<u>מבחן סופי באלגברה לינארית א למדעי המחשב-מסלול הנדסאי ערב-מועד א. יום ד, ז תשרי התשס"ח 19-9-2007</u>

- מורה: גיורא דולה, מתרגל: רענן שכטר.
- משך המבחן הוא שעתים וחצי.
- מותרים מחשבונים
- יש לכתוב את התשובות לשאלות בטופס המבחן. יש לכתוב תשובות סופיות בלבד. מחברות המבחן לא תבדקנה והן משמשות כטיוטה.
- הציון המקסימלי במבחן הוא 100 .
- במבחן 14 שאלות ב-4 חלקים.
- בחלק הראשון 9 שאלות במשקל של 7 נקודות כל אחד. ענה על 8 שאלות בלבד. אם תענינה יותר מ-8 שאלות תבחרנה 8 השאלות הראשונות. סה"כ 56 נקודות בחלק הראשון.
- בחלק השני שאלה אחת בת משקל של 12 נקודות (עם חמש תשובות חלקיות) .
- בחלק השלישי 3 שאלות במשקל של 4 נקודות כל אחת. בכל תשובה כזו יש לסמן במעגל את האופציה הנכונה. סה"כ 12 נקודות בחלק השלישי.
- בחלק הרביעי שאלת נסוח והוכחה אחת בת משקל של 20 נקודות.

56+12+12+20=100

<u>נקוד חלקי</u>

- לחלק מהשאלות בחלק א, ולשאלה היחידה בחלק ב יש תשובות לנקוד חלקי.
- יתכן לצבור נקוד חלקי או בשיטת גאוס או בשיטה המבוססת על דטרמיננטים, אך לא בשתיהן.
- בכל תשובה או תשובה חלקית יש לכתוב תשובה סופית בלבד.

בהצלחה.

<u>חלק א- שאלות 1-9 מהן יש לבחור 8 שאלות. משקל כל שאלה 7 נקודות.</u>

<u>שאלה 1(7 נקודות)</u>

נתונה מערכת המשוואות:

$$\left\{\begin{array}{cccc} x & +2y & +bz & =b+3 \\ 2x & +y & +3z & =b-2 \\ x & +(b+1)y & +9z & =19 \end{array}\right\}$$

פתור את המערכת במחברתך ומצא במחברתך עבור אלו ערכים של b למערכת יש אינסוף פתרונות, אף פתרון או פתרון יחיד.

תשובת בינים: (4 נקודות) ענה על אחת (בלבד) משתי השאלות הבאות:

בינים 1. באם פתרת לפי שיטת גאוס: כתוב את המערכת בשלב שבו יש אפסים מתחת האלכסון.

בינים 2. באם פתרת על ידי דטרמיננט, כתוב את הדטרמיננט.

.

תשובה מלאה(3 נקודות): ענה על כל השאלות הבאות: ענה תשובה סופית בלבד:
חלק מהערכים הנכונים של b הם שברים.

מלאה 1: מהו/מהם הערכים של b עבורו/עבורם יש למערכת אינסוף פתרונות?
$b=$

מלאה 2: מהו/מהם הערכים של b עבורו/עבורם אין למערכת פתרונות?
b=

מלאה 3: מהו/מהם הערכים של b עבורו/עבורם יש למערכת פתרון יחיד?
b=

שאלה 2(7 נקודות)

. חשב את המספר המרוכב $\frac{(1+\sqrt{3}i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{100}}$ בצורה קרטזית.

חלקית א- בטא את המונה בצורה כלשהיא. תשובה

חלקית ב- בטא את המכנה בצורה כלשהיא. תשובה

תשובה מלאה:

שאלה 3(7 נקודות)

נתונה המטריצה הבאה שרכיביה שיכים לשדה Z_5.

$$A=\begin{pmatrix}1&3&4\\4&4&3\\2&3&4\end{pmatrix}^T$$

חשב במחברתך את A^{-1} .

<u>תשובת ביניים</u>:(4 נקודות) ענה על <u>אחת (בלבד)</u> משתי השאלות הבאות:

<u>ביניים 1</u>. באם פתרת לפי שיטת גאוס עבור מטריצה 3x6, כתוב את המערכת בשלב שבו המטריצה הימנית מתוך המטריצה 3x6 היא בעלת אפסים מתחת האלכסון.

<u>ביניים 2</u>. באם פתרת לפי שיטת ה-adj(A), כתוב את det(A).

<u>תשובה מלאה</u>(3 נקודות): ענה תשובה סופית בלבד: כתב את השורה הראשונה של A^{-1} :

<u>שאלה 4(7 נקודות)</u>

מצא במחברתך את כל המטריצות A אשר מקימות את המשואה:

$$AA = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

<u>תשובת בינים</u>: (4 נקודות) כתוב כאן את מערכת המשואות:

<u>תשובה מלאה</u>(3 נקודות): כתוב כאן את כל המטריצות A המבוקשות.

<u>שאלה 5(7 נקודות)</u>

נתונה מטריצה A מסדר 4x4 אשר מוגדרת על ידי הנוסחה:
$A_{i,j}=i^2-j^2$ + עבור 1□i,j□4. חשב במחברתך את det(A).

<u>תשובת בינים</u> (4 נקודות): כתוב כאן את המטריצה:

<u>תשובה מלאה:</u> (3 נקודות)
det(A)=

<u>שאלה 6(7 נקודות)</u>

חשב במחברתך את השארית בחלוקה ל-7 של הבטוי:
$2^{500}3^{600}5^{700}$. תשובה:

<u>שאלה 7(7 נקודות)</u>

נתונה מערכת המשוואות
$$A\begin{pmatrix}2\\1\\4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\\3\end{pmatrix}$$

כאשר A מטריצה בצורת מדרגות ונמחקו מA שתי העמודות האמצעיות, וכאשר ה-1-ים בעמודות 1 ו-3 הם מובילים (רכזים).

$$\begin{pmatrix}1 & ? & ? & 0\\0 & ? & ? & 0\\0 & ? & ? & 1\end{pmatrix}$$

השלם את האיברים החסרים ב-A.
תשובה:

שאלה 8(7 נקודות)

נתונה מטריצה A מסדר $3x3$ ונתון כי $a_{1,1}=1, a_{1,2}=2, a_{1,3}=3,$ $a_{2,1}=4, a_{2,2}=5, a_{2,3}=6$ ונתונים הדטרמיננטים הבאים של המינורים מ-A $M_{1,1}=-2, M_{1,2}=16, M_{1,3}=-12$. מצא את כל אברי A.

תשובה

שאלה 9(7 נקודות)

פתר את המערכת:

$$\begin{cases} (1-i)x+(1+i)y=4 \\ (1+i)x+(1-i)y=4i \end{cases}$$

תשובה

חלק ב

בחלק זה שאלה אחת . לשאלה יש חמש תשובות בינים של נקודה אחת כל אחת, ושני סעיפי תשובה מלאה של 6 נקודות כל אחת, סה"כ 12 נקודות.

שאלה 10(12 נקודות)

נתונה מטריצה רבועית A_n מסדר nxn אשר מוגדרת על ידי :

$$A = \begin{cases} 0 & |i-j| \neq 1 \\ i & |i-j| = 1 \end{cases}$$

תשובות בינים: ענה על כל סעיפי הבינים:

בינים א (נקודה אחת). כתוב כאן את המטריצה A_4

<u>בינים ב(נקודה אחת).</u> כתוב את $\det(A_1)$.
$\det(A_1)=$

<u>בינים ג(נקודה אחת).</u> כתוב את $\det(A_2)$.
$\det(A_2)=$

<u>בינים ד(נקודה אחת).</u> כתוב את $\det(A_3)$.
$\det(A_3)=$

בינים ה(נקודה אחת). כתוב את $\det(A_4)$.

$\det(A_4)=$

מלאה א.(3 נקודות) כתוב את $\det(A_n)$. כפונקציה של n

$\det(A_n)=$

נביט במערכת $A_nv=b$ כאשר A_n הוגדרה בתחילת השאלה $b=(0,0,\dots,0)^T$ ו- $v=(x_1, x_2,\dots, x_n)^T$.

מלאה ב. (4 נקודות) כתוב את הפתרון של המערכת $A_nv=b$ כפונקציה של n .

תשובה:

חלק ג

בחלק זה שלש שאלות בנות 4 נקודות כל אחת. עליך להקיף את התשובה הנכונה בכל שאלה.

<u>שאלה 11 (4 נקודות)</u>

סכום של מטריצות לא הפיכות היא מטריצה לא הפיכה.

תשובה כן לא

תשובה:

<u>שאלה 12 (4 נקודות)</u>

במכפלה AE של מטריצה כלשהי A ומטריצה אלמנטרית E יש $(n-1)$ שורות כמו של A.

תשובה כן לא

<u>שאלה 13 (4 נקודות)</u>

נתון מספר ממשי b. אז כל הפתרונות המרוכבים של $z^{2n}=b$ מקיימים כי סכומם הוא 0.

תשובה כן לא

<u>חלק ד-</u> שאלת נסוח והוכחה.

שאלה 14(20 נקודות)

נתונה מטריצה רבועית A. נסח והוכח משפט אשר כולל 5 טענות שקולות ואשר אחת מהטענות השקולות היא ש A היא מטריצה הפיכה.

מותר להסתמך על טענות עזר, אבל יש לנסח אותן במדויק.

תשובות

תשובה לשאלה 1

פתרון דרך ראשונה- על ידי שיטת גאוס

נעבור למערכת משוואות מטריציאלית ונבצע פעולות אלמנטריות:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & b & b+3 \\ 2 & 1 & 3 & b-2 \\ 1 & b+1 & 9 & 19 \end{pmatrix} \xrightarrow[S_3-S_1\to S_3]{S_2-3S_1\to S_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & b & b+3 \\ 0 & -3 & 3-2b & -b-8 \\ 0 & b-1 & 9-b & 16-b \end{pmatrix} \xrightarrow[S_3/(b-1)\to S_3]{S_2/(-3)\to S_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & b & b+3 \\ 0 & 1 & (2b-3)/3 & (b+8)/3 \\ 0 & 1 & (9-b)/(b-1) & (16-b)/(b-1) \end{pmatrix} \xrightarrow{S_3-S_2\to S_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & b & b+3 \\ 0 & 1 & (2b-3)/3 & (b+8)/3 \\ 0 & 0 & A & B \end{pmatrix}$$

כאשר:

$$A=\frac{9-b}{b-1}-\frac{2b-3}{3}=\frac{3(9-b)-(2b-3)(b-1)}{3(b-1)}=$$
$$=\frac{27-3b-(2b^2-2b-3b+3)}{3(b-1)}=\frac{-2b^2+2b+24}{3(b-1)}=$$
$$=\frac{-2(b-4)(b+3)}{3(b-1)}$$

וכאשר:

$$B=\frac{16-b}{b-1}-\frac{b+8}{3}=\frac{3(16-b)-(b+8)(b-1)}{b-1}=$$
$$=\frac{48-3b-(b^2+8b-b-8)}{b-1}=\frac{-b^2-10b+56}{b-1}=$$
$$=\frac{-(b+14)(b-4)}{b-1}$$

לכן עבור $b=4$ נקבל ∞ פתרונות, ועבור $b=-3$ נקבל 0 פתרונות. לכל b אחר יש פתרון יחיד.

תשובות בינים: המטריצה האחרונה היא תשובת בינים עבור דרך ראשונה. וכמו כן:מכפלת אברי האלכסון של המטריצה האחרונה הוא הדטרמיננט והערך הוא A.

<u>תשובה לשאלה 2.</u>

נפתר על ידי טריק:

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}=\frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}\frac{i}{i}=\frac{i(1+\sqrt{3}i)}{i(\sqrt{3}-i)}=\frac{i(1+\sqrt{3}i)}{i\sqrt{3}+1}=i$$

טריק אחר על ידי כפל (וחלוקה) בצמוד:

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}=\frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}=\frac{(\sqrt{3}+i)(1+\sqrt{3}i)}{3+1}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}+3i+i-\sqrt{3}}{4}=\frac{4i}{4}=i$$

ולכן:

$$\frac{(1+i\sqrt{3})^{100}}{(\sqrt{3-i})^{100}}=(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i})^{100}=i^{100}=(i^4)^{25}=1^{25}=1$$

<u>תשובה לשאלה 3</u>

נגדיר $B=A^T$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[S_3-2S_1\to S_3]{S_2-4S_1\to S_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{S_3-S_2\to S_3} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[4S_3\to S_3]{3S_2\to S_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow[S_1-4S_3\to S_1]{S_2-S_3\to S_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{S_1-3S_2\to S_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

ואכן קל לראות כי $B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ לכן

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

תשובה לשאלה

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \rightarrow A^2=AA=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a^2+bc=1,$$

$$ab+bd=b(a+d)=0, ac+cd=c(a+d)=0,$$

$$bc+d^2=1$$

נפריד ל-2 מקרים:

$$(a+d)=0, (a+d)\neq 0$$

ונציב כל מקרה ב-A.

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a+d=0 \to A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \to A^2=AA$$

$$=\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a^2+bc & ab-ba \\ ac-ca & bc+a^2 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} a^2+bc & 0 \\ 0 & bc+a^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to a^2+bc=1,$$

ולכן במקרה זה מקבלים כי:

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a+d=0, a^2+bc=1 \to c=\frac{1-a^2}{b} \to$$

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ (1-a^2)/b & -a \end{pmatrix} \to A^2=AA=\begin{pmatrix} a & b \\ (1-a^2)/b & -a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ (1-a^2)/b & -a \end{pmatrix}=I$$

נביט במקרה שני:

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a+d \neq 0 \rightarrow c=b=0 \rightarrow$$

$$A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \rightarrow A^2 = AA = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & d^2 \end{pmatrix} = I \rightarrow a^2 = d^2 = 1 \rightarrow a = \pm 1, d = \pm 1$$

ולכן נקבל עוד 4 מטריצות

$$\pm I, \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

<u>תשובה לשאלה 5</u>

נכתב את המטריצה:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 & 15 \\ -3 & 0 & 5 & 12 \\ -8 & -5 & 0 & 7 \\ -15 & -12 & -7 & 0 \end{pmatrix}$$ נפעיל את הפעולה

S_4-2S_2-$S_3 \rightarrow S_4$ ונקבל:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 & 15 \\ -3 & 0 & 5 & 12 \\ -8 & -5 & 0 & 7 \\ -1 & -7 & -17 & -31 \end{pmatrix}$$

נשתמש באבר 1- כדי לאפס את האיברים האחרים בעמודה השמאלית ונקבל:

]

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 & 15 \\ 0 & 21 & 56 & 105 \\ 0 & 51 & 136 & 255 \\ -1 & -7 & -17 & -31 \end{pmatrix}$$

נפתח לפי העמודה השמאלית ונקבל:

$$\det(A) = \det\begin{pmatrix} 3 & 8 & 15 \\ 21 & 56 & 105 \\ 51 & 136 & 255 \end{pmatrix}$$

נוציא גורם משותף מכל עמודה ונקבל:

$$\det(A) = 3\cdot 8\cdot 15\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 7 & 7 \\ 17 & 17 & 17 \end{pmatrix} = 0$$

דרך קלה יותר: A היא אנטי-סימטרית, כלומר $A^t = -A$
ולכן:

$$\det(A) = \det(A^t) = \det(-A) = (-1)^3\det(A) =$$
$$-\det(A) \rightarrow \det(A) = 0.$$

<u>תשובה לשאלה 6</u>

$$3\cdot 5 = 15 = 1 \rightarrow 2^{500}3^{600}5^{700} = 2^{500}(3\cdot 5)^{600}5^{100} =$$
$$= 2^{500}(1)^{600}5^{100} = 2^{500}5^{100}; 2^3 = 8 = 1, 5^6 = (5^2)^3 =$$
$$= (25)^3 = 4^3 = 64 = 1 \rightarrow 2^{500}3^{600}5^{700} =$$
$$= 2^{500}5^{100} = (2^{3\cdot 166+2})(5^{6\cdot 16+4}) = (2^3)^{166}2^2(5^6)^{16}5^4 =$$
$$= 2^2 5^4 = 4\cdot 25\cdot 25 = 4\cdot 4\cdot 4 = 64 = 1$$

תשובה לשאלה 7

נציב את שני ה-1-ים הידועים ונקבל את המטריצה:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & a & b & 0 \\ 0 & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

כעת יש לשים את ה-1 השני. קימות שתי אפשרויות.

$c=1\rightarrow a=0\rightarrow 2+4b=6\rightarrow b=1,1+4d=4\rightarrow d=0.75$

$d=1\rightarrow c=b=0\rightarrow 2+a=6\rightarrow a=4$

תשובה לשאלה 8

נרשם את המטריצה:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ a & b & c \end{pmatrix}$$

ואז:

$$-2 = M_{1,1} = 5c - 6b, 16 = M_{1,2} = 6a - 4c,$$

$$-12 = M_{1,3} = 4b - 5a$$

קבלנו 3 משואות ב-3 נעלמים:

$$\begin{matrix} 16 \\ -12 \\ -2 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -6 & 0 & 4 & 16 \\ -5 & 4 & 0 & -12 \\ 0 & -6 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -28 \\ -3 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & -6 & 5 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{3S_1 + S_2 \rightarrow S_2}$$

$$\begin{matrix} & -28 \\ 0 & -76 \\ 5 & -2 \end{matrix} \Bigg) \xrightarrow{S_2 + 2S_3 \rightarrow S_3} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -28 \\ 0 & 12 & -10 & -76 \\ 0 & 0 & 0 & -80 \end{pmatrix}$$

לכן אין כזו A.

<u>תשובה לשאלה 9</u>

נכתב בצורה מטריציאלית:

$$\begin{pmatrix} 1-i & 1+i & 4 \\ 1+i & 1-i & 4i \end{pmatrix}$$

ולכן נוכל לעשות פעולות אלמנטריות ונקבל:

$$\begin{pmatrix} 1-i & 1+i & 4 \\ 1+i & 1-i & 4i \end{pmatrix} \xrightarrow[S_2 - S_1 \to S_2]{S_1 + S_2 \to S_1}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4+4i \\ 2i & -2i & 4i-4 \end{pmatrix} \xrightarrow{iS_2 \to S_2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4+4i \\ -2 & 2 & -4-4i \end{pmatrix} \xrightarrow{S_2 + S_1 \to S_2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4+4i \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2S_1 - S_2)/4 \to S_1} \begin{matrix} x = 2(1+i) \\ y = 0 \end{matrix}$$

.

<u>תשובה לשאלה 10</u>

סעיף א

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

סעיף ב $\det=0$

סעיף ג $\det=-2$

סעיף ד $\det=0$

סעיף ה $\det=24$

מלאה א

נפתח לפי השורה האחרונה ובמטריצה הנותרת לפי העמודה האחרונה ונקבל נוסחת נסיגה

$$\det(A_n) = -n(n-1)\det(A_{n-2})$$

ולכן עבור n אי זוגי $\det(A_n)=0$ ועבור n זוגי $\det(A_n) = (-1)^{n/2} n!$

מלאה ב

עבור n זוגי, מטריצת המקדמים הפיכה, ולכן וקטור ה-0 הוא הפתרון היחיד.

עבור n איזוגי, מטריצת המקדמים לא הפיכה, ולכן וקטור ה-0 אינו הפתרון היחיד. נשים לב כי השורה הראשונה מחיבת כי $x_2=0$. השורות הראשונה והשלישית מחיבות כי גם $x_4=0$, השורות הראשונה והשלישית והחמישית מחיבות כי גם $x_6=0$ וכן הלאה. לכן צריך להתקים $x_2=x_4=..=x_{n-1}=0$.

נביט במשוואות השניה, הרביעית וכן הלאה. אז $x_1+x_3=0$, $x_3+x_5=0, x_{n-2}+x_n=0$. נבחר את x_1 כפרמטר, אז $x_3=-x_1$, $x_5=-$
x_3, וכך נבטא את הפתרון הכללי.

<u>תשובה לשאלה 11</u>

לא לדוגמא הסכום

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מהווה דוגמא נגדית.

<u>תשובה לשאלה 12</u>

לא. למשל במכפלה

$$AE = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

אף שורה של A לא נשמרה.

<u>תשובה לשאלה 13</u>

כן. כי לכל שרש מרוכב של המשואה גם הנגדי של השרש הוא גם שרש שלה.