

רשימת משפטים למבחן נומרית. תשעד

משפט אחד ינתן במבחן

1. משפט הקיום והיחידות של פולינום האינטרפולציה.
2. נוסחת שארית לגרנז עבור פולינום האינטרפולציה.
3. נוסחות השגיאה עבור שיטת רימן ושיטת הטרפז עבור n קטעים שווים (ב- SR , נקודת הבינים משמאל הקטע).
4. נניח כי g בעלת נגזרת רציפה וכי a היא נקודת שבת של g . ננחש x_0 ונגדיר $x_{n+1}=g(x_n)$.
א. אם $|g'(a)| < 1$ אז יש סביבה של a כך שאם x_0 נמצא באותה סביבה אז הסדרה x_n מתכנסת ל- a .
ב. אם $|g'(a)| > 1$ אז יש סביבה של a כך שאם x_0 נמצא באותה סביבה אז הסדרה x_n איננה מתכנסת.
5. נניח כי f בעלת נגזרת שניה רציפה בקטע $[a,b]$, כי $f(a) < 0 < f(b)$ וכי f, f'' חיוביות בקטע $[a,b]$. אז.
א. למשוואה $f(x)=0$ יש פתרון יחיד בקטע שיסומן c .
ב. נגדיר $x_0=b$ ונגדיר $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$. אז הסדרה הזו מתכנסת ל c .
ג. נסמן $M = \sup_{a \leq x \leq b} f''(x), m = \inf_{a \leq x \leq b} f'(x)$ אז לכל n מתקיים $x_{n+1} - c \leq \frac{M(x_{n+1} - x_n)^2}{2m}$
6. נניח שקיים קבוע K , כך ש $0 < K < 1$, ופונקציה רציפה $f: X \rightarrow X$ המקיימת כי לכל $x, y \in K$ מתקיים $|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$. נבחר x_0 כלשהו ונגדיר $x_{n+1} = f(x_n)$. אז הסדרה x_n מתכנסת לנקודת שבת a , ונקודת השבת היא יחידה בתחום.