

דף נוסחאות עבור המבחן בנומריה:

נוסחאות סכומים:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

נוסחת פולינום טיילור:

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)h^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(a)h^n}{n!} + R_n$$

נוסחת שארית לגרנז עבור פולינום טיילור:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(c)h^{n+1}}{(n+1)!}$$

נוסחת ישר האינטרפולציה:

$$y = f(a) + \frac{(x-a)(f(b) - f(a))}{(b-a)}$$

מטריצת ון דר מונדה

$$vdm = \begin{pmatrix} 1 & a_0 & \dots & a_0^n \\ 1 & a_1 & \dots & a_1^n \\ 1 & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & a_n & \dots & a_n^n \end{pmatrix}$$

$$\det(vdm) = \prod_{0 \leq i < j \leq n} (a_j - a_i)$$

שיטת לגרנז למציאת פולינום האינטרפולציה

$$p = f(a_0)q_0(x) + \dots + f(a_n)q_n(x)$$

$$q_i(x) = \frac{\prod_{j \neq i} (x - a_j)}{\prod_{j \neq i} (a_i - a_j)}$$

הנוסחה שעליה מסתמכת שיטת נוויל

$$p(x) = \frac{(x - a_0)h(x) - (x - a_{n+1})g(x)}{(x - a_0) - (x - a_{n+1})}$$

$$h(a_i) = f(a_i), 1 \leq i \leq n + 1$$

$$g(a_i) = f(a_i), 0 \leq i \leq n$$

נוסחת שארית לגרנז לפולינום האינטרפולציה:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(c(x))(x - a_0) \dots (x - a_n)}{(n + 1)!}$$

נוסחת סכום רימן:

$$SR = \sum_{i=1}^n f(c_i)(x_i - x_{i-1}), a = x_0 \leq c_1 \leq x_1 \leq c_2 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n = b$$

נוסחת סכום רימן למקרה שלכל I, $x_i - x_{i-1} = h = (b-a)/n$,

$$SR = h \sum_{i=1}^n f(c_i), a = x_0 \leq c_1 \leq x_1 = a + h \leq c_2 \leq x_2 = a + 2h \leq \dots \leq x_n = a + nh = b$$

נוסחת השגיאה של סכום רימן בעל קטעים שווים, ונקודת ביניים בשמאל

$$\frac{f'(c)(b-a)h}{2} = \frac{f'(c)(b-a)^2}{2n}$$

נוסחת סכום הטרפז עבור קטעים שווים

$$ST = \frac{h}{2} \left(f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(a+kh) + f(b) \right)$$

נוסחת השגיאה בשיטת הטרפז:

$$\frac{f''(c)(b-a)h^2}{12} = \frac{f''(c)(b-a)^3}{12n^2}$$

שיטת סימפסון עם n קטעים שווים (n זוגי):

$$\frac{h}{3} \left(f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(a+2kh) + 4 \sum_{k=0}^{n-1} f(a+2kh+h) + f(b) \right), h = \frac{b-a}{n}$$

שגיאה בשיטת סימפסון:

$$\frac{f''''(c)h^4(b-a)}{180} = \frac{f''''(c)(b-a)^5}{180n^4}$$

שיטת החציה:

a_0, b_0 . נקודות שנקבעו בנחוש, כך ש- $f(a_0)f(b_0) < 0$. בהנתן a_n, b_n נקודות עם אותן הנחות, נגדיר $c_n = (a_n + b_n)/2$, ונביט על $f(c_n)$. אם בטוי זה שווה ל-0 סימנו, ואם לא אז $[a_{n+1}, b_{n+1}] = [a_n, c_n]$, או, $[a_{n+1}, b_{n+1}] = [c_n, b_n]$. הדבר נקבע כך ש- $f(a_{n+1})f(b_{n+1}) < 0$.

שיטת ניוטון רפסון- (המשיק):

x_0 . נקודה שנקבעה בנחוש. אז $x_{n+1} = g(x_n)$, כאשר $g(x) = x - f(x)/f'(x)$

שיטת המיתר:

x_0, x_1 . נקודות שנקבעו בנחוש, אז

$$x_{n+1} = \frac{x_n f(x_{n-1}) - x_{n-1} f(x_n)}{f(x_{n-1}) - f(x_n)} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

מהירות ההתכנסות של שיטת נקודות שבת (ההתכנסות רק אם $(x_n \rightarrow l)$

$$\frac{e_{n+1}}{e_n} = g'(c_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} g'(l)$$

יום ד, יב שבט התשס"ג 15-1-2003 סמסטר א, מועד א.

מבחן באנליזה נומרית. מורה: גיורא דולה. מתרגל: רענן שכטר.

מצורפים דפי נוסחאות. מותרים מחשבוני.

משך המבחן הוא שעתים וחצי.

התשובות לשאלות הן בטופס המבחן. יש להקיף את התשובה הנכונה. מחברות המבחן לא תבדקנה.

במבחן יש שני חלקים:

חלק א, שבו אפשר לצבור עד 83 נקודות, כולל תרגילים אשר מאד דומים לתרגילים שנעשו בכתה. יש בו 7 שאלות במשקל 16 נקודות כל אחת, ויש לענות בו 5 תשובות נכונות. אם נענו יותר מ-5 תשובות, תבדקנה רק 5 הראשונות.

חלק ב, שבו אפשר לצבור עד 16 נקודות, כולל שתי שאלות ואשר מביניהן יש לבחור אחת. כל שאלה במשקל 16 נקודות, והיא קשורה לחומר הנלמד בשעור ובתרגול, אבל בצורה יצירתית. אם נענו שתי השאלות, תבדק רק התשובה הראשונה.

שאלה, שלא נתנה לה תשובה נכונה בשאלון, ושנבחרה על ידי הנובחן, תזכה אותו במלא הנקודות.

בהצלחה.

