



מבחן אמצע בקורס לוגיקה ותכנות לוגי.

יום ו ל ניסן התשסו, 28-4-2005 .

- מורה : גיורא דולה. מתרגל : רענן שכטר.
- משך המבחן שעתים וחצי.
- המבחן הוא ללא חומר עזר וללא מחשבוני, למעט דפי הנוסחאות המצורפים.
- המחברת משמשת לטיוטה בלבד ולא תבדק. התשובות שתבדקנה הן אלו שתתקבלנה על ידי הקפת האפשרות הנכונה בגוף השאלון.
- המבחן כולל 4 שאלות. שלש השאלות הראשונות הן בנות 24 סעיפים סה"כ. כל סעיף הוא בעל ערך של 3, ולכן משקל שאלות 1-3 הוא 72 נקודות. שאלה 4 היא שאלת כתיבת קוד, משקלה 30 נקודות, וגם עליה יש לענות אותה בגוף השאלון.

**בהצלחה.**

## שאלה 1

נביט במודל הבא:

$$U = \{a, b, c, d\}, i(a), i(b), R(a, c), R(b, d)$$

על כל אחד מההצהרות הבאות סמן אם היא נכונה או לא במודל.

1.  $\forall X[\exists Y(R(X, Y))]$ .

נכון      לא נכון

2.  $\exists X[\forall Y(R(X, Y))]$ .

נכון      לא נכון

3.  $\forall X[i(X) \rightarrow \{(\exists Y \overline{i(Y)}) \wedge (R(X, Y))\}]$ .

נכון      לא נכון

4.  $\forall X \forall Y[(i(X) \wedge \overline{i(Y)}) \rightarrow R(X, Y)]$ .

נכון      לא נכון

## שאלה 2

נתונים 2 מעגלים. בראשון עומדים 10 בנים ובשני עומדות 10 בנות. נגדיר יחס R על ידי:  $R(X, Y)$  אם ורק אם X עומד סמוך (צמוד) ל-Y עם כוון השעון באותו מעגל. נגדיר את S להיות היחס שהוא הסגור הטרנזיטיבי של R.

א. האם S יחס רפלקסיבי?      נכון      לא נכון

ב. האם S יחס סימטרי?      נכון      לא נכון

ג. האם S יחס טרנזיטיבי?      נכון      לא נכון

ד. האם קיימים שני אנשים a, b כך שהיחס  $\overline{S(a, b)}$  מתקיים?      נכון      לא נכון

ה. האם הטענה הבאה מתקימת?

$\exists X \exists Y [S(X, Y) \wedge \overline{S(Y, X)}]$ .

נכון      לא נכון

נביט בקוד הבא:

```

t(b) .%1
t(d) .%2
t(e) .%3
t(g) .%4
t(h) .%5
t(j) .%6
t(k) .%7
t(m) .%8
s(a,b) .%9
s(a,c) .%10
s(a,d) .%11
s(b,e) .%12
s(b,f) .%13
s(b,g) .%14
s(c,h) .%15
s(c,i) .%16
s(c,j) .%17
s(d,k) .%18
s(d,l) .%19
s(d,m) .%20
r(X,Y) :-s(X,Y) , not (t(X)) , not (t(Y)) .%21

```

ונתונה השאילתא

 $r(X, Y)$ 

עקוב במחברתך אחר מהלך התכנית. באם התכנית נעצרת ומדפיסה תשובה, הנח כי תקתקת את הסימן ; וכי התכנית ממשיכה לרוץ. באם התכנית הסתיימה ועדין שואלים אודות התנועה הבאה, כתוב כי אין תנועה.

ב-9 הסעיפים הראשונים כתוב עבור כל תנועה את השאילתא המתאימה ומול איזו שורה היא עצרה.

ב-2 הסעיפים האחרונים כתוב את שני הפלטים הראשונים אם יש. אם אין פלטים (למשל אם יש פלט ראשון ולא שני) כתוב שאין פלטים (למשל את הפלט הראשון, וכתוב שאין פלט שני).

א. תנועה ראשונה.

ב. תנועה שניה.

ג. תנועה שלישית.

ד. תנועה רביעית.

ה. תנועה חמישית.

ו. תנועה שישית.

ז. תנועה שביעית.

ח. תנועה שמינית.

ט. תנועה תשיעית.

י. תנועה עשירית.

יא. תנועה אחת עשר.

יב. תנועה שנים עשר.

יג. תנועה שלש עשר.

יד. מהו הפלט הראשון שהתכנית מדפיסה כלפי המשתמש? אם אין פלט-כתוב אין פלט.

טו. מהו הפלט השני שהתכנית מדפיסה כלפי המשתמש? אם אין פלט-כתוב אין פלט.

שאלה 4

כתב (בשאלון) קוד פרולוג אשר מקבל כנתון וקטור משורשר של נתונים, ומחזיר כפלט את הנתון הראשון. אם מתקתקים ; הקוד נותן את האבר השלישי, אח"כ את החמישי וכדומה:

דוגמא לשמוש הקוד:

`mevukash([1,2,3,4,5,6,7],X).`

`X=1. ;`

`X=3. ;`

`X=5. ;`

`X=7. ;`

`No.`

תשובות לשאלות.

תשובה 1

1. לא נכונה עבור  $x=C$ . 2. לא נכונה, בודקים את 4 האיברים לתפקיד  $X$  ולא מצליחים. 3. נכונה. כדי שיהיה 1 לפני החץ,  $X$  יכול להיות  $a$  או  $b$ . עבור  $X=a$  מקבלים את  $Y=c$  ועבור  $X=b$  נקבל  $Y=d$ . 4. לא נכונה למשל עבור  $X=a, Y=d$ . אז מה שלפני החץ נכון אבל מה שאחריו לא נכון.

תשובה 2

נביט על  $S$ . לכל שני איברים  $Y, X$  באותו מעגל קימת שרשרת שמתחילה ב- $X$  ומסתיימת ב- $Y$ , וכך שהאבר הבא בשרשרת נמצא סמוך לאבר הקודם ועם כוון השעון. לכן היחס  $S$  יכול גם להיות מוגדר על ידי  $S(X, Y)$  אם ורק אם  $Y, X$  נמצאים באותו מעגל. לכן א.  $S$  רפלקסיבי, ב.  $S$  סימטרי, ג.  $S$  טרנזיטיבי. ד. כל שני אנשים שלא מאותו מגדר נמצאים לא באותו מעגל, ולכן לא מקימים את היחס. ה. כיון ש- $S$  סימטרי, טענה זו אינה נכונה.

תשובה 3

שאלתא ראשונה

$r(X, Y)$

עוצרת בשורה 21

שאלתא שניה

$s(X, Y)$

עוצרת בשורה 9

שאלתא שלישית

$t(a)$

לא עוצרת באף שורה.

שאלתא רביעית

$t(b)$

עוצרת בשורה הראשונה

תנועה חמישית

$s(X, Y)$

עוברת משורה 9 לשורה 10

שאלתא שישית

$t(a)$

לא עוצרת באף שורה.

שאלתא שביעית

t (c)

לא עוצרת באף שורה.

כעת התכנית מדפיסה  $X=a, Y=c$  ואנחנו מניחים כי תקתק הסימן ; וכי התכנית ממשיכה

תנועה שמינית

s (X, Y)

עוברת משורה 10 לשורה 11

t (a)

תנועה תשיעית

לא עוצרת באף שורה.

t (d)

תנועה עשירית

עוצרת בשורה השניה

s (X, Y)

תנועה אחת עשר

עוברת משורה 11 לשורה 12

t (b)

תנועה שנים עשר

עוצרת בשורה שניה.

s (X, Y)

תנועה שלש עשרה

עוברת משורה 12 לשורה 13

t (b)

-----  
תנועה ארבעה עשר

עוצרת בשורה השניה.

s (X, Y)

תנועה חמש עשרה

עוברת משורה 13 לשורה 14

t (b)

תנועה ארבעה עשר

עוצרת בשורה השניה.

תנועה חמשה עשר

s (X, Y)

עוברת משורה 14 לשורה 15

תנועה ששה עשר

t (c)

לא עוצרת באף שורה.

תנועה שבעה עשר

t (h)

עוצרת בשורה החמישית

תנועה שמונה עשר

s (X, Y)

עוברת משורה 15 לשורה 16

תנועה תשעה עשר

t (c)

לא עוצרת באף שורה.

תנועה עשרים

t (i)

לא עוצרת באף שורה.

כעת התכנית מדפיסה X=c, Y=i

תשובה 4

הקוד:

```
mevukash([X],X).%1
mevukash([X,Y|Z],X).%2
mevukash([X,Y|Z],W):- mevukash(Z,W).%3
```

רשימת חוקי לוגיקה

$1 \vee p \equiv 1, 1 \wedge p \equiv p, 0 \vee p \equiv p, 0 \wedge p \equiv 0$  חוקי 1-4

$p \vee \neg p \equiv 1, p \wedge \neg p \equiv 0, \neg(\neg p) \equiv p$  חוקי משלים 5-7

חוקי דה-מורגן 8-11  $0 \equiv 1, 1 \equiv 0, p \vee q \equiv \neg(p \wedge \neg q), p \wedge q \equiv \neg(p \vee \neg q)$

$$p \vee p \equiv p, p \wedge p \equiv p \quad \text{הוקי אידמפוטנטיות (12-13)}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r), p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \text{הוקי פלוג (14-15)}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p, p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad \text{הוקי בליעה (16-17)}$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r, p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad \text{הוקי קבוץ (18-19)}$$

$$p \vee q \equiv q \vee p, p \wedge q \equiv q \wedge p \quad \text{הוקי חלוף (20-21)}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge p \rightarrow q \quad (22) \text{Modus ponens}$$

$$[p \rightarrow q] \wedge q \rightarrow p \quad (23) \text{Modus tolens}$$

$$[p \rightarrow q] \equiv [q \rightarrow p] \quad (24) \text{Contrapositia}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) \quad (25) \text{Transitivity}$$

$$(p \wedge q) \rightarrow p \quad (p \wedge q) \rightarrow q \quad (26) \text{פרוט}$$

$$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q \quad \text{cut(27)}$$

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \text{exportatia(28)}$$

$$(p \rightarrow q) \equiv p \vee q \quad (29) \text{גרירה}$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge q)] \quad (30) \text{שקילות}$$

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee r) \quad (31) \text{רזולוציה}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)] \quad (32)$$



$$p \uparrow q \equiv p \wedge q \quad (33) \text{nand}$$

$$p \downarrow q \equiv p \vee q \quad (34) \text{nor}$$

$$p \oplus q \equiv [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)] \quad (35) \text{xor}$$

$$R(a) \vdash \exists R(x) \quad (36) \text{EG}$$

$$\exists R(x) \vdash R(a) \quad (37) \text{EP}(x/a)$$

בתנאי ש- $a$  שם עצם חדש בשפה

$$R(x) \vdash \forall R(x) \quad (38) \text{UG}$$

בתנאי ש-כל ההופעות של  $x$  ב- $R$  חפשיות.

$\forall R(x) \vdash R(t) \quad (39) \text{US}(x/t)$  באחת משתי האפשרויות הבאות:  
1.  $t$  הוא קבוע כלשהו בשפה. 2.  $t$  הוא משתנה שהצבתו איננה מקלקלת הופעות חפשיות ב- $R$  של אף משתנה.

$$\forall x(R(x)) \equiv \exists x(R(x)) \quad (40) \text{DM}$$

$$\exists x(R(x)) \equiv \forall x(R(x)) \quad (41) \text{DM}$$

$$[a \wedge (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow c] \quad (42)$$