הודעות לכתה:

המבחן ביום ו הקרוב, כיון שלא הוסכם על ידי כל התלמידים לדחותו.

ציון המבחן הוא מגן במשקל 30% , כלומר, מי שציונו במבחן הסופי y יהיה קטן מציונו במבחן אמצע x , ציונו הכולל יהיה 0.3x+0.7y .
מי שיקבל ציונים כך ש- x<y ציונו הסופי יהיה y .

לכן, כל מי שלא יוכל לבוא למבחן האמצע בגלל סבה מוצדקת כמו שירות מילואים או חג עיד אל פיטר, יקבע לו ציון x כלשהו. לכל אלו יקבע אותו ציון x . כרגע נראה ש- x יהיה 70 , אבל הערך של x יוחלט אח"כ.

כל מי שלא יבוא למבחן אמצע בגלל סיבה אישית, ציונו הסופי בקורס יהיה y .

בהצלחה.

עוד הערה: כתיבת ההרצאות ב-power-point מהווה עומס על הגוף שלי, ולפיכך תפסק. אפשר יהיה להביט באתר זה בהרצאות של השנה שעברה- תשס"ב.

דף נוסחאות עבור המבחן:

נוסחת פולינום טיילור:

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)h^n}{n!} + R_n$$

נוסחת שארית לגרנז עבור פולינום טיילור:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(c)h^{n+1}}{(n+1)!}$$

נוסחת ישר האינטרפולציה:

$$y = f(a) + \frac{(x-a)(f(b)-f(a))}{(b-a)}$$

מטריצת ון דר מונדה

$$vdm = \begin{pmatrix} 1 & a_0 & \cdots & a_0^n \\ 1 & a_1 & \cdots & a_1^n \\ 1 & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & a_n & \cdots & a_n^n \end{pmatrix}$$

$$\det(vdm) = \prod_{0 \le i < j \le n} (a_j - a_i)$$

שיטת לגרנז למציאת פולינום האינטרפולציה

$$p = f(a_0)q_0(x) + \cdots + f(a_n)q_n(x)$$

$$q_i(x) = \frac{\prod_{j \neq i}(x - a_j)}{\prod_{j \neq i}(a_i - a_j)}$$

הנוסחה שעליה מסתמכת שיטת נוויל

$$p(x) = \frac{(x - a_0)h(x) - (x - a_{n+1})g(x)}{(x - a_0) - (x - a_{n+1})}$$

$$h(a_i) = f(a_i), 1 \leq i \leq n + 1$$

$$g(a_i) = f(a_i), 0 \leq i \leq n$$

נוסחת שארית לגרנז לפולינום האינטרפולציה:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(c(x))(x - a_0) \cdot \cdots \cdot (x - a_n)}{(n+1)!}$$

נוסחת סכום רימן:

$$SR = \sum_{i=1}^{n} f(c_i)(x_i - x_{i-1}), a = x_0 \leq c_1 \leq x_1 \leq c_2 \leq x_2 \leq \cdots x_n = b$$

נוסחת סכום רימן למקרה שלכל I , $x_i - x_{i-1} = h = (b-a)/n$:

$$SR = h\sum_{i=1}^{n} f(c_i), a = x_0 \leq c_1 \leq x_1 = a + h \leq c_2 \leq x_2 = a + 2h \leq \cdots x_n = a + nh = b$$

יום ו, א טבת התשס"ג 6-12-2002

מבחן אמצע באנליזה נומרית. מורה: גיורא דולה. מתרגל: רענן שכטר.

מצורפים דפי נוסחאות. מותרים מחשבונים.

משך המבחן הוא שעתים וחצי.

התשובות לשאלות הן בטופס המבחן. יש להקיף את התשובה הנכונה.
מחברות המבחן לא תבדקנה.

במבחן יש שני חלקים:

חלק א, שבו אפשר לצבור עד 80 נקודות, כולל תרגילים אשר מאד דומים לתרגילים שנעשו בכתה. יש בו 6 שאלות במשקל 20 נקודות כל אחת, ויש לענות בו 4 תשובות נכונות. אם נענו יותר מ-4 תשובות, תבדקנה רק 4 הראשונות.

חלק ב, שבו אפשר לצבור עד 20 נקודות, כולל שאלה אחת, אשר קשורה לחומר הנלמד בשעור ובתרגול, אבל בצורה יצירתית.

בהצלחה.

חלק א

אינטרפולציה:

1.נתון כי $f(0)=1, f(\pi/6)=1/2, f(\pi/2)=1$. נבנה פולינום האינטרפולציה ע"ס נקודות אלו $y=ax^2+bx+c$. אז b שווה ל-

א. ב. ג. ד.

2. על הנתונים בשאלה 1 נוסף הנתון $f(x)=\sin x$. בצע הערכת שגיאה עבור הפולינום של שאלה 1 בדרך הגסה שלמדנו בכתה, עבור כל x בקטע $[0,\pi/2]$. הערך המקסימלי של השגיאה בקטע הוא:

א. ב. ג. ד.

3. על הנתונים בשאלה 1 נוספים ערכי f בסדרת נקודות כלשהיא, $0=a0<a1<\ldots<an=\pi/2$ ומחושב פולינום האינטרפולציה. בצע הערכת שגיאה עבור פולינום זה בדרך הגסה שלמדנו בכתה, עבור כל x בקטע $[0, \pi/2]$. הערך המקסימלי של השגיאה בקטע הוא:

א. ב. ג. ד.

טורי טיילור

4. בהנחה כי פתחנו את טור טיילור עבור $f(x)=e^x$ סביב $a=0$ עד סדר שלש כולל, וכי מתקיים בקטע $[0, 2]$ כי $f^{(5)}>0$, השגיאה בטור טיילור עבור $f(2)$ תהיה קטנה מ-:

א.   ב.   ג.   ד.

אינטגרציה נומרית

5. מחשבים את סכום רימן עבור $f(x)=x^2$ בקטע [a,b] ע"י חלוקה לשלשה קטעים שוים, ובחירת נקודת הבינים בשמאל כל תת קטע. הסכום הוא:

א.   ב.   ג.   ד.

6. מחשבים את סכום רימן עבור $f(x)= x^2$ בקטע [a,b] ע"י חלוקה ל-n קטעים שוים, ובחירת נקודת הבינים בשמאל כל תת קטע. הסכום הוא:

א.   ב.   ג.   ד.

חלק ב

1.

התשובה היא:

א.   ב.   ג.   ד.