$$5. \forall X \forall Y [O(X, Y) \rightarrow M(Y, X)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה של 1-5 .

ז . קים מודל לשפה זו. נכון-לא נכון.

ח. קים לשפה זו מודל בן שני אברים. נכון-לא נכון.

ט. קים לשפה זו מודל בן שני אברים שאיננו מודל של השפה 1-4. נכון-לא נכון.

י. קים לשפה 1-4 מודל בן שלשה אברים שאיננו מודל של השפה 1-5. נכון-לא נכון.

נוסיף לשפה את הדרישה הבאה.

$$6. \forall X \forall Y [M(X, Y) \rightarrow O(Y, X)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה של 1-6 .

יא . קים מודל לשפה זו. נכון-לא נכון.

יב. קים לשפה זו מודל בן שני אברים. נכון-לא נכון.

יג. קים לשפה זו מודל בן שני אברים שאיננו מודל של השפה 1-5. נכון-לא נכון.

יד. קים לשפה 1-5 מודל בן שלשה אברים שאיננו מודל של השפה 1-6. נכון-לא נכון.

תשובה לשאלה 1

נביט על אקסיומה 4. נקרא לשני האיברים a, b . אז מתקים $M(a, b)$ ולא מתקים $O(a, b)$. לפי אקסיומה 3, בהצבת $x=a, y=b$ ובשמוש MT נובע כי לא מתקים $O(b, a)$. לפי אקסיומה 2, בהצבת $x=a, y=b$ ובשמוש MP נובע כי מתקים $M(b, a)$. לפי אקסיומה 1, ובהצבה פעמים פעם $x=a$ ופעם $x=b$ נובע כי מתקיימים $M(a, a), M(b, b), O(a, a), O(b, b)$. קבלנו את המודל הבא:

$$U = \{a, b\}, M = \{(a, b), (b, a), (a, a), (b, b)\}, O = \{(a, a), (b, b)\}$$

בדיקה נוספת מעלה כי אכן זהו מודל של 1-4.

כעת נוכל לענות מידיית על א-נכון, ד-לא נכון. בקשר ל-ב, לפי אקסיומה 1, לכל אבר יחיד x מתקים $O(x, x)$ ולכן אקסיומה 4 לא יכולה להתקים. לכן התשובה ל-ב היא לא. גם ל-ג התשובה מידיית, כי במודל שמצאנו אין שני קבועים שונים a, b כך שמתקים $M(a, b) \wedge O(a, b)$. לכן התשובה ל-ג היא לא נכון.

כדי לענות על סעיפים ה,ו, ננסה להרחיב את המודל הקודם, על ידי הוספת אבר חדש c אשר יקים את כל היחסים. נקבל:

$$U = \{a, b, c\}, M = \{(a, b), (b, a), (a, a), (b, b), (a, c), (b, c), (c, c), (c, a), (c, b)\}, \\ O = \{(a, a), (b, b), (a, c), (b, c), (c, c), (c, a), (c, b)\}.$$

מודל זה מקים את ה עבור השלשה a, b, c ואת ו עבור הזוג a, c . לכן התשובות ל-ה ו-ו הן נכון. נסכם את התשובות עד הנה: א-כן, ב-לא, ג-לא, ד-לא, ה-כן, ו-כן.

נוסיף את אקסיומה 5. המודל הראשון, וגם השני שבנינו עד כה מקיימים גם את אקסיומה 5. לכן נובע כי ז נכון וכי ח נכון. המודל בן שני האברים שמצאנו הוא היחיד אשר מקים את אקסיומות 1-4, וגם את 1-5, ולכן התשובה ל-ט היא לא.

נגסה לבנות מודל בן 3 איברים לשפה 1-4 אשר איננו מקים את 5, או, אשר מקים את 5 הפוך. קל ליצור את המודל הבא:

$$U = \{a, b, c\}, M = \{(a, b), (b, a), (a, a), (b, b), (c, c)\}, \\ O = \{(a, a), (b, b), (a, c), (c, c), (c, a)\}.$$

ולכן התשובה ל-י היא נכון. נסכם - ז-כן, ח-כן, ט-לא, י-כן.

נוסיף את אקסיומה 6. אקסיומה 6 סותרת את אקסיומה 4. לכן לשפה 1-6 אין מודל. לכן התשובות הן: יא, יב, יג-לא, יד-כן.

סכום סופי: א-כן, ב-לא, ג-לא, ד-לא, ה-כן, ו-כן, ז-כן, ח-כן, ט-לא, י-לא, יא-לא, יב-לא, יג-לא, יד-כן.

חלוקה לטורים: טור-א-א, ג, ה, ח, י, יא, יג. טור-ב-ב, ד, ו, ז, ט, יב, יד. התשובות לכל טור: טור-א-כן, לא, כן, לא, לא, לא, לא. טור-ב-לא, לא, לא, כן, לא, לא, לא, כן.

שאלה 2

הבט ברשימת הפסוקים הבאה, והוכח במחברתך כל מסקנה שתוכל להסיק מהם.

1. $\forall X \forall Y [(H(X, Y) \vee G(X, Y) \vee S(X, Y))]$.
2. $\forall X \forall Y [H(X, Y) \rightarrow (\overline{G(X, Y)} \wedge \overline{S(X, Y)})]$.
3. $\forall X \forall Y [H(X, Y) \rightarrow G(Y, X)]$.
4. $\forall X [S(X, X)]$.
5. $\forall x \forall y [S(X, Y) \rightarrow (\overline{G(X, Y)} \wedge \overline{H(X, Y)})]$.
6. $\exists X \exists Y [H(X, Y)]$.

השאלות הבאות מתיחסות לשפה של 1-6. ענה על הסעיפים הבאים על ידי הקפת האפשרות הנכונה.
א. קים לשפה מודל. נכון-לא נכון.

ב. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.

ג. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בכל מודל של השפה. נכון-לא נכון.

ד. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בחלק מהמודלים של השפה, ובחלק אחר איננו נכון. נכון-לא נכון.

ה. מספר המודלים לשפה בעלי שני איברים הוא: א-אפס, ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

נוסיף לשפה הקודמת את האקסיומה הבאה:

$$7. \forall X \forall Y [H(X, Y) \rightarrow \overline{S(Y, X)}].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה 1-7 .

ו . קים לשפה מודל. נכון-לא נכון.

ז. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.

ח. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בכל מודל של השפה. נכון-לא נכון.

ט. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בחלק מהמודלים של השפה, ובחלק אחר איננו נכון. נכון-לא נכון.

י. מספר המודלים לשפה בעלי שני איברים הוא: א-אפס(אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

יא. המודל הקטן ביותר לשפה 1-6, שאיננו מודל לשפה 1-7, מספר איבריו הוא: א-אפס(אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

נוסיף לשפה הקודמת את האקסיומה הבאה:

$$8. \forall X \exists Y [H(X, Y)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה 1-8 .

יב . קים לשפה מודל. נכון-לא נכון.

יג. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.

יד. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בכל מודל של השפה. נכון-לא נכון.

טו. הפסוק $\forall X \forall Y [G(X, Y) \square H(X, Y)]$ נכון בחלק מהמודלים של השפה, ובחלק אחר איננו נכון. נכון-לא נכון.

טז. מספר המודלים לשפה בעלי שני איברים הוא: א-אפס (אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

יז. המודל הקטן ביותר לשפה 1-7 אשר איננו מקים את השפה 1-8, מספר איבריו הוא: א-אפס (אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

נוסיף לשפה הקודמת את האקסיומה הבאה:

$$9. \exists X \exists Y [H(X, Y) \wedge H(Y, X)].$$

השאלות הבאות מתיחסות לשפה 1-9.

יח. קים לשפה מודל. נכון-לא נכון.

יט. קים לשפה מודל בן שני איברים. נכון-לא נכון.

כ. מספר המודלים לשפה בעלי שני איברים הוא: א-אפס (אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

כא. המודל הקטן ביותר לשפה 1-8 אשר איננו מקים את השפה 1-9, מספר איבריו הוא: א-אפס (אין כזה מודל), ב-אחד, ג-שנים, ד-שלשה, ה-יותר משלשה.

תשובה לשאלה 2

לפי אקסיומה 6, קימים שני קבועים, a, b , כך ש- $H(a, b)$ מתקים. לפי אקסיומה 3 מתקים $G(b, a)$ ולפי אקסיומה 4 מתקימים $S(a, a)$ ו- $S(b, b)$. לפי אקסיומה 5, בהצבת $x=y=a$ נובע כי $H(a, a)$ ו- $G(a, a)$ אינם מתקימים, ובהצבת $x=y=b$ נובע כי $H(b, b)$ ו- $G(b, b)$ אינם מתקימים. כמו כן, לפי אקסיומה 2, בהצבת $x=a, y=b$ נובע כי $S(a, b)$ ו- $G(a, b)$ אינם מתקימים. אקסיומה 2 בהצבת $x=b, y=a$ ו- MT נובע כי $H(b, a)$ לא נכון. אקסיומה 5 בהצבת $x=b, y=a$ ו- MT נובע כי $S(b, a)$ לא נכון. לכן קבלנו מודל יחיד בן שני איברים עבור השפה:

$$U = \{a, b\}, H = \{(a, b)\}, G = \{(b, a)\}, S = \{(a, a), (b, b)\}.$$

כעת נוכל לענות על מספר סעיפים. א-נכון, ב-נכון, ג-לא נכון, כי לא נכון במודל זה, ה-1, קים מודל יחיד לשפה בן שני איברים. נראה כי בכל מודל של השפה המסקנה בסעיף ד לא יכולה להתקים. ראשית נראה כי לא יתכן לשפה מודל בן איבר אחד. ואכן, אם $H(a, a)$ הוא הזוג של אקסיומה 6, אז לפי אקסיומה 3 מתקים $G(a, a)$, ולפי אקסיומה 2 לא מתקים $G(a, a)$ סתירה. לכן, האיברים של אקסיומה 6 צריכים להיות שונים. לכן כל המסקנות שהסקנו למעלה מתקימות, כלומר כל מודל של השפה חייב להכיל את המודל שלמעלה כתת-מודל. אבל אז $x=b, y=a$ המסקנה של סעיף 4 לא מתקמת, ולכן התשובה לסעיף ד היא לא.

סכום: א-כן, ב-כן, ג-לא, ד-לא, ה-1.

נביט באקסיומה 7, ונכתב אותה כ- $S \sqcap (\neg H)$. אז אקסיומה זו נובעת מאקסיומה 5, ע"י טרנזיטיביות עם $(\neg H) \sqcap [(\neg H) \wedge (\neg G)]$ כלומר, אקסיומה 7 איננה משנה את השפה, ולכן נוכל לרשום מידית. ו-כן, ז-כן, ח-לא, ט-לא, י-1, יא-0 כיון שכל מודל של 1-6 הוא גם של 1-7.

נביט על אקסיומה 8, ונחשב על מודל המקיים את השפה 1-8. מודל זה מכיל את המודל בן שני האיברים. לכן נפעיל את אקסיומה 8 על $x=b$. אז קים y כך שמתקים $H(b, y)$. y אינו יכול להיות a או b ולכן חייב להיות אבר חדש c . לזוג (b, c) יש אותם נתונים כמו שהיו לזוג (a, b) , ולכן נובעות אותן מסקנות יחידות, ולכן נקבל את המודל הבא בן שלש האיברים.

$$U=\{a,b,c\}, H=\{(a,b),(b,c)\}, G=\{(b,a),(c,b)\}, S=\{(a,a),(b,b),(c,c)\}.$$

לא התייחסנו לזוגות $(a,c),(c,a)$. לפי אקסיומה ראשונה, אחד לפחות מן היחסים מתקיים לכל זוג. כיון שאקסיומה 8 דורשת כי יתקיים $H(c,y)$ עבור איזשהו y , וכבר שללנו את $H(c,b)$, ננסה לדרוש $H(c,a)$, אחרת אין מודל בן שלשה איברים ל-1-8. שוב נובעות שאר התכונות של הזוג ונקבל מודל מינימלי עבור 1-8.

$$U=\{a,b,c\}, H=\{(a,b),(b,c),(c,a)\}, G=\{(b,a),(c,b),(a,c)\}, S=\{(a,a),(b,b),(c,c)\}.$$

כעת נענה על השאלות. יב-כן, יג-לא, טז-0, יז-2. שוב ההנחה של יד-טו $G \square H$, וחלק מהנתון באקסיומה 2 $H \square (\neg G)$ גוררים את הסתירה $G \square (\neg G)$, ולכן יד-טו לא יכול להתקיים באף מודל של 1-6. לכן נסכם: יב-כן, יג-לא, יד-לא, טו-לא, טז-0, יז-2.

נביט על אקסיומה 9. לפי אקסיומה 3 $H(a,b) \square G(b,a)$ ולפי חלק מאקסיומה 2 $H \square (\neg G)$ אשר שקול ל- $G \square (\neg H)$, נקבל לפי טרנזיטיביות $H(a,b) \square (\neg H(b,a))$, ולכן אין מודל לאקסיומות 1-9. לכן נקבל: יח-לא, יט-לא, כ-0, כא-3.

ולסכום: א-כן, ב-כן, ג-לא, ד-לא, ה-1, ו-כן, ז-כן, ח-לא, ט-לא, י-1, יא-0, יב-כן, יג-לא, יד-לא, טו-לא, טז-0, יז-2, יח-לא, יט-לא, כ-0, כא-3.

חלוקה: טור-א, א,ג,ה,ז,ט,יא,יב,יד,טז,יח,כ. טור-ב, ב,ד,ה,ו,ח,י,יג,טו,יז,יט,כא, תשובות לטור-א: כן, לא, 1, כן, לא, 0, כן, לא, 0, לא, 0. טור-ב: כן, לא, 1, כן, לא, 1, לא, לא, 2, לא, 3.

הסבר לפני שאלה 3.

נניח כי שאלנו שאילתא את המחשב וקבלנו תשובות שכאלו:

X=a.
;
X=b.
;
X=c.
;
No

אז , בשאלה 3, התשובה הראשונה היא a , התשובה השניה היא b , התשובה השלישית היא c , התשובה הרביעית היא No , התשובה החמישית היא No , התשובה השישית היא No וכדומה.

שאלה 3

טור א

הבט בקוד הפרולוג הבא.

i(a).%1
i(b).%2
i(c).%3
ni(d).%4
ni(e).%5
s(X,Y):-i(X),i(Y).%6
s(X,Y):-ni(X),ni(Y).%7

הבט בשאילתא $S(X,Y)$? והרץ אותה במחברתך.

ענה על השאלות הבאות בגוף השאלון.

א. מספר הפעמים שנתקתק ; עד שנקבל תשובת No ראשונה הוא:

ב. התשובה הראשונה היא:

ג. התשובה השניה היא:

ד. התשובה השלישית היא:

ה. התשובה הרביעית היא:

ו. התשובה החמישית היא:

ז. התשובה השישית היא:

ח. התשובה השביעית היא:

ט. התשובה השמינית היא:

י. התשובה התשיעית היא:

יא. התשובה העשירית היא:

יב. מספר השאילתות הפתוחות (כולל השאילתא המקורית) כשהתקבלה התשובה השישית הוא:

יג. מספר השאילתות הפתוחות (כולל השאילתא המקורית) כשהתקבלה התשובה העשירית הוא:

תשובה לשאלה 3: א. 13 ב. $X=a, Y=a$ ג. $X=a, Y=b$ ד. $X=a, Y=c$ ה. $X=b, Y=a$ ו. $X=b, Y=b$ ז. $X=b, Y=c$ ח. $X=c, Y=a$ ט. $X=c, Y=b$ י. $X=c, Y=c$ יא. $X=d, Y=d$ יב. 3 יג. 3

טור ב

הבט בקוד הפרולוג הבא.

i(a).%1

i(b).%2

i(c).%3

ni(d).%4

ni(e).%5

s(X, Y):-i(X),ni(Y).%6

s(X, Y):-ni(X),i(Y).%7

הבט בשאילתא $S(X, Y)$? והרץ אותה במחברתך.

ענה על השאלות הבאות בגוף השאלון.

א. מספר הפעמים שנתקתקן ; עד שנקבל תשובת No ראשונה הוא:

ב. התשובה הראשונה היא:

ג. התשובה השנייה היא:

ד. התשובה השלישית היא:

ה. התשובה הרביעית היא:

ו. התשובה החמישית היא:

ז. התשובה השישית היא:

ח. התשובה השביעית היא:

ט. התשובה השמינית היא:

י. התשובה התשיעית היא:

יא. התשובה העשירית היא:

יב. מספר השאילתות הפתוחות (כולל השאילתא המקורית) כשהתקבלה התשובה השישית הוא:

יג. מספר השאילתות הפתוחות (כולל השאילתא המקורית) כשהתקבלה התשובה העשירית הוא:

תשובה לשאלה 3: א. 12 ב. $X=a, Y=d$ ג. $X=a, Y=e$ ד. $X=b, Y=d$ ה. $X=b, Y=e$ ו. $X=c, Y=d$ ז. $X=c, Y=e$ ח. $X=d, Y=a$ ט. $X=d, Y=b$ י. $X=d, Y=c$ יא. $X=e, Y=a$ יב. 3 יג. 3