

השלמה 4 באלגברה למנ"עס התשס"ה

נביט על

$$(x-1)(x-4)-10=x^2-5x-6=(x-6)(x+1) \quad \text{אז הפולינום האפיני הוא } A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

פתרון של המערכת $(x+1) \cdot 6$. לכן הערכים העצמיים הם $x=6, -1$. הוקטור העצמי הצמוד ל-6 הוא

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ולכן זהו הוקטור } (1,1). \text{ הוקטור העצמי הצמוד ל-1 הוא}$$

פתרון של המערכת

$$\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ולכן זהו הוקטור } (5,-2).$$

מצא נקודות קיצון מקומי לפונקציה הבאה:

$$1. f(x,y) = 5x^2 + 2y^2 + 4xy.$$

תשובה:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 10x + 4y, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 4y + 4x, \quad \rightarrow (10x + 4y) - (4y + 4x) = 0,$$

$$\rightarrow 6x = 0, \rightarrow x = 0, \rightarrow y = 0.$$

נסדר את מטריצת ההסיאן:

$$\begin{pmatrix} & x & y \\ x & 10 & 4 \\ y & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

המשך ראשון: הדטרמיננטים הם בהתאמה: 10,24 ולכן זוהי נקודת מינימום.

המשך שני: הפולינום האפיני הוא $(x-10)(x-4)-16=x^2-14x+24$. הערכים העצמיים הם 6,1, חיוביים ולכן זוהי נקודת מינימום.

מצא נקודות קיצון מקומי לפונקציה הבאה:

$$2.f(x,y)=4xy-6x^2-3y^2-5z^2$$

תשובה 2

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -12x + 4y, \frac{\partial f}{\partial y} = 4x - 6y, \frac{\partial f}{\partial z} = -10z \rightarrow$$

$$y = 3x, 3y = 2x, 10z = 0, \rightarrow x = y = z = 0.$$

נסדר את מטריצת ההסיאן:

$$\begin{pmatrix} & x & y & z \\ x & -12 & 4 & 0 \\ y & 4 & -6 & 0 \\ z & 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

תשובה א: הדטרמיננטים הם בהתאמה $-12, 56, -560$ ולכן זוהי נקודת מקסימום.

תשובה ב: הפולינום האפיני הוא $-(x+12)(x+6)$
 $16(x+10) = (x^2+18x+56)(x+10) = (x+4)(x+14)(x+10)$. לכן הערכים העצמיים הם $-4, -14, -10$ וכלם שליליים וזוהי נקודת מקסימום.