

מתמטיקה א' – מסלול מנהל עסקים ובטוח

בחינת סוף סמסטר א', מועד א', 18.02.2007, ל שבט התשס"ז

המורה: גיורא דולה.

משך הבחינה שעתיים וחצי. אפשר להשתמש רק במחשבון כיס. אין לפרק את השאלון. בתום הבחינה עליך להחזיר את כל השאלון. המחברת משמשת כטייטה בלבד ולא תאסף.

בחלק א יש לענות על שמונה מתוך 10 שאלות. בחלק ב יש לענות על 7 מתוך 8 שאלות. בשאלון שבו נענו יותר שאלות מהדרוש, תבדקנה רק הראשונות, והשאלות המיותרות לא תבדקנה.

חלק א'.

הוראות: בשאלות אלו עליך לרשום את התשובה הסופית בתוך התיבה המתאימה, ובחלק מהן יש אפשרות לתשובה חלקית. בין 10 שאלות יש לבחור 8 בלבד. משקל של כל שאלה 10 נקודות.

1. הפתרון הכללי של מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 22 \end{cases}$$

שווה ל:

שאלה עבור ניקוד חלקי:

כתוב את המטריצה בשלב שבו אפסת שני מקומות מתחת ל-1 של עמודת ה- x_1 . תשובה:

2. מצא את כל האפשרויות עבור a, b, c ו- d כך שהמטריצות

$$AB = BA \quad \text{תקימנה את השויון} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ b & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & d & 1 \end{pmatrix}$$

תשובה:

תשובה חלקית: רשום כאן את מערכת המשוואות שצריכה להתקיים:

$$3. \text{ הדטרמיננטה של המטריצה } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 9 & 4 \\ 8 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \text{ שווה ל:}$$

$$4. \text{ נתונה } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 10 \end{pmatrix}, \text{ כתוב את } A^{-1}:$$

תשובה עבור נקוד חלקי:

א. באם עבדת על ידי שיטת גאוס על מטריצה 3×6 , כתוב את המטריצה 3×6 שקבלת לאחר שאפסת את שני האיברים מתחת ל-1 בטור הראשון.

ב. באם עבדת בדרך של המטריצה הצמודה, כתוב את $\det(A)$.

5. מצא את כל המטריצות המקיימות את המשוואה

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

תשובה עבור נקוד חלקי:

כתוב את מערכת המשוואות אשר חיבת להתקיים:

6. נתונה מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x + by + 3z = 3b \\ 3x + 2y + z = 6 \\ 4x + 4y + 2bz = 6b \end{cases}$$

כאשר b הוא פרמטר ממשי.

א. עבור אילו ערכים של b יש למערכת פתרון יחיד? הערה: חלק מתשובות b יכולות להיות שברים

ב. עבור אילו ערכים של b למערכת אין שום פתרון? הערה: חלק מתשובות b יכולות להיות שברים

ג. עבור אילו ערכים של b למערכת יש אינסוף פתרונות? הערה: חלק מתשובות b יכולות להיות שברים

עבור נקוד חלקי:

אם עבדת בשיטת גאוס, כתוב את המטריצה לאחר אפוס העמודה הראשונה. אם עבדת לפי דטרמיננטה, כתוב את הדטרמיננטה של המערכת.

7. מצא את המטריצה A אם ידוע ש-

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 4 & 9 & 7 \end{pmatrix} \text{ וכי } \det(A) = 1.$$

8. מצא את הפונקציה ההפוכה (כולל תחום וטוח) לפונקציה $y = x^2 + 5x + 2$.

9. מצא את הערך של a אם ידוע שלמע"ל יש פתרון יחיד שבו

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

. $x = 2$

10. חקלאי מגדל חיטים ושעורים. גדול כל טון חיטה דורש 1 דונם אדמה, 2 מ"ק מים ו 3 ימי עבודה. גדול כל טון שעורה דורש 1 דונם אדמה, 1 מ"ק מים ו 1 יום עבודה. לחקלאי 10 דונם אדמה, 15 מ"ק מים ו 21 ימי עבודה. עבור כל טון חיטה החקלאי מקבל 5000 ₪, ועבור טונה שעורה הוא מקבל 4000 ₪. כמה טונות חיטה ושעורה יגדל כדי לקבל רוח מקסימלי? מהו הרוח המקסימלי? יש לפתור בשיטת הסימפלקס. נא לרשום את המטריצה הסופית המתקבלת!

עבור נקוד חלקי: רשום את המטריצה הראשונה המתקבלת בתהליך.

חלק ב'.

על כל אחת מהשאלות הבאות יש לענות רק "כן" או "לא". משקל של כל אחת מהשאלות שווה ל 3 נקודות. ענה על שבע שאלות בלבד.

11. נתונות מטריצות A, B . רבועיות כך ש $A^3 = B^3$. אז נובע כי $A = B$.

לא נכון

נכון

12. אם A מטריצה ריבועית והפיכה, אז גם A^T מטריצה הפיכה.

לא נכון

נכון

תשובות

.1

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 30 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 20 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 22 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{S_4 - S_1 \rightarrow S_4 \\ S_2 - 4S_1 \rightarrow S_2, S_3 - S_1 \rightarrow S_3}]{\substack{S_2 - 4S_1 \rightarrow S_2, S_3 - S_1 \rightarrow S_3 \\ S_4 - S_1 \rightarrow S_4}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 30 \\ 0 & -5 & -10 & -15 & -100 \\ 0 & -3 & -2 & -5 & -32 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & -8 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow[\substack{S_3 + 3S_4 \rightarrow S_4 \\ S_4 \rightarrow S_2, S_2 + 5S_4 \rightarrow S_3}]{\substack{S_4 \rightarrow S_2, S_2 + 5S_4 \rightarrow S_3 \\ S_3 + 3S_4 \rightarrow S_4}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 30 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -20 & -20 & -140 \\ 0 & 0 & -8 & -8 & -56 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{S_3 / (-20) \rightarrow S_3 \\ S_4 - 0.4S_3 \rightarrow S_4}]{\substack{S_4 - 0.4S_3 \rightarrow S_4 \\ S_3 / (-20) \rightarrow S_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 30 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow[\substack{S_2 + 2S_3 \rightarrow S_2 \\ S_1 - 3S_3 \rightarrow S_1}]{\substack{S_1 - 3S_3 \rightarrow S_1 \\ S_2 + 2S_3 \rightarrow S_2}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{S_1 - 2S_2 \rightarrow S_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ולכן נקבל פתרון: $x-w=-3, y+w=6, z+w=7$ או שנוכל להציג כל פתרון על ידי:

$$\begin{pmatrix} w-3 \\ -w+6 \\ -w \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

.2

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ b & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & d & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & a+d & 1 \\ b+c & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ b & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ b & ac+1 & c \\ bd+1 & d & 0 \end{pmatrix}$$

נשוו ונקבל:

$$AB = BA \rightarrow \begin{pmatrix} ac & a+d & 1 \\ b+c & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ b & ac+1 & c \\ bd+1 & d & 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow c = d = 0$$

ולכן $I=A$ ו- $I=B$ יכולה להיות כל מטריצה.

3. נפעל על המטריצה פעולות אלמנטריות אשר שומרות על הדטרמיננט:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 9 & 4 \\ 8 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{s_4 - s_3 \rightarrow s_4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 9 & 4 \\ 1 & -1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\begin{matrix} s_1 - 2s_4 \rightarrow s_1, s_2 - 2s_4 \rightarrow s_2 \\ s_3 - 7s_4 \rightarrow s_3 \end{matrix}]{\hspace{1cm}} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 12 & -3 \\ 0 & 6 & 13 & -4 \\ 0 & 10 & 44 & -10 \\ 1 & -1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{c_2 + c_4 \rightarrow c_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 12 & -3 \\ 0 & 2 & 13 & -4 \\ 0 & 0 & 44 & -10 \\ 1 & 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

ולכן הדטרמיננט הוא

$$(-1)(-2) \det \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ 44 & -10 \end{pmatrix} = 2(-120 + 132) = 2 \cdot 12 = 24$$

4. נחשב את ההפוכה על ידי הצמדת I.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{S_3-3S_1 \rightarrow S_3}]{S_2-2S_1 \rightarrow S_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{S_2+2S_3 \rightarrow S_2}]{S_1-2S_3 \rightarrow S_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 10 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -8 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{-S_2 \rightarrow S_2}]{S_1-2S_2 \rightarrow S_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ולכן:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.x חיבת להיות מטריצה 2×3 ונסמן אותה

ונקבל את המערכת: $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+d & b+e & c+f \\ & d & e & f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & a+b & b+c \\ d & d+e & e+f \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} d & e-a & f-b \\ 0 & -d & -e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow d=1, e=-6, a=-8, f=b.$$

לכן נקבל שמפתרון הוא מטריצות מהצורה:

$$\begin{pmatrix} -8 & b & c \\ 1 & -6 & b \end{pmatrix}$$

ואכן, כבדיקה נחשב:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & b & c \\ 1 & -6 & b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 & b & c \\ 1 & -6 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -7 & b-6 & b+c \\ 1 & -6 & b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 & b-8 & b+c \\ 1 & -5 & b-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

.6

$$\begin{pmatrix} 1 & b & 3 & 3b \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 4 & 4 & 2b & 6b \end{pmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} S_2 \rightarrow S_3 \\ S_3 - S_2 \rightarrow S_2 \end{smallmatrix}]{\begin{smallmatrix} S_3 - S_2 \rightarrow S_2 \\ S_2 \rightarrow S_3 \end{smallmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & b & 3 & 3b \\ 1 & 2 & 2b-1 & 6b-6 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} S_2 - S_1 \rightarrow S_2 \\ S_3 - 3S_2 \rightarrow S_3 \end{smallmatrix}]{\begin{smallmatrix} S_3 - 3S_2 \rightarrow S_3 \\ S_2 - S_1 \rightarrow S_2 \end{smallmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & b & 3 & 3b \\ 0 & 2-b & 2b-4 & 3b-6 \\ 0 & -4 & 4-6b & 24-18b \end{pmatrix}$$

נפריז למקרים : $b=2, b \neq 2$. אם $b \neq 2$, אז נחלק בבטוי $b-2$ את המשואה השניה ונקבל:

נקח את 1- שבשורה השניה כרכז ונאפס

$$\begin{pmatrix} 1 & b & 3 & 3b \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 4-6b & 24-18b \end{pmatrix}$$

מתחתיו ונקבל:

$$\begin{pmatrix} 1 & b & 3 & 3b \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -4-6b & 12-18b \end{pmatrix}$$

אם גם $4-6b \neq 0$ אז המטריצה מכילה אלכסון של איברים השונים מ-0 ולכן יש לה פתרון יחיד. אם $4-6b=0$, כלומר $b=2/3$, אז למערכת שורת סתירה ולכן אין לה פתרון. אם $b=2$ למערכת שורת 0 ולכן אינסוף פתרונות.

7. ידוע כי

$$A^{-1} = \frac{A^*}{\det(A)} = \frac{A^*}{1} = A^*$$

ולכן יש למצוא את $A = (A^{-1})^{-1}$ מתוך A^{-1}

והתרגיל הופך להיות דומה לתרגיל 4. נקבל:

$$A = \begin{pmatrix} 22 & 13 & -15 \\ -9 & -5 & 6 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ כפי שקל לראות.}$$

8. נביט על $y = x^2 + 5x + 2$. אז $\frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2}$ וגבה הקדקד הוא

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 + 5 \cdot \frac{-5}{2} + 2 = \frac{25-50+8}{4} = \frac{-17}{4}$$

פונקציה $[-17/4, \infty) \rightarrow [-5/2, \infty)$ והפוכתה היא פונקציה $[-17/4, \infty) \rightarrow [-5/2, \infty)$

כדי למצוא את ההפוכה, נפתר משוואה רבועית.

$$y = x^2 + 5x + 2 \rightarrow x^2 + 5x + 2 - y = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - y)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{17 + 4y}}{2}$$

ולכן ההפוכה היא:

$$y = \frac{-5 + \sqrt{17 + 4x}}{2} : [-\frac{17}{4}, \infty) \rightarrow [-\frac{5}{2}, \infty)$$

נכפל את השורה השנייה ב-a ואת השלישית

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} .9$$

והרביעית ב- a^2 . נקבל:

נביט על $S_1 - S_2 + S_3 - S_4$ ונקבל:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & a^2 \\ a^2 & 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2a \\ a^2 \\ 4a^2 \end{pmatrix}$$

$$2 + ay - ay - a^2z + a^2z + a^2w - a^2w - 2a^2 = 5 + 2a + a^2 - 4a^2 \rightarrow 2 - 2a^2 = 5 + 2a - 3a^2 \rightarrow$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0 \rightarrow (a-3)(a+1) = 0$$

ולכן $a=3, -1$. נציב במערכת המקורית ונראה כי רק $a=3$ הוא פתרון.

10. נסמן את כמות טונות החטה ב-x ואת טונות השעורה ב-y. נקבל 3 אישיונים:

$$x + y \leq 10$$

$$2x + y \leq 15$$

$$3x + y \leq 21$$

נקבל מטריצה ראשונה שבה הרוח הוא באלפי שקלים.

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 21 \\ -5 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

הרכז יהיה בעמודה של 5- ומבין המנות .

המנה החיובית הקטנה ביותר היא 7. לכן הרכז יהיה בשורה 3, עמודה 1 .

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 21 \\ -5 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{S_3/3 \rightarrow S_3} \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 15 \\ 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 7 \\ -5 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} S_1 - S_3 \rightarrow S_1, S_2 - 2S_3 \rightarrow S_2 \\ S_4 + 5S_3 \rightarrow S_4 \end{array}} \left(\begin{array}{cccccc} 0 & 2/3 & 1 & 0 & -1/3 & 3 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1 & -2/3 & 1 \\ 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 7 \\ 0 & -7/3 & 0 & 0 & 5/3 & 35 \end{array} \right)$$

הקדקד מתאים ל-7 טונות שעורה. נביט על העמודה שמעל 7/3- וניצור את המנות 3/0.66666, 1/0.333, 7/0.333 אשר שוות בהתאמה 4,5,3,21. החיובית הקטנה ביותר היא 3, ולכן הרכז הבא יהיה בשורה 2 עמודה 2. נשתמש בשורה השניה (כפי שהיא) כדי ליצור עמודה של I בעמודה השניה.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2/3 & 1 & 0 & -1/3 & 3 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1 & -2/3 & 1 \\ 1 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 7 \\ 0 & -7/3 & 0 & 0 & 5/3 & 35 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} S_1 - 2S_2 \rightarrow S_1, S_3 - S_2 \rightarrow S_3 \\ S_4 + 7S_2 \rightarrow S_4 \end{matrix}}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1 & -2/3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -3 & 42 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{3S_2 \rightarrow S_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -3 & 42 \end{pmatrix}$$

ובכך קבלנו קדקד המתאים לגדול 6 טונות חטה, 3 טונות שעורה, ולרוח של 42,000 שפ. נמשיך עם העמודה החמישית. נשוה בין 1/1, 6/1. מתעלמים מהמנה השלילית 3/-2. המנה הקטנה ביותר היא 1, ולכן הרכז הבא הוא בשורה 1, עמודה 5. נקבל.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -3 & 42 \end{pmatrix} \xrightarrow[\begin{matrix} S_4+3S_1 \rightarrow S_4 \end{matrix}]{\begin{matrix} S_2+2S_1 \rightarrow S_2, S_3-S_1 \rightarrow S_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 45 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{3S_2 \rightarrow S_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 45 \end{pmatrix}$$

ולכן, החקלאי יגדל 5 טונות חטה ו-5 טונות שעורה וירויח 45.000 ₪.

$$11. \text{ לא, } A^3 = B^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

12. כן כי אם A הפיכה אז $\det(A) \neq 0$ ולכן $\det(A^T) \neq 0$ ולכן A^T הפיכה.

$$2 + \frac{x^5}{x^2} = 2 + \frac{y^5}{y^2} \rightarrow \frac{x^5}{x^2} = \frac{y^5}{y^2} \rightarrow$$

13. כן כי

$$x^3 = y^3 \rightarrow x = y$$

14. כן כי גם המונה וגם המכנה הם פולינומים.

15. לא, המטריצה הבאה שונה מ-0 ורבועה שווה ל-0:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

16. לא, כי

$$A(u - v) = Au - Av = b - b = 0 \neq b$$

17. כן כי

$$f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x}{x^2 + 1} = -f(x)$$

18. לא כי:

$$-1 < 1 \rightarrow \frac{1}{(-1)^2} = \frac{1}{1^2}$$

וזו סתירה לכך שזו פונקציה עולה.