

השלמה 8 בשעור נומרית

נושא: נקודות שבת מושכות ודוחות

נביט בפונקציה הבאה (אשר מופיעה כשאלה 3 מבחן סופי נומרית מועד א' התשס"ו).

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-10).$$

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-10) = x^3 - 10x^2 - x + 10$$

נבחר ב-g - הבאה:

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-10) = x^3 - 10x^2 - x + 10$$
$$\rightarrow x^3 = 10x^2 + x - 10 \rightarrow x = g(x) = \sqrt[3]{10x^2 + x - 10}$$

ננסה להתחיל עם נקודה הקרובה ל-1, בשיטת נקודת השבת,

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

נבחר $x_0 = 1.1$ ונקבל:

$$x_0 = 1.1 \rightarrow x_1 = g(x_0) = \sqrt[3]{10x^2 + x - 10} = \sqrt[3]{10(1.1)^2 + 1.1 - 10} =$$
$$= \sqrt[3]{3.2} = 1.4736, \rightarrow x_2 = g(x_1) = 2.36267$$

רואים כי הסדרה לא מתקרבת ל-1, ואכן:

$$e_0 = 0.1, e_1 = 1.4736 - 1 = 0.4736, e_2 = 2.36267 - 1 = 1.36267 \rightarrow$$

$$\cdot \frac{e_1}{e_0} = 4.736, \frac{e_2}{e_1} = \frac{1.36267}{0.4736} = 2.877$$

כעת ננסה לעשות דבר עם נקודה הקרובה ל-10.

נבחר $x_0=10.1$ ונקבל:

$$x_0 = 10.1 \rightarrow x_1 = g(x_0) = \sqrt[3]{10x^2 + x - 10} = \sqrt[3]{10(10.1)^2 + 10.1 - 10} =$$

$$= \sqrt[3]{1020.2} = 10.0668 \rightarrow x_2 = g(x_1) = 10.0447, e_0 = 0.1, e_1 = 0.0668,$$

$$e_2 = 0.0447, \frac{e_1}{e_0} = \frac{0.0668}{0.1} = 0.668, \frac{e_2}{e_1} = \frac{0.0447}{0.0668} = 0.6691$$

ולכן 1 היא נקודה דוחה ו-10 היא נקודה מושכת.

כעת ננסה g אחרת:

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-10) = x^3 - 10x^2 - x + 10$$

$$\rightarrow 10x^2 = x^3 - x + 10 \rightarrow x^2 = \frac{x^3 - x + 10}{10} \rightarrow$$

$$x = g(x) = \sqrt{\frac{x^3 - x + 10}{10}}$$

האם 1 דוחה או מושכת?

$$x_0 = 1.1 \rightarrow x_1 = g(x_0) = \sqrt{\frac{1.1^3 - 1.1 + 10}{10}} =$$

$$= \sqrt{1.0231} = 1.0114, \rightarrow x_2 = g(x_1) = 1.00116, e_0 = 0.1,$$

$$e_1 = 0.0114, e_2 = 0.00116, \frac{e_1}{e_0} = 0.114, \frac{e_2}{e_1} = 0.101$$

כלומר 1 מושכת כעת

האם 10 דוחה או מושכת?

$$x_0 = 10.1 \rightarrow x_1 = g(x_0) = \sqrt{\frac{10.1^3 - 10.1 + 10}{10}} =$$
$$, = \sqrt{103.0201} = 10.14988, \rightarrow x_2 = g(x_1) = 10.22493,$$
$$e_0 = 0.1, e_1 = 0.14988, e_2 = 0.22493, \frac{e_1}{e_0} = 1.4988, \frac{e_2}{e_1} = 1.5007$$

כלומר 10 דוחה כעת